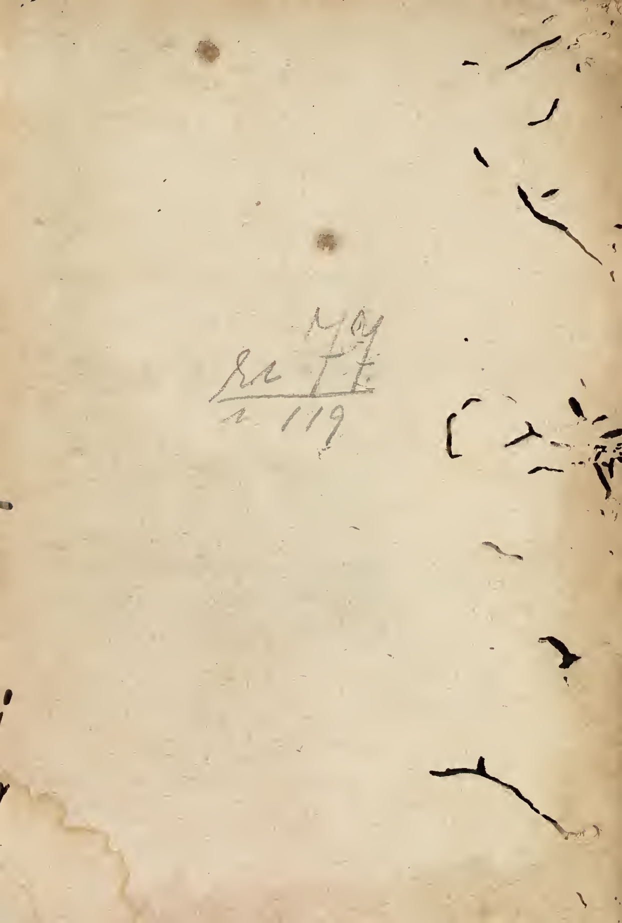



EX BIBLIOTECA
D. A. de VLLOA







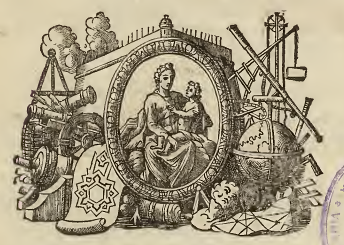
RECUEIL
DES PIECES
QUI ONT REMPORTE' LE PRIX
DE L'ACADEMIE ROYALE DES SCIENCES

Depuis leur fondation jusqu'à present.

Avec quelques Pieces qui ont été composées à l'occasion de ces Prix.

TOME SECOND.

Qui contient les Pieces depuis 1727 *jusqu'en* 1732.



A PARIS, QUAY DES AUGUSTINS.

Chez CLAUDE JOMBERT, au coin de la ruë Gille-cœur, à l'Image Notre-Dame.

M. DCC. XXXII.

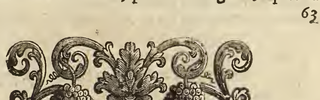
Avec Approbation & Privilege du Roy.

CATALOGUE

Des Ouxrages contenus dans le Second Volume.

Avis au Relieur pour placer les Figures de ce Recueil.

Tome Second.





MEDITATIONES

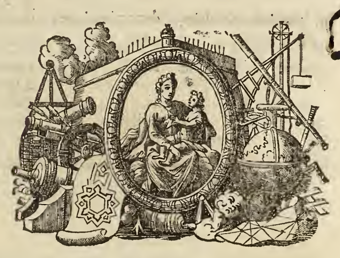
SUPER

PROBLEMATE NAUTICO,

DE IMPLANTATIONE MALORUM,

QUÆ PROXIME ACCESSERE

Ad præmium anno 1727. à Regia Scientiarum Academia promulgatum.



PARISIIS,

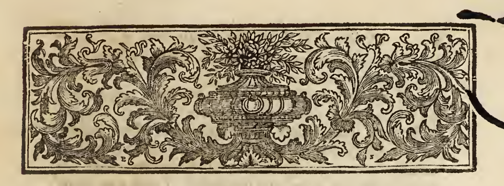
Apud CLAUDIUM JOMBERT, Bibliopolam, Via San-Jacobæa, sub signo Beatæ Mariæ.

M. DCC. XXVIII.

Cum Approbatione & Privilegio Regis.

Errata quamvis leviora hæc ſunt.

Pag.	*Lin.*	*Errat.*	*Lege.*
10 §. XVI.	13.	lineæ,	linea.
14	3.	Spina,	Spinæ.
21	7	inclinadam,	inclinandam.
eadem §. XXXVI.	6.	eo	ea.
23	7. & 8.	incomputum,	in computum.
25 §. XLV.	3.	aſſenſus,	aſcenſus.
29 §. LIII.	6.	Romanis,	Rhenanis *& ſic deinceps pone. ubique Rhenanis pro Romanis, ſcil. pp.* 30, 39, 40.
35 *penultim. & ultim.*		denominatione,	denominatore.
38 §. LXXIII.	2.	$\frac{nacz}{nz + nff}$	$\frac{nacz}{naz + nff}$
ibidem.	7, 8, 10.	lconſl,	l. conſt. *id eſt, Logarithm. Conſt.*
39 §. LXXVI.	1.	indigitas,	indigitat.
48	*antepenult.*	iſta,—propoſitos.	iſtas—propoſito.



MEDITATIONES
SUPER
PROBLEMATE NAUTICO,

Quod Illustrissima Regia Parisiensis Academia Scientiarum proposuit.

Omnes enim trahimur, & ducimur ad cognitionis & scientiæ cupiditatem, in quâ excellere pulchrum putamus. *M. T. Cicero de Officiis.*

PROBLÊME

Quelle est la meilleure manière de mâter les Vaisseaux tant par rapport à la situation qu'au nombre & à la hauteur des Mâts.

§. I.



A CONSTITUTIONE & collocatione malorum, potissimùm universa navigatio dependet in navibus quæ non à remis sed solis velis propelluntur. Vela scilicet antennis alligata malis applicantur, & vento obversa, ejus impetum susti-

nendo navem promovent. In implantatione malorum in hoc eſt incumbendum, ut navis, quâ abſque diſcrimine poteſt maximâ, velocitate incedat, quod ut obtineatur, ad locum, altitudinem, & numerum malorum, diligentiſſime eſt attendendum. Quod ad locum primo attinet, in ejus determinatione opera atque ſtudium ſummum eſt adhibendum, ut gubernaculum, cujus actione de navis celeritate ſemper quicquam detrahitur, ſi ejus uſus plane evitari nequeat, minimam, quam poſſibile eſt vim, impendere debeat. Vocatur linea in navibus ſuper ſentina à prora ad puppim ducta, ſpina navis, & Gallicè *la quille*, in hâc inſeruntur mali ut quilibet ſit in medio navis. Si navis ſecundùm directionem ſpinæ iſtius movetur, gubernaculo opus non erit ad navem in iſto ſitu continendam, ubicumque mali, modo in ſpina, ſint plantati. Verum cum navis non juxta ſpinam promovetur, ſed directio motus navis cum ſpina angulum conſtituit, qui angulus, deviationis angulus, & Gallicè *l'angle de la dérive* appellatur, tum non ita, ubicumque ſiti ſint mali in ſpina, navis iſtum deviationis angulum conſervabit, ſeu eandem poſitionem, ſed ad hanc retinendam peculiaris malorum locus eſt determinandus, qui malorum locus alius eſſe deberet, in quolibet alio angulo deviationis. Et ita cum naves in aqua progrediendo, ut ad optatum perveniant locum, modo hanc, modo aliam deviationem recipere debeant, pro quovis angulo alius malis tribuendus eſſet locus. Quod autem in navibus malis ſemel erectis cum fieri nequeat, malis immotis manentibus, ope gubernaculi efficiendum eſt, ut navis in eodem deviationis angulo conſervetur.

§. II.

Cum autem gubernaculum agere debet, reſiſtentia quâ navi reſiſtitur augetur, & ita celeritas navis minuitur, idque eo magis quo major à gubernaculo effectus efficiendus eſt, ſcilicet igitur quo magis ſitus malorum ab eo ſitu differt, quem habere deberent ad id, ut gubernaculo plane opus

non fit. Ne ergo nimiùm excrescat vis gubernaculi, talis malis assignandus est locus, qui in illis navis deviationibus, quas navis crebriùs habet, ab illo loco, quo gubernaculum non in usum vocandum esset, non multum discrepet, quo fiet ut gubernaculi actione celeritas navis nunquam sensibiliter decrementum patietur.

§. III.

Verum quotquot in nave positi sint mali, semper erit punctum in spina navis ubi si collocetur malus unicus altitudinis quæ æqualis est summæ altitudinum illorum plurium totidemque velis instructus, qui eundem effectum edat, istud punctum vocare licet centrum commune virium navem propellentium. Datis vero loco malorum & eorum viribus ope velorum à vento mutuatis, centrum istud facile reperietur, non absimili modo, ei, quo centrum commune gravitatis plurium corporum in eâdem rectâ jacentium reperitur, hoc tantum discrimine, quod ibi capacitas velorum malorum eo loco sumatur, quo in determinatione centri gravitatis pondus corporum consideratur; & ita facilius erit dato centro communi virium promoventium navem locum malorum invenire: in posterum itaque sufficiet unicum istud centrum determinasse, hoc enim noto, quotcunque mali sint navi inferendi, eorum loci facile reperientur.

§. IV.

Plures mali navibus non inseruntur, nisi tantæ altitudinis, quanta requiritur unicus malus haberi nequit, tum enim pluribus efficiendum est quod unicus præstare debuisset: cum ergo altitudo malorum desideratur, altitudo nonnisi unici mali, pluribus æquipollentis determinanda est. Hæc enim, cum cognita fuerit, in tot partes est distribuenda, donec partes illæ tantillæ fiant seu tantæ altitudinis, cujus mali haberi possunt; & sic invenietur

numerus malorum & per §. præcedentem quoque eorum locus.

§. V.

Altitudo vero malorum determinanda eſt quatenus ea capax eſt velorum, quæ ſunt præcipua cauſa vis impulſivæ; non igitur tam de altitudine malorum, quam de altitudine velorum quæſtio eſt interpretanda: eſſet quidem nec altitudo velorum contemplanda, ſi vis navem promovens ſola reſpiciatur, etenim eâdem manente vi propulſivâ, ubicumque ea applicetur ſive in unico puncto tota ſive in pluribus diviſim, ſive in locis malorum ſublimioribus ſive humilioribus; verum ea portio vis venti quæ navem inclinat ſcilicet proram profundius immergit, creſcit quo in altioribus malorum locis vis ea ſit applicata: præſtat ergo quo latiora fiant vela, ut ſufficiens virium quantitas in locis malorum inferioribus poſſit comprehendi; ſi enim arctiora fiant & minoris latitudinis in ſublimius ſeſe extenderent vela, & ita vis navem inclinans creſceret, quod vero id ipſum eſt, quod effugiendum in determinatione altitudinis malorum propoſitum eſſe debet: quo circa cum altitudo malorum quantum fieri poteſt, circumſcribenda ſit, vela malis in locis quoad fieri poteſt humillimis applicari debent, niſi venti vis ibi ſenſibiliter diminuta ſit, atque velis quantum aliæ circumſtantiæ id permittunt, maxima tribuenda eſt latitudo.

§. VI.

Verum nec hæc obſervando numerus velorum pro lubitu multiplicari poteſt, nimis enim aucto velorum numero contingere poſſet ut navis ſi non prorſus in aquam proſternatur, tamen proram ulteriùs quam ſecuritas navis permittit, immergat. Quod ut melius concipiatur, notandum eſt, quamlibet venti potentiam in velis applicatam, duplicem in navem exercere vim, unam quâ navem propel-

ſit, alteram quâ navem inclinat, proram profundiùs immergendo; facit ſcilicet, ut quæ quieſcente nave verticalia fuere, nunc dum ſit in motu verſus proram inclinentur, idque eo magis quo major eſt venti vis, & quo in ſublimiori loco malorum ſit applicata; unde fieri poteſt vi propellente vel nimium aucta vel nimis ſublime applicata, ut prora ulterius, quam tutum eſt, immergatur vel penitus ſubmergatur.

§. VII.

Ne igitur navis nimium inclinetur, terminus eſt conſtituendus quouſque prora immergi poſſit abſque navis periculo, quo cognito, quærendum eſt quantum virium à vento ſit excipiendum ut navis eouſque præcisè & non ulterius inclinetur, unde habebitur vis qua navis promoveri poteſt maxima, ſi enim major aſſumeretur, navis periclitaretur, quia tum navis ulteriùs quam par eſt, inclinaretur: ſin vero minor ſumatur vis, navis celeriùs adhuc abſque periculo promoveri poſſet; maxima ergo hoc modo invenietur vis navem propellens, ſeu invenietur modus malos implantandi, ut navis, quàm poſſibile eſt celerrime procedat. Cum itaque hæc de loco atque altitudine malorum ritè excuſſero, Problemati me ſatisfeciſſe perſuaſus eſſe potero.

§. VIII.

Meditationes ergo meas in duo iſta capita figam, & quæ in ipſis ſolvenda proponuntur, perpendam, ſolutionemque tentabo. In primo ſcilicet Capite de loco malorum mihi agendum erit, ibi in locum centri virium navem propellentium inquiram, ubi illud in collocatione malorum aſſumendum ſit, ut navis motui maxime ſit proficuum. In ſecundo autem Capite tractandum erit de altitudine malorum, ſeu ſaltem de altitudine unici mali, pluribus æquipollentis; concipiam nempe nonniſi unicum malum erigendum eſſe, eumque quæram, ex cu-

jus longitudine inventa facile erit judicare, quot mali sint inserendi; de altitudine ergo mali, seu potiùs de longitudine velorum, data eorum latitudine nobis prospiciendum erit, ut navis quàm absque periculo potest celerrimè procedat. Accedo itaque ad ipsam hujus ænigmatis solutionem atque ILLUSTRISSIMAM AC CELEBERRIMAM ACADEMIAM, ut pro sua pollent, uti in omnibus disciplinis, ita potissimum in scientiis Physico Mechanicis, eruditione atque sagacitate, hasce exiles pagellas attente legere, suumque de eis judicium ferre, haud dedignari velint, humillime atque demisse rogo atque oro.

CAPUT PRIMUM.

De loco ubi assumi debet commune centrum virium navem propellentium.

§. IX.

CUm navis in aqua procedit propulsa à vi venti, ut in eodem situ, eademque deviatione conservetur, & navis non in latera rotetur propter resistentiam ab aqua perferendam, oportet ut centrum commune virium navem propellentium situm sit in linea mediæ directionis vis resistentiæ, ab aqua in navis latera exactæ, scilicet cum hoc centrum in spina navis quoque existere debeat, assumendum erit hoc centrum in puncto spinæ, ubi à linea mediarum directionum resistentiæ secatur. Cum ergo linea ista mediarum directionum cognita fuerit, innotescet quoque centrum virium, locus scilicet ubi collocari debet malus si unicus tantum sit erigendus.

§. X.

Si ex Capite sequente innotuerit plures malos esse implantandos navi, id ex dictis jam ita fiet, sicque eorum lo-

ci invenientur, primum in ſpina ſunt collocandi & dein in talibus ab iſto centro diſtantiis, ut ſumma factorum ex capacitate venti uniuſcujuſvis mali in diſtantiam ejus à centro ab una parte iſtius centri ſit æqualis, ſummæ ſimilium factorum ex altera parte. Cum enim iſtæ ſummæ factorum æquales fuerint vires ſeſe in æquilibrio conſervabunt, ut navis circa centrum illud gyrari nequeat. Hoc ergo in collocatione malorum obſervato, navis perpetuò eandem deviationem conſervabit, ita ut opus non ſit gubernaculi adminiculo, quamdiu ſcilicet idem flat ventus vel ſaltem quandiu ventus, ſi vela exactè ſint expanſa ut planam ſuperficiem conſtituant, eandem velorum ſuperficiem ſcilicet eam puppi obverſam ferit, modo enim vela eundem conſervent ſitum ſi ſint exacte expanſa, navis quoque verſus eundem locum dirigitur, quiſquis ventus flaverit, modo non cum linea directionis navis angulum recto æqualem vel majorem conſtituat.

§. XI.

Verum cum commoditas navigandi poſtulaverit ut navis in aliam deviationem collocetur, quia tum poſitio lineæ mediarum directionum reſiſtentiæ mutatur, quoque locus centri virium navem propellentium alibi aſſumendus eſſet, vel proræ propiùs vel vero puppi admovendo, quomodo vero mutatâ deviatione navis locus centri virium mutandus ſit inveſtigabo. Ponam primo angulum deviationis priſtino majorem fieri, & linea mediarum directionum reſiſtentiæ verſus puppim magis cum ſpina concurret & inde centrum virium navem propellentium ad puppim magis aſſumendum eſſet. Quod ſi non fiat, nec gubernaculo ſuccurratur, navis in ſua poſitione non permanebit, ſed rotando angulum deviationis augmentabit, donec velorum ſuperficies à vento avertantur, ſin vero nova illa deviatio priore minor ponatur angulus deviationis diminuetur continuò donec evaneſcat.

§. XII.

Hisce vero impediendis inservit gubernaculum, quod ad conservandam eandem navis deviationem, eo majorem vim impendere debet, quo centrum commune virium assumtum magis ab illo quod assumtum esse deberet discrepat. Verum cum sic resistentia augeatur & proinde celeritas navis diminuatur, alio remedio huic incommodo occurri poterit, mutando reipsa locum centri virium, quod duplici modo fieri potest; primo ipsos malos de loco movendo, secundo autem manentibus malis immotis eorum capacitatem venti mutando vela nova vel super addendo vel jam expansa contrahendo. Priori modo mederi possent, si non omnes saltem unicus malus mobilis redderetur; quod fieri posset & locum ubi locatur & ea loca quibus funibus alligatur ita fabricando, ut aliquantulum malus de loco reptare possit vel ad proram, vel ad puppim, minima enim loci mutatio sufficiet ad centrum virium sufficienter transvehendum, præsertim si ab initio tale assumtum fuerit centrum virium, quod ab aliis centris quæ in aliis possibilibus navis deviationibus locum habent non multum distat. Cum ergo angulus deviationis major statuatur ac in initio fuerat, cum tum centrum virium puppi accedere deberet, malus iste mobilis ad puppim magis movebitur eousque donec gubernaculo opus non amplius sit. Sin vero angulus deviationis minor evadat, malus hic versus proram promovendus erit.

§. XIII.

Si aliæ circumstantiæ non permittunt ut mali mobiles reddantur, altero modo obviam iri poterit, scilicet transportatione velorum, seu expansione in uno malo, novorum velorum in alio vero ut eadem vis conservetur totidem malorum contractione, hoc enim modo quoque centrum virium in alium transferetur locum. Et quidem cum

cum primo suppofuerim angulum deviationis crefcere, ut centrum virium ad puppim magis accedat, vela ex parte centri versus proram diminuenda sunt contractione vel saltem diminutione latitudinis quorumdam velorum & contra ex altera centri parte versus puppim tantundem velorum de novo extendendo vel latitudinem velorum augendo.

In altero vero casu decrescentis anguli deviationis, vela versus puppim diminuenda & ea versus proram augmentanda erunt. Quantum vero demendum sit adponendumve, gubernaculum indicabit; eousque enim addendum detrahendumve est velis donec gubernaculum nil amplius agere debeat. Atque tum quoque navis in suo situ absque interventu gubernaculi conservabitur.

§. XIV.

Quodcumque autem istorum remediorum adhibere lubuerit, sive primo fabricatione mali mobilis, sive altero translatione velorum, sive horum neutro sed gubernaculo, ne multum opus sit motione mali mobilis aut translatione velorum, aut si tertium remedium adhibeatur, ubi ad hoc quam maxime respiciendum est, ne gubernaculum valide agere debeat, unde celeritas navis diminueretur, talis est in constitutione malorum locus centri virium eligendus à quo si navis alias deviationes habeat, centra illis deviationibus competentia non multum differant. Tale autem punctum ut determinetur, necesse est, ut figura navis in computum ducatur, cum resistentia aquæ dependeat potissimum à laterum figura, quæ in aquam impingunt.

§. XV.

Ut à simplicissimis initium ducamus, sint duo navis latera rostrum componentia, lineæ rectæ, quæ quidem suppositio licet navi accuratè non competat, tamen hîc nobis ubi non fixum aliquod punctum quæritur, aliquam

Fig. I. lucem fœnerari poterit. Sit ergo ABHC navis figura, A ejus prora, H autem puppis, AH ſpina angulos A & H biſecans, erunt & latera AB AC æqualia & latera puppis BH & CH. Sint AB & AC partes navis reſiſtentiæ expoſitæ, eæque ſolæ, quod ſemper continget ſi angulus deviationis navis minor erit quam dimidius angulus puppis H. Sit D*d* vel E*e* directio motus navis, impinget navis ſecundum hanc directionem in aquam, ſeu cum res eodem redeat, facilioris conceptus gratia ſupponam navem quieſcere & aquam juxta eandem directionem *d*D vel *e*E eadem celeritate quam habebat navis, in navem impingere, ſcilicet in latera AB & AC, neutrum laterum BH vel CH ferire poterit cum ſit angulus deviationis quem D*d*, cum ſpinâ HA, conſtituit minor quam angulus dimidius puppis H.

§. XVI.

Notum eſt ex hydroſtaticâ aquam in hæc latera reſiſtentiam ſuam normaliter in eadem latera exercituram, & cum aqua in idem latus AB & AC illidens ubique eodem angulo incidat, erit centrum virium eidem lateri AB vel AC impreſſarum in earum medio D & E. In his ergo punctis totam reſiſtentiam tanquam congregatam concipiam, eritque directio reſiſtentiæ cum ſit in latera normalis in latere AB linea DG & in AC linea EG quæ ſunt ſigillatim normales in latera AB & AC. Hæ duæ directiones ubi ſeſe mutuo ſecant, erit centrum commune virium reſiſtentiæ; concurrunt autem ut palam eſt ob latera AC & AB æqualia in puncto ſpinæ G per quod tranſit lineæ æquilibrii mediarum directionum reſiſtentiæ; quamcumque autem hæc linea habeat poſitionem, ſecabit ea ſpinam AH in puncto G. Erit ergo punctum G id ipſum centrum quod quæritur, de quo hoc notandum eſt, quod ſit ſemper conſtans, quæcumque ſit navis deviatio, modo ejus angulus angulum puppis BHC dimidium non excedat.

§. XVII.

Si ergo navibus hujufmodi figura tribueretur, maximum hoc commodum obtineretur quod, loco centri virium manente fixo, navis abfque gubernaculi ope in quolibet deviationis angulo, malis femel ritè conftitutis confervari poffet, modo, ut jam aliquoties notavi, angulus deviationis minor fit quam angulus puppis dimidius. Atque fi ex re erit majores deviationis angulos ufurpare eo majores quoque puppis anguli conftrui poffent, ad id, ut aqua latera BH atque CH nunquam lambat. Punctum vero G quomodo definiatur, facile colligi poteft, fcilicet bifecando alterutrum laterum roftrum navis, componentium, & ex bifectionis puncto in idem latus perpendicularem erigendo, erit factum quod quæritur; punctum enim G erit ubi ifta perpendicularis fpinam navis fecat.

§. XVIII.

Si hæc figura ob alias caufas incommoda videretur quæ navi tribuatur, poffum infuper alias figuras indigitare, quæ navibus dari poffent ut abfque gubernaculi adminiculo immotis malis & velis, navis eandem deviationem obtineat, feu ut centrum commune virium in eodem loco maneat; nil aliud enim ad hoc requiritur quam ut, exiftente figura navis aquam ferientis ex lineis rectis conflata, perpendiculares ex punctis mediis fingulorum navis aquam ferientium laterum, in eadem latera, conveniant omnes in eodem fpinæ puncto, feu ut omnia ifta latera fint chordæ ejufdem circuli centrum in fpina navis habentis, tum enim in hoc centro convenient omnes perpendiculares in medium cujufvis lateris navis in aquam impingentis, unde centrum iftud circuli ipfum erit centrum virium quæfitum. Sit ACEDB circulus, centrum ejus G & diameter quæ pro fpina navis accipietur, AGH. Ducantur chordæ ex utrâque parte fpinæ quot Fig. II.

quæcumque lubuerit ut AB BD & AC CE, ducanturque lineæ proram constituentes DH & EH, habebitur figura navis hanc prærogativam habens ut centrum virium in eodem maneat loco, utcumque mutato deviationis angulo, modo deviationis versus plagam E angulus, angulum AHE non excedat & deviationis versus plagam D angulus, angulum AHD non excedat; centrum vero virium erit in G.

§. XIX.

Hoc usum quidem habere posset in constructione navium, sed cum de hoc non sit quæstio, propius ad figuram navium receptam accedendum est. Contemplabor eam post Virum celeberrimum Joannem Bernoullium tanquam duo segmenta circularia æqualia super eadem chordâ; in hac vero hypothesi multo difficilius pro quovis deviationis angulo centrum virium determinatur, cum ideo quod latera navis resistentiam sentientia, sint mutabilia in alio deviationis angulo, tum quod figura sit curvilinea, adeoque incidentiæ angulus in quovis puncto alius est. Hic mihi quia non pro qualibet deviatione centrum virium cognitum habere opus est, necesse non erit modum tradere centrum virium in ista hypotesi pro quovis deviationis angulo determinandi, sed sufficiet si duo saltem centra in duabus deviationibus quarum una possibilium maxima est, altera minima determinavero, quæ duo centra limitum adinstar esse possunt, quos inter determinandum est punctum illud loco centri communis virium accipiendum, quod quæritur. Assumo ergo hasce duas deviationes minimam illam possibilium seu illam cujus angulus est æqualis nihilo seu evanescit, & alteram possibilium maximam pro qua accipiam angulum rectum seu 90 graduum, ultra hunc angulum deviatio navis crescere nequit, cum puppis in proram & prora in puppim converteretur. Pro utraque si determinavero centra, certus sum, inter ea id quod quæritur

contineri, magis autem versus centrum pro priori deviatione, quæ nulla est, inventum, assumendum est, quam versus posterius, ubi directio motus navis cum spina constituit angulum rectum, cum anguli deviationum navis magis consuetarum propius semper sint angulo evanescenti quam 90 gradubus. Ac subinde cum sit liberum assumere inter ista duo centra illud quod desideratur seu quod sit centrum commune virium in maxime consuetis deviationibus, tale quoque assumendum est, quod facile & sine multo labore construi possit.

§. XX.

Indagabo itaque primo centrum cum deviatio est graduum 90. Sit FAMD navis, F prora, FM spina, N centrum arcus FAM, ex centro N ducatur NGA spinam bisecans in G, bisecabit ea quoque arcum FAM; eritque in spinam normalis. Moveatur ergo navis juxta directionem NA in aqua, ita ut angulus deviationis sit 90 grad. palam est, quia arcus AM similis est & æqualis arcui AF, atque tantam quantam hic resistentiam patitur, fore ipsam AN lineam æquilibrii resistentiæ, adeoque punctum G ubi spina FM ab NA secatur fore centrum commune virium, in isthac navis deviatione. Habeo itaque jam centrum commune virium navis cum ejus motus directio cum spina angulum 90 graduum constituit; pro deviatione autem evanescente magis erit arduum istud centrum definire, unde meam quam dabo constructionis analysim hic non subjungam, ne nimium sim prolixus, sed ejus demonstrationem ex Cl. D. Bernoullii *Manœuvre des Vaisseaux*, depromam. Fig. III.

§. XXI.

Ponamus itaque navem secundum directionem spinæ MF moveri in aqua, verum quidem est ubicumque centrum virium in spina accipiatur, hanc navis deviationem, quæ nulla est, conservatam iri. Quæritur autem

illud punctum in spina FM in quo secatur spina à linea æquilibrii mediarum directionum resistentiæ arcus FA tantùm, qui hac in parte spina FM solus resistentiam patitur; nam in A erit navis directio tangens AT, secundum quam resistentiam perfert; etenim in eodem puncto spinæ FM quo à linea æquilibrii resistentiæ arcus AF secatur, secabitur quoque à linea mediarum directionum seu æquilibrii resistentiæ quam arcus DF perfert, quia hi duo arcus AF & DF similes sunt & æquales & aquæ resistentiam æqualiter sufferunt. Et hinc punctum illud, quo spina FM à linea æquilibrii mediæ resistentiæ arcus AF secatur, verum erit centrum virium navis cum deviatio evanescit. Et hoc punctum proinde etiam erit terminus centrorum in omnibus navis deviationibus; versus proram seu istud centrum præ omnibus aliis proxime accedit ad proram.

§. XXII.

Sic autem istud centrum determino. Ex centro N ducatur recta NL arcum AF bifariam secans in L, spinamque FM in I; producatur ea in K usque ut sit IK = IN producatur quoque radius AN, in eaque sumantur puncta E & Y; ut sit EY = NE = AN. Jungantur puncta E & I rectâ EI: huicque paralella ducatur ex K linea KH, quæ producta transibit per punctum Y, nam quia KI=IN occurret illa linea producta in aliquo puncto quod tantum distat ab E, quantum E distat ab N, ob NI = IK; hoc punctum ergo ipsum erit punctum Y. Punctum autem H in spina navis FM, ubi ea à linea KY secatur, erit centrum commune virium, cum nempe navis secundum directionem spinæ movetur.

§. XXIII.

Rationem hujus constructionis petere est ex Cel. Bernoullii *Manœuvre des Vaisseaux*, ex Capitis XIII. paragrapho 4. ubi centrum mediæ resistentiæ, quam quilibet

arcus circularis subit, determinat. Quem paragraphum, ne Illustrissimi Judices opus habeant, aliunde demonstrationis meæ constructionem quærere, ipsissimis celeb. Auctoris verbis una cum ejus figura hîc adjungo, sic se habent ejus verba. „ Soit donné un arc de cercle quel- « Fig. IV. conque APF mû dans l'eau suivant la tangente AT, N « est le centre de cet arc, NA le rayon au point d'attou- « chement, FG perpendiculaire, sur NA, AE le diamê- « tre du même arc APF. Prolongez AE en Y en sorte que « EY = au rayon. Prenez NR égal aux trois quarts de « la troisiéme proportionelle de YG à EG. Elevez la per- « pendiculaire RS & la faites égale aux trois quarts de « GF. Tirez enfin NS. Je dis que le point S sera le centre « de la resistance moyenne, & NS l'axe de l'équilibre « de la resistance moyenne. «

§. XXIV.

Linea ergo ista æquilibrii mediæ resistentiæ NS ubi ea secat spinam FG, ibi, nempe in H erit centrum commune virium resistentiæ. Ex mea autem constructione idem reperiri punctum H ex eo patere potest quod linea GH in utraque constructione æqualiter determinetur, quod ita demonstro. In constructione Bernoullianâ est $GH = \frac{RS.\ NG}{RN}$ ob triangula similia NRS, NGH; est autem $RS = \frac{3}{4}$ GF & $NR = \frac{3}{4}\frac{EG^2}{YG}$. Unde his valoribus substitutis erit $GH = \frac{GF.\ NG\ YG}{EG^2}$.

§. XXV.

Ex meâ vero constructione fundata in Bernoullianâ, Fig. III. est $GH = \frac{GI.\ YG}{EG}$ ob triangula similia EGI, & YGH; lineæ enim EI & YH sunt paralellæ. Ducatur EF, erit ea

paralella lineæ NL, bisecat enim LN arcum AF, unde cum N sit centrum illius arcus, erit arcus AL mensura anguli ANL; cum vero sit NA = NE erit punctum E in peripheria ejusdem circuli & inde anguli AEF mensura erit dimidius arcus AF, id est, arcus AL; est ergo angulus ANL = angulo AEF, adeoque linea NI paralella lineæ EF; sunt ergo triangula NGI & EGF similia, quocirca erit $GI = \frac{GF \cdot NG}{EG}$ quod substitutum in superiore æquatione loco GI, proveniet $GH = \frac{GF \cdot NG \cdot YG}{EG^2}$. Cum itaque in figuris III. & IV. punctis respondentibus eædem appositæ sint literæ, erit GH in figura III. eadem cum GH in figura IV. ideoque punctum H idem quoque erit in utraque figura. Unde concluditur illud à me recte esse determinatum.

§. XXVI.

Determinati ergo sunt duo centrorum limites, nempe puncta G & H, inter quæ assumendum est illud quod quæritur centrum cujus respectu mali in navibus collocentur. Propius vero versus punctum H quam versus G sumendum illud est, cum deviationes navium sæpius sint infra angulum 45 graduum, quam eum superent. Est autem inter puncta G & H punctum I jam determinatum, quod observo semper propius esse puncto H quam puncto G; distantia enim HI se habet ad distantiam GI ut EY ad EG, id est, cum EY sit æqualis EN, erit illa ratio ut EN ad EG quæ est semper minoris inæqualitatis. Unde autumo si illud centrum quæsitum in circa in puncto I assumatur, haud multum à scopo aberratum iri; nam præterquam quod puncto H propius sit quam puncto G, idem deprehenditur cum eo quod inveniretur, si latera AF & DF tanquam lineæ rectæ considerentur, quodque centrum jam determinatum est: punctum enim I hîc determinabitur bisecando latus alterutrum AF & ex bisectionis

nis puncto L in AF normalem erigendo, punctum enim in quo est concursus linearum LN & spinæ FM, erit istud punctnm I. Facillime ergo inveniri poterit punctum istud in posterum pro centro habendum.

§. XXVII.

Manifestum ergo est, me non monente vim velorum versus proram multomajorem fore, quam ad puppim, cum centrum I semper in prora navis reperiatur. Si itaque in nave unicus tantum erigendus sit malus, ille ponetur in puncto isto I. Si duo mali, unus ex una parte puncti I, alter ex altera parte, in talibus distantiis ab I quæ sint reciproce ut vires quas à vento excipiunt. Eodem modo se res habebit si plures mali in nave sint erigendi. Atque sic locus malorum optimus & utilissimus est indigitatus. Restat ad hoc Caput plane absolvendum, ut addam qualem angulum cum horisonte, mali constituere debeant.

§. XXVIII.

Cum mali verticales ventum ad angulos rectos excipiant, si nimirum linea venti in planum velorum perpendicularis est, quæ est vis maxima venti, utpote quæ crescit in duplicata ratione sinus anguli incidentiæ cæteris paribus, utique mali maxima vi navem propellendi gaudebunt, absque longa igitur disquisitione mali ita sunt constituendi, ut cum navis in pleno motu fuerit, mali tum sint verticales. Cum itaque detur angulus ad quem navis inclinari debeat, mali ab initio versus puppim angulo isto inclinari debent, ut cum navis plene moveatur, proraque ad datum angulum submergatur, mali tum fiant verticales, verum cum funes versus puppim à vi quam à vento sustinere debent extendantur magis, unde fit ut mali protinus ad proram inclinent, cui autem facile, ut & aliis quæ hîc impedimentum quoddam creare possint, intelligentes Naupegi, mederi poterunt.

CAPUT ALTERUM.

De altitudine malorum, seu quantitate virium navem propellentium.

§. XXIX.

SI navis à vento vela inflante propellitur, duplicem in navem exerceri vim experientiâ constat. Unam qua navis promoveatur, alteram vero qua navis inclinetur versus proram seu qua prora profundiùs immergitur. Prioris effectus gratia vela adhibentur, ne operoso remigando navis propelli debeat. Posterior effectus merum est incommodum in navigationibus, cum propter illum vis impellens non pro lubitu augeri queat, ne prora prorsus aut saltem tantum quam sine periculo nequit immergatur.

§. XXX.

Huic autem incommodo obviam eundo, & navem extra omne periculum ponendo, tanta velorum copia est admittenda quæ faciat ut navis ad certum aliquem & fixum gradum inclinetur quo sit & perseverare possit sine ullo discrimine, cum proinde ista navis inclinatio non solum à velorum quantitate, verum etiam & præcipuè à loco applicationis & latitudine velorum dependeat, determinandus est inter omnes illos casus quibus navis ad datum gradum seu ad datum inclinationis angulum inclinetur, ille qui navem celerrimè promovet, seu qui velorum maximam admittit copiam; hoc enim casu, palam est fore ut navis quantum absque periculo potest celerrime promoveatur.

§. XXXI.

Cum itaque proponatur angulus inclinationis ſeu ille angulus, quem conſtituere debent ea in nave cum linea verticali, quæ nave quieſcente in ipſa verticali fuere, oportet ut determinetur quantitas velorum quæ malis applicata, navi ad propoſitum angulum inclinandæ præciſe par ſit. Verum ad vis iſtius quantitatem determinandam, quum quælibet venti vis duplicem in navem exerat effectum, neceſſe eſt ut primum inquiramus quanta vis venti portio navi promovendæ deſtinata ſit & quanta navi inclinandæ. Hoc autem ut inveniam, ſequenti modo ratiocinor.

§. XXXII.

Primo, cum prævideam reſiſtentiam aquæ ad iſtum effectum multum conferre, ponam aquam navi plane nullam reſiſtentiam opponere, ſed navem liberrime tranſmittere, manente tamen eâdem aquæ gravitate. Patet in hac hypotheſi nullam venti portionem in nave inclinanda conſumi, ſed totam venti vim navi propellendæ inſervire; ponamus enim navem aliquantulum tantùm inclinari, ſcilicet ex ordinario ſitu quo centrum gravitatis ad infima quæ poteſt deſcendit, detorqueri, patet navem hoc in ſitu permanere non poſſe utcunque celeriter navis deferatur; navis enim cum in ſitu iſto non naturali perſeverare nequeat, rurſus in naturalem reverti conabitur; quod duplici modo fieri poterit, vel ſi mali retrocedant & ita proram rurſus ex aqua extollent, donec ſitus naturalis obtineatur, vel autem ſi navis ipſa celerius quam mali progrediendo ex ſitu coacto erumpat & ita ſeſe reſtituat; prius fieri nequit cum ventus malos regredi non permittat, poſterius navis facillimè peraget, cum nullam inveniat reſiſtentiam, quæ reſtitutionem iſtam impedire poſſet, & ita navis hoc modo in aqua non reſiſtente progrediendo plane non inclinabitur quantacunque venti

vis adhibeatur adeoque tota vis, quam ventus in vela exerit, in nave promovenda insumetur, & nulla in nave inclinanda.

§. XXXIII.

Transeo jam ad alterum extremum & suppono aquam navi infinitam resistentiam facere, scilicet concipi potest aqua in glaciem durissimam conversa, cavitas autem cui insistit navis politissima, hoc modo enim fiet ut navis promoveri nequeat ob resistentiam respectu aquæ resistentiam infinitam, attamen inclinari poterit navis; motui enim inclinationis non resistetur ob superficiem glaciei perfectè lævigatam. Expansis itaque velis patet totam venti vim in nave inclinanda occupatam fore.

§. XXXIV.

Hisce duobus extremis consideratis, pervenio ad aquam naturaliter consistentem, quæ est tanquam medium inter duo extrema ista; nec enim plane nullam obvertit navi resistentiam nec infinitam, unde jam palam esse potest, cum ab utroque extremorum aqua aliquid participet, venti vim & navem propellere debere & navem quoque inclinare. Perpendendum ergo est quanta vis venti portio in promovenda, & quanta in inclinanda nave occupetur, quæ duæ portiones totam vim venti adæquare debent, cum effectus suos secundum easdem directiones edant. Est itaque vis venti navem propellens aucta vi venti navem inclinante æqualis totæ venti vi.

§. XXXV.

Si effectus venti aliter consideretur, patet partem potentiæ venti consumi in superanda resistentia aquæ, atque partem in promovenda nave; quæ duæ partes, cum effectus suos quoque secundum eandem directionem edant, simul sumptæ totam venti vim adæquant. Comparando ergo istam distributionem cum eâ quam in §. præcedente

instituimus, inveniemus, summam virium venti ejus quæ navem inclinat & ejus quæ navem promovet, æqualem esse summæ virium venti ejus quæ aquæ resistentiam superat & ejus quæ navem promovet; demta ex hac æquatione utrinque vi navem propellente, emerget vim venti resistentiam aquæ superantis æqualem esse vi venti navem inclinantis. Atque ita patet quanta vis ad inclinadam navem impendatur, nempe tanta, quanta superandæ resistentiæ aquæ par est. Cum ergo sit resistentia navis in duplicata ratione celeritatis ejus, erit quoque vis superandæ resistentiæ destinata, & hinc quoque vis navem inclinans erit in duplicata ratione celeritatis navis; quo celerius ergo navis procedit, eo magis quoque navis inclinabitur, & in ipso motus initio cum celeritas navis adhuc est infinite parva, erit quoque vis navem inclinans infinite parva, & crescente navis celeritate angulus inclinationis augmentabitur.

§. XXXVI.

Quemadmodum corpora cadentia paulatim majorem acquirant celeritatem à vi gravitatis continuo ea ad descensum sollicitante nec illis subito celeritas ea quam tandem acquirunt communicatur & sicut lignum torrenti injectum ab initio infinite parvam quidem habet celeritatem, eo vero continuo augetur, sic quoque vento vela impellente ab initio navis celeritas est infinite parva, crescit autem ea continuo, donec tandem tantam acquirat celeritatem quæ ulterius augeri nequit, si enim aqua nullam opponeret navi resistentiam, tandem navis acquireret celeritatem æqualem celeritati venti, resistente autem aquâ celeritatem tandem post tempus infinitum quidem acquiret navis minorem venti celeritate, tanto scilicet minorem ut ventus celeritate residuâ vela petens præcisè superandæ resistentiæ par sit. Dico post tempus demum infinitum, sed jam post aliquantum temporis spatium, tantam acquirit navis celeritatem quæ sensibiliter ulteriùs non crescit.



§. XXXVII.

Cum ergo navis motu accelerato procedat, resistentiæ quoque crescit & tunc vis superandæ resistentiæ destinata etiam crescit; & proinde quoque vis navem inclinans, ut adeo angulus inclinationis continuo crescat donec tandem cum navis celeritas eadem permanserit, immutatus remaneat; nave autem uniformiter procedente, tota vis vela propellens in superanda aquæ resistentia consumitur, & tunc quoque tota venti vis, cum navis celeritas maxima fuerit, in inclinanda nave consumetur.

§. XXXVIII.

Cum autem proponatur angulus ad quem navis inclinari debet, procul dubio hic angulus maximus esse debet eorum ad quos navis inclinatur, seu debet esse angulus inclinationis cum navis fuerit in pleno motu; si enim isti angulo æqualis fieret inclinationis angulus mox ab initio motus, tum angulus inclinationis protinus cresceret, & tandem multo fieret major ac erat propositum; maximum ergo inclinationis angulum inposterum pro cognito habebimus, nempe eo dato investigabimus quantitatem vis à vento mutuandæ quæ navi tandem ad propositum angulum inclinandum par sit, seu cum iste angulus dein idem permaneat, requiritur vis quæ navem ad hunc usque angulum inclinatam conservare possit.

§. XXXIX.

Ut istud commodius detegam, unicum tantum malum navi infixum supponam, & in ejus puncto aliquo, circa quod quaqua versum vela & proinde vis venti æqualiter sunt dispersa, totam venti vim admittendam congregatam considerabo, quod punctum ergo instar centri communis velorum, quemadmodum in posterum quoque vocabitur, erit. Quo autem facilius vim ad navem ad propositum angulum inclinandum requisitam inve-

niam loco venti pondus in computum ducam, quod in eodem centro communi velorum applicatum ponam, atque malum horifontaliter, quod ope trochleæ fieri poterit, trahens, atque fic determinandum eft pondus, quod navi ad datum angulum inclinandum par fit, quo facto poftmodum tradam methodum vim venti cum ponderibus comparandi, ut loco ponderis inventi, ventum rurfus incomputum introducam, atque fic determinem quantum virium à vento excipiendum fit ut navis ad propofitum angulum inclinetur.

§. XL.

Cum autem jam notum fit quantum virium inclinationi navis deftinatum fit, proinde navem tanquam quiefcentem confiderare potero, feu quod eodem redit, aquam tanquam in glaciem congelatam confiderabo, ita tamen lævigatam ut navis in cavitate fua liberrimè abfque ulla ftrictione inclinari & reclinari poffit; hoc enim modo navis tanquam in medio infinite refiftente conftituta erit confiderata, & proinde ea vis fola, quæ inclinandæ navi infervit in centro velorum applicata navem eodem modo inclinabit, ac fi navis in aqua naturali proceffferit. Hic ergo quoque, ubi loco venti pondus in computum duco, navem eodem modo collocatam in glacie contemplabor, & indagabo pondus quod navem ad propofitum angulum inclinare poffit.

§. XLI.

Non fufficit autem ad pondus quæfitum inveniendum proponere angulum inclinationis; fed præterea requiritur ut cognofcatur figura navis, pondus atque locum centri gravitatis ejus. Quod ad pondus navis & locum centri gravitatis attinet, ea generaliter tractabo ut ad quoflibet fpeciales cafus applicari poffint; per pondus navis autem non intelligo pondus navis vacuæ fed oneratæ, & eodem modo centrum gravitatis oneratæ navis intelligo. Quod autem ad figuram navis, fpinam ejus tanquam in

arcum circularem curvatam concipio, modo ea ejus pars sit arcus circuli, quæ in aquam intrat; sufficit hujus curvaturæ radius in computum ducetur, seu potius distantia centri curvaturæ spinæ à centro navis gravitatis. Si spinæ curvedo non exactè sit circularis non multum refert, sed pro ea curvatura assumenda est curvatura circularis ad eam quam proxime accedens.

§. XLII.

Fig. V. His positis sit AMHNB navis seu potius ejus spina, B prora & A puppis, MN superficies aquæ: sitque navis ita inclinata ut linea *mr*, quæ in statu quietis navis in horisontem perpendicularis fuerat cum verticali *rn*, nunc faciat angulum *mrn*. Sit C centrum gravitatis totius navis, & G centrum arcus AMNB, seu si arcus AMNB non fuerit exacte circularis, G est centrum arcus circularis curvaturæ spinæ proxime æqualis seu talis arcus qui transit per puncta M & N, & segmentum sub chorda MN comprehendit, æquale ipsi MHN; GH est linea verticalis in isto navis situ quæ erit in MN normalis & proinde eam quoque ut & arcum MHN bisecat. GC est distantia centri gravitatis C à centro curvaturæ G. EF est malus verticalis in quo sit F centrum commune velorum, in isto puncto loco venti sit applicatum pondus P, quod circa trochleam R malum secundum directionem horisontalem FR trahit, quærendum est quantum debeat esse pondus P quod navem in ista positione conservare possit.

§. XLIII.

In situ navis naturali descendit centrum gravitatis C ad locum, quam possibile est infimum. Patet autem cum semper æqualis arcus MHN sub linea MN seu superficie aquæ contineatur, centrum C gravitatis magis descendere non posse quam cum sit in ipsa verticali GH; cum enim distantia GC semper eadem maneat & punctum

tum G immutatum quoque ſit, totam navis molem in C congregatam concipiendo, manifeſtum eſt pendulum GC quieſcere non poſſe niſi ſit punctum C in linea verticali GH. Linea ergo GC fuit in ſtatu quietis verticalis, unde angulus CGH erit angulus inclinationis navis & proinde æqualis angulo *mrn*.

§. XLIV.

Ut autem inveniam quantitatem ponderis P quod cum nave in iſto ſitu non naturali in æquilibrio conſiſtat, pono pondus P aliquantulum deſcendere per lineolam infinite parvam P*p*, cum navis progredi non poſſe ſupponitur ob aquam in glaciem mutatam, in ſua cavitate circa centrum cavitatis G aliquantulum vertetur ut ex ſitu AMHNB in ſitum, *a*MHN*b* veniat, & malus EF in *ef*; ita ut ſit F*f* = P*p*. Centrum gravitatis C perveniet in *c*, ita ut ducta G*c* angulus CG*c* æqualis ſit angulo FE*f*. Ex *c* demittatur verticalis, *cd*, horiſontali per C tranſeunti in *d* occurrens, aſcendit centrum gravitatis navis per altitudinem *cd*, triangulum autem C*cd* ſimile erit triangulo *rmn*, nam quia linea *cd* paralella eſt lineæ GH, erit ſumma angulorum G*cd* & HG*c* æqualis duobus rectis; angulus vero C*c*G eſt rectus, ergo angulus C*cd* plus angulo *c*GH conſtituit unum rectum; cum autem triangulum C*cd* in *d*, ſit rectangulum, erit ſumma angulorum C*cd* & *c*C*d* quoque recto æqualis, unde erit angulus *c*C*d* æqualis angulo HG*c*, ſeu cum nonniſi infiniteſima parte differant angulo CGH, ſeu angulo *mrn*; præterea anguli *d* & *n* æquales ſunt, quia uterque rectus eſt, unde triangula *rmn* & C*cd* ſunt ſimilia.

§. XLV.

Sed notum eſt ex Mechanica, duo pondera utcunque ſita ſeſe in æquilibrio conſervare cum vel tantillum mutata eorum poſitione, aſſenſus centri gravitatis unius ſe habeat ad deſcenſum centri gravitatis alterius reciprocè,

ut pondus prioris ad pondus posterioris, seu directè, ut pondus posterioris ad pondus prioris. Hoc applicando in nostro exemplo, cum navis & pondus P se quoque in æquilibrio servare debeant, erit pondus navis quod Q vocabitur, ad pondus P ut descensus hujus Pp, ad ascensum centri gravitatis navis cd, unde erit $P. Pp = Q. cd.$ seu ob $Pp = Ff$ erit $P. Ff = Q. cd.$

§. XLVI.

Quia autem angulus FEf æqualis est angulo CGc, & angulus EFf est rectus ob EF verticalem & FR horisontalem, erunt triangula GCc & EFf similia adeoque $Ff: EF = Cc: CG$ unde $Ff = \frac{EF. Cc}{CG}$ consequenter $P. EF. Cc = Q. CG. cd.$ seu $P = \frac{Q. CG. cd}{EF. Cc}$ verum ob triangula rmn, Ccd similia, est $Cc: cd = rm: mn$, id est, ut sinus totus ad sinum anguli inclinationis, quæ ratio cum sit proposita, ponatur, ea ut $1: s$ erit $P = \frac{Q. CG. s}{EF}$. Sit distantia centri gravitatis C à centro curvaturæ spinæ G, nempe $CG = b$, EF, quæ est dimidia mali altitudo cum sit F centrum velorum, & vela supponantur ubique ejusdem latitudinis, ponatur autem tota mali altitudo (mali scilicet unius, cui, si plures sint navi inserendi, æquipollere debent) quæ hîc nobis determinanda proponitur, æqualis, z. erit ergo $EF = \frac{1}{2} z$, & habebitur $P = \frac{2Qbs}{z}$.

§. XLVII.

Determinatum ergo est pondus P, quod navem in dato inclinationis angulo conservare potest; huic ponderi æquivalere debet. vis à vento excipienda: ad hanc ergo quoque definitionem necesse est ut primum inquiram in rationem quam vis venti ad pondera habeat, seu ut vim

venti in ponderibus exprimam. Hoc quidem experientia inſtitui poſſet, verum etiam à priori ex theoria proportionem deduci poſſe monſtrabo. Experientia hoc ſequenti modo fieri poteſt. Fiat malus utcunque brevis AH circa punctum A mobilis, huic ſit alligatum velum planum EH, quod vento exponatur, qui ſecundum directionem RF in illud impingat, malumque circa polum A rotari conetur; applicetur autem in puncto F centro veli, funiculus FR qui circa trochleam R trahatur à pondere P ita ut malus ab iſto pondere retrahatur, determinetur autem experientiâ pondus P ei addendo vel ſubtrahendo donec malus in ſitu verticali conſervetur, & tum erit pondus P quod vento iſtud velum EH inflanti æquipollet, & cum innotuerit capacitas veli & celeritas venti, ex inde facile comparatio in aliis venti celeritatibus & aliis velis vel majoribus vel minoribus inſtitui poterit. Fig. V

§. XLVIII.

Generaliter autem ratio inter vim venti & pondera à priori ex theoria hoc modo innoteſcere poterit, ut generalius rem complectar, abſtraham à vento ſeu aëre & ejus loco quodlibet fluidum contemplabor, ejuſque percuſſiones cum ponderibus comparare tentabo. Sit vas cylindricum EADBF, iſto fluido uſque in EF repletum, baſis autem ACBD ſit horiſontalis, patet, fundum iſtud premi à fluido incumbente, ita ut perforato ubivis hoc fundo, fluidum tanta celeritate effflueret quantam acquirere poteſt corpus cadendo ex altitudine FB. Quemadmodum Clar. Hermannus in ſuis annexis ad Phoronomiam, Celeberrimo Bernoullio ſuppeditante, primus publice demonſtravit, fundum ergo ſuſtinet preſſionem fluidi ferendo, idem ac ſi idem fluidum ea celeritate qua efflueret per foramen, in illud impingeret. Fig VII.

§. XLIX.

Demonſtravit autem modo citatus acutiſſimus Ber-

noulli apud Michelottum in Libro *De separatione fluidorum*, fluidum per foramen effluens dimidiæ saltem densitatis censendum esse, ejus quam in vase habebat; inter duos enim globulos seu atomos fluidi effluentis contineri tantundem vacui, ita ut globuli quæ in vase contigui fuerant; in egressu separentur, ita ut in æquali spatio saltem dimidium contineatur fluidi in exitu ex foramine, quam ejus in vase, unde rationem reddit celebris phænomeni de contractione fili fluidi ex vase erumpente. Hoc ergo in nostro casu applicato, dicendum est fundum vasis ferendo pressionem fluidi in vase contenti, idem sustinere ac si fluidum duplo rarius celeritate, æquali ei quam grave ex altitudine FB descendendo acquirere potest, in id irrueret.

§. L.

Habeo ergo rationem seu proportionem inter pondera & vim percussionis fluidorum; ex hisce enim concluditur, cum fluidum quodvis celeritate quacumque in planum directè seu perpendiculariter irruit, planum idem sustinere ac si in situ horisontali positum sufferret pressionem fluidi duplo densioris & altitudinis tantæ, ex qua grave cadendo celeritatem æqualem celeritati fluidi allabentis aquirere potest: cum ergo innotuerit pondus hujus fluidi duplo densioris baseos æqualis plano dato & altitudinis dictæ, habebitur pondus vi fluidi illius allabentis æquivalens.

§. LI.

Applicetur hoc ad ventum, & patebit vela ventum directe excipiendo idem sustinere ac si in situ horisontali posita perferrent pressionem fluidi quod aëre duplo densius est, & altitudinis ex qua grave cadendo acquirere potest celeritatem æqualem celeritati venti. Sit v celeritas venti ea scilicet qua vela petit seu celeritas respectiva. Experientia autem constat grave ex altitudine 15 pedum

Rhenanorum descendendo celeritatem adipisci qua cum tempore unius minuti secundi percurrere possit 30 pedes, ut celeritatem venti v, exeffectu seu spatio percurso dato tempore metiamur, designet v numerum pedum Rhenanorum quos tempore unius minuti secundi percurrere potest.

§. LII.

Cum altitudines in descensu corporum sint ut quadrata celeritatum acquisitarum, & corpus ex altitudine 15 pedum descendendo acquirat celeritatem ut 30 fiat ut 900 quadratum ipsius 30 ad vv quadratum celeritatis venti respectivæ, ita 15 pedes ad $\frac{15\,vv}{900} = \frac{vv}{60}$ ped. quæ est altitudo ex qua corpus cadendo acquirere potest celeritatem æqualem celeritati venti v.

§. LIII.

Habeo itaque altitudinem illius fluidi quod suo pondere æquivalet vi venti. Basis erit superficies velorum; est autem eorum longitudo quæ eadem est cum altitudine mali, jam posita æqualis z. Sit præterea latitudo velorum $= a$, erit ergo basis illa æqualis az. Sunt autem a & z etiam in pedibus Romanis exprimenda cum v jam sit ita expressa, erit ergo moles fluidi illius suo pondere æquivalentis vi venti $= \frac{azvv}{60}$ pedibus cubicis.

§. LIV.

Restat ergo ad pondus vi percussivæ venti æquipollens inveniendum, ut gravitatem fluidi illius inquiramus; quia autem fluidum illud duplo densius ponitur quam aer, erit etiam duplo gravius, unde cum pes cubicus aeris ponderet quam proxime $\frac{1}{12}$ libræ, ponderabit pes cubicus illius fluidi $\frac{1}{6}$ libræ, unde $\frac{azvv}{60}$ pedes cubici ponde-

re æquabunt $\frac{azvv}{360}$ libras, & hoc eſt pondus, quod trahendo eundem effectum præſtare valet ac ventus celeritatē ut v vela impellente; hoc ergo pondus æquale ponendum eſt ponderi P. quod quoque loco vis venti poſitum fuit, & erit $P = \frac{azvv}{360}$.

§. LV.

Inventum autem fuerat §. 46. $P = \frac{2Qbs}{z}$. Unde erit $\frac{2Qbs}{z} = \frac{azvv}{360}$, ſeu $azzvv = 720Qbs$. Ut autem perfecta reperiatur uniformitas, b in pedibus quoque Romanis & Q in libris exprimenda ſunt. Nempe diſtantia centri gravitatis à centro curvaturæ in pedibus, & pondus navis in libris, ut omnia ad eandem referantur unitatem, æquatio autem ad hanc reducetur extrahendo utrinque radicem quadratam, $zv = 12\sqrt{\frac{5Qbs}{a}}$ unde invenitur $z = \frac{12}{v}\sqrt{\frac{5Qbs}{a}}$.

§. LVI.

En ergo jam æquationem, ex qua altitudo quæſita malorum z determinari poteſt. Datis primo pondere navis Q in libris. Secundo diſtantia b centri curvaturæ ſpinæ à centro gravitatis navis in pedibus. Tertio latitudine velorum ſeu longitudine antennarum quæ ubique eadem ſupponitur a, in pedibus quoque. Et quarto celeritate venti relativa, nempe ea qua navem petit; cum enim navis quoque celeritatem habeat, aer ſua celeritate in navem impingere nequit, ſed vela petit celeritate, qua celeritas venti celeritatem navis excedit; hæc autem velocitas v exprimenda eſt in pedibus itidem Rhenanis, ſcilicet indigitat ea quot pedes ventus uno minuto ſecundo

emetiatur celeritate refpectiva, prætereà angulus inclinationis nempe finus ejus s exiftente finu toto $= 1$ per fe datus eft. Et fic altitudo mali z determinari poterit.

§. LVII.

Notandum eft in expreffione mali z refiftentiam aquæ non in computum venire, & hinc eo facilius erit altitudinem mali fupputare. Cum autem requiratur vis venti cum navis jam fuerit in pleno, motu à celeritate venti detrahenda eft celeritas navis & habebitur celeritas v; & hinc mirum non eft quod refiftentia aquæ non in computum inçat; ejus enim loco introducta eft celeritas refpectiva v. Ad hanc enim determinandam data venti celeritate, requiritur navis celeritas, ad cujus cognitionem utique refiftentia aquæ & partes navis in quas aqua impingit in computum duci debent.

§. LVIII.

Cum autem difficile fit data venti celeritate navis celeritatem prævidere ut celeritas venti refpectiva haberi poffit, quæ in expreffione altitudinis mali cognita effe debet, neceffe eft ut methodum tradam navis celeritatem quovis peracto fpatio inveniendi. Sufficeret equidem celeritatem navis maximam feu eam quam acquirit fpatio infinito percurfo indicaffe, cum v fit celeritas venti refpectiva, cum navis maximam jam acquifierit celeritatem. Verum cum hîc commoda offeratur occafio, & celeritas navis maxima exinde facillime inveniri queat, modum inveniendi navis celeritatem quovis peracto fpatio, hîc in medium proferam; ex eo enim legem accelerationis navis videre erit, & cum naves non quidem infinitum fpatium percurrere debeant, ut uniformiter procedant, fed aliquanto fpatio perverfo jam tantam acquirunt celeritatem quæ fenfibiliter poftmodum non crefcit, patebit quoque quantum fpatium navis percurrere debeat, ut fenfibiliter uniformi motu procedat.

§. LIX.

Ad hoc vero inveniendum necesse est ut resistentia aquæ in computum ducatur. Quia autem navium figura talis non est quæ nave in aquâ motâ, aquam normaliter percutiat, sed oblique & in uno loco obliquius quam alio, aquæ resistentiam patiatur. Non ergo pro ratione superficiei navis aquam stringentis resistentiam metiri licet, cum ea quoque in alio deviationis angulo alia sit, ad huic inconvenienti occurrendum assumam aliquod planum quod aquam ea qua navis movetur celeritate, normaliter feriendo, eandem cum nave resistentiam subeat. Hoc modo enim facilius erit resistentiam navis contemplari, cum angulus incidentiæ supponatur semper rectus, & spatium aquam feriens constans, nonnisi ergo ad celeritatem qua in aquam impingit attendendum erit.

§. LX.

Pro hoc autem plano eandem cum nave resistentiam patiente absque sensibili errore assumi posse video sectionem navis transversalem maximam, ejus scilicet navis partis quæ in aqua degit, hæc quidem cum navis secundum spinæ directionem movetur aquam normaliter feriendo, multo majorem sufferret resistentiam quam navis, & hinc istam sectionem pro illo plano assumendo in excessu peccaretur, verum nave obliquè motâ, resistentia ejus quoque augetur atque cum prora navis profundius submergitur superficies navis aquam findens incrementum accipit, unde resistentia quoque augebitur, præcipuè cum gubernaculo utuntur. Quocirca resistentia, quam sectio illa transversalis aquam normaliter feriendo major vixerit, nisi planè sit æqualis aut aliquantulum minor, quam resistentia navis. Et proindè sectio illa transversalis maxima non totius navis sed saltem partis ejus aquæ immersæ, pro plano eandem cum nave resistentiam patiente absque sensibili errore accipi poterit.

§. LXI.

§. LXI.

Sit itaque ista sectio æqualis ff, est autem ff exprimenda in pedibus quadratis, sit præterea altitudo parallelepipedi cujus basis est ff quod capacitate seu mole partem navis sub aqua mersam adæquat $= h$, quæ altitudo etiam in pedibus est exprimenda, cum comparanda sit cum latitudine velorum & altitudine eorundem quæ in pedibus exprimuntur. Erit ergo moles partis navis aquæ immersæ æqualis hff pedibus cubicis, erit enim hff moles parallelepipedi illius quod partem navis aquæ mersam adæquat.

§. LXII.

Ponatur materia navis ejusque onus per omnes partes navis æqualiter dispersa, ut navis tanquam corpus homogeneum considerari possit, ejusdem nempe ubique densitatis, immutato tamen ejus pondere sit ratio istius navis densitatis ad densitatem aquæ ut K ad m, & ad densitatem aeris ut K ad n. Erit ergo pars navis aquæ immersa quoad massam ut $Khff$. Totius vero navis massa cum ut homogenea consideretur, se habet ad partem navis submersam ut densitas aquæ m ad densitatem navis K; erit ergo massa totius navis ut $mhff$. Hisce positis sic ad cognitionem celeritatis navis pervenio.

§. LXIII.

Sit navis jam in motu, & percurrerit spatium y pedum; sit ejus celeritas tum acquisita $= v$, indicat nempe v numerum pedum quos corpus celeritate v motu uniformi minuto secundo percurre potest, sit celeritas venti $= c$ eodem modo c exprimetur per numerum pedum quos ventus uno minuto secundo absolvere potest, unde venti celeritas respectiva erit $= c - v$. Est autem capacitas velorum $= az$ & spatium seu planum quod in aquam impingit, & resistentiam excipit $= ff$.

E

§. LXIV.

Promoveatur navis per distantiam infinite parvam, nempe per elementum spatii descripti *y*. Scilicet per *dy* & quæratur acceleratio dum navis per *dy* promovetur. Patitur autem interea navis impulsum à vento, quo navis acceleretur, retardatur vero etiam à resistentia aquæ. Est ergo ab incremento celeritatis à vento generato subtrahendum decrementum celeritatis à resistentia aquæ productum. Et habebitur elementum seu incrementum celeritatis navis dum per spatiolum *dy* pergit.

§. LXV.

Quia aer celeritate *c*, quæ major est navis celeritate, promovetur, impetus fit ab aere in vela & inde navis celeritas augetur, istud vero incrementum celeritatis ex lege communicationis motus in collisione corporum inveniri potest, cum corpora sunt elastica, aer enim & vela uti & deinceps aqua & partes navis in aquam irruentes tanquam corpora elastica sunt consideranda, si non integra tamen particulæ eorum minimæ ex quibus sunt conflata, cum enim nave semel mota, vela æqualiter semper expansa supponantur, & navis figura immutata quoque maneat, necesse est ut vela & superficies navis si eorum figura ab aere impingente & aqua resistente aliquo modo immutetur, tamen sese statim restituant, & ita pro elasticis haberi queant.

§. LXVI.

Aerem ad hoc contemplor ut congeriem globulorum infinite parvorum quorum diameter æqualis sit elemento quo navis promovetur nempe ipsi *dy*, tanta ergo copia hujusmodi globulorum, quantum vela capere possunt celeritate *c*, impinget in vela celeritate *v*, pergentia. Datis ergo mole navis & mole aeris in vela irruentis, celeritas navis post conflictum reperietur, si scilicet dum navis per

dy fertur resistentia aquæ tolleretur abs qua si dematur pristina celeritas seu ea quam habebat dum esset in procinctu per dy promoveri, remanebit elementum celeritatis, quod per spatiolum dy navis acquireret, demta resistentia aquæ.

§. LXVII.

Constat autem ex regulis communicationis motus, si corpus A incurrat celeritate ut & in corpus B celeritate b motum, tum fore post conflictum celeritatem corporis B æqualem, $\frac{2A\& + \overline{B - A}.b}{A + B}$ ut hoc ad nostrum casum applicem & A massa aeris incidentis, hæc autem massa est ut volumen ductum in densitatem aeris quam posueram, ut n, volumen autem aeris incidentis; erit aerea lamina crassitiei $= dy$ & tanta quanta velis implendis sufficit, velorum superficies ventum excipiens est $= az$ & inde volumen aeris impingentis erit $azdy$, consequenter massa aeris impingentis est $nazdy$, hic valor loco A est substituendus.

§. LXVIII.

Pro & autem celeritate corporis A ponetur c, celeritas venti & pro corpore B ponenda erit totius navis massa quippe quæ à vento propellitur, erit ergo $B = mhff$, etenim §. 62. inventum fuit massam navis æquari $mhff$, loco autem celeritatis b poni debet v celeritas navis. His valoribus substitutis reperietur celeritas navis post conflictum $= \frac{2naczdy + mhffv - nazvdy}{nazdy + mhff}$ ab hac celeritate si detrahatur ea ante conflictum, nempe v reperietur incrementum celeritatis per spatiolum dy, ab impulsu venti productum nempe $\frac{2naczdy - 2navzdy}{nazdy + mhff}$. Cum autem sit in denominatione $nazdy$ respectu $mhff$ infinite parvum, eva-

nescet illud & denominator erit solum $mhff$; erit ergo incrementum celeritatis à vento ortum $= \frac{\overline{c - v}. 2nazdy}{mhff}$.

§. LXIX.

Hoc est ergo incrementum celeritatis à vi venti productum; inveniendum restat decrementum celeritatis à vi resistentiæ aquæ effectum. Hoc eodem quoque modo arguendo innotescet, supponam nimirum aquam consistere ex globulis, quorum diameter sit $= dy$, patet cum navis per dy movetur, in tot navem impingere globulos, idque normaliter ad directionem motus navis, quot planum ff capere potest; suppono enim, cum ut jam ostensum est eodem redeat, navem eandem pati resistentiam, quam suffert planum ff directè aquam eadem celeritate percutiendo. Erit ergo volumen aquæ in quod navis impingit $= ffdy$, quod ductum in densitatem aquæ m, dabit massam illius aquæ; erit nempe ea $= mffdy$.

§. LXX.

Cum vero aqua quiescens supponatur, navis vero celeritate v procedens ex isto lemmate celeritas navis post conflictum elucescet posito quod per spatiolum dy, nihil à vento excipiat navis. Si corpus A celeritate & in corpus B quiescens impingat, erit post conflictum celeritas corporis A residua $= \frac{\overline{A - B}. \&}{A + B}$. Hic massa navis $mhff$ cum A est comparanda, ejus celeritas vero v, cum &, massa vero aquea resistens $mffdy$ cum B comparanda est; erit ergo celeritas navis residua post conflictum $=$ $\frac{mhffv - mffvdy}{mhff + mffdy}$ quæ si auferatur à celeritate navis v, ante conflictum habebitur decrementum celeritatis, quo navis celeritas per spatiolum dy pergendo à resistentia aquæ imminueretur, si non novum incrementum à vento accipe-

ret, erit nempe celeritas amiſſa per dy, $= \frac{2mffvdy}{mhff + mffdy}$ $=$ [evaneſcente, $mffdy$, reſpectu $mhff$] $\frac{2mffvdy}{mhff} = \frac{2vdy}{h}$.

§. LXXI.

Navis itaque pergendo per elementum dy, à vento accipit celeritatis elementum $\frac{\overline{c-v}\,2nazdy}{mhff}$. Amittit autem de ſua celeritate in ſuperatione reſiſtentiæ $\frac{2vdy}{h}$. Unde ſubtrahendo elementum retardationis motus navis ab elemento accelerationis, reperietur incrementum celeritatis navis v, dum per dy fertur, nempe $dv = \frac{\overline{c-v}.2nazdy}{mhff} - \frac{2vdy}{h} = \frac{\overline{c-v}.\ 2nazdy - 2nffvdy}{mhff}$.

§. LXXII.

Patet hinc incrementum celeritatis eſſe manente dy, conſtante, ut $\overline{c-v}.naz - mffv$, ſeu ut $naz.\ c-v.\overline{naz+mff}$ quo magis ergo creſcit celeritas navis v, eo magis decreſcit elementum celeritatis donec ſi fuerit $v = \frac{nacz}{naz + mff}$ tum celeritas ulterius non creſcat, ſed eadem maneat; eſt ergo hæc celeritas quam navis acquirere poteſt, maxima iiſdem manentibus celeritate venti, capacitate velorum & ſpatio reſiſtentiam aquæ excipiente, unde concluditur celeritatem navis maximam cæteris paribus eſſe ut celeritatem venti, eamque ſe habere ad venti celeritatem ut naz ad $naz + mff$. Quo magis ergo capacitas velorum augetur, eo magis quoque celeritas venti augebitur manente ſpatio ſeu plano ff eodem, & manente az capacitate velorum eadem ut & ff, celeritatem navis fore eandem, ſive vela ſint latiora, ſive arctiora, modo ejuſdem ſint capacitatis, hinc concluditur.

§. LXXIII.

Sic ergo inventa eſt celeritas navis maxima æqualis $\frac{nacz}{nz + mff}$ ad determinandum vero celeritatem navis quovis percurſo ſpatio, æquatio §. 71 inventa integranda eſt, ad hoc efficiendum eam ad hanc reduco $\frac{2dy}{mhff} = \frac{dv}{cnaz - v.\overline{naz + mff}} = \frac{-1}{naz + mff} \frac{-dv.\overline{naz + mff}}{cnaz - v.\overline{naz + mff}}$ hujus æquationis integrale per logarithmos habetur $\frac{2y}{mhff} = \frac{-1}{naz + mff} [\overline{lc.naz - v(naz + mff)} - lconſl.]$ Seu reducendo $\frac{2nazy + 2mffy}{mhff} = lconſl - \overline{lcnaz - v(naz + mff)}$ ad determinationem conſtantis ponatur $y = o$ & debet eſſe v æquari nihilo. Unde erit $lconſl = lcnaz$. Erit ergo $\frac{2nazy + 2mffy}{mhff} = lcnaz - \overline{lcnaz - v.(naz + mff.)}$

§. LXXIV.

Dicatur celeritas, qua celeritas v à celeritate, quam navis acquirere poteſt maxima, differt, u, erit $v = \frac{nacz}{naz + mff} - u$ hoc valore ſubſtituto loco v erit $\frac{2nazy + 2mffy}{mhff} = lcnaz - lu.\overline{naz + mff} = lc - lu + lnaz - \overline{lnaz + mff}$. Et hinc inveniri poterit diſtantia y; qua abſoluta corpus acquiſierit velocitatem utcunque parum à celeritate maxima differentem, ut haberi poſſit ſpatium quo percurſo celeritas navis abſque ſenſibili errore pro maxima haberi queat; determinatis vero literis in numeris, logarithmi eorum non Ulaquiani aut Briggiani aſſumi debent, ſed logarithmi hyperbolici qui habentur. Si logarithmi Ulaquii ducantur in 2.302585093 quam proxime.

§. LXXV.

Sed revertamur ad æquationem altitudinem mali z, exprimentem, cum ibi reperiaturquantitas v, quæ indicat celeritatem venti reſpectivam, cum navis promovetur celeritate maxima, invenietur ergo celeritas v. Si à celeritate venti c ſubtrahatur celeritas navis maxima nempe $\frac{nacz}{naz + mff}$; erit ergo $v = \frac{mcff}{naz + mff}$.

§. LXXVI.

Indigitas autem hîc c numerum pedum Romanorum quos ventus uno minuto ſecundo percurrere poteſt, nempe cum naves pro vehementioribus ventis, quippe quibus ſpirantibus naves in periculo eſſe poſſunt, inſtrui debeant, pro c poni poteſt ſpatium 80 uſque ad 100 pedum, quemadmodum experimentis à variis celebribus viris inſtitutis concludere licet, quod nempe venti vehementiſſimi tempore unius minuti ſecundi ſpatium 80 uſque ad 100 pedum abſolvant.

§. LXXVII.

Ponatur autem valor loco v inventus in æquatione §. 55 inventa $zv = 12 \sqrt{\frac{5Qbs}{a}}$, & habebitur $\frac{mcffz}{naz + mff} = 12 \sqrt{\frac{5Qbs}{a}}$ ex qua reperietur altitudo mali quæſita $z =$

$$\frac{12mff\sqrt{\frac{5Qbs}{a}}}{cmff - 12na\sqrt{\frac{5Qbs}{a}}}.$$

Hic ergo habemus æquationem perfectiſſimam, ex qua altitudo z in meris cognitis determinari poteſt, ſcilicet in pedibus.

§. LXXVIII.

Ulterius adhuc æquatio inventa reduci poteſt exter-

minando m & n; cum enim ſit m ad n ut denſitas aquæ ad denſitatem aeris *i. e.* quam proxime ut 800 ad 1. ponatur loco m 800, & loco n, unitas, & reperietur iſta æquatio $z =$

$$\frac{9600ff\sqrt{\frac{5Qbs}{a}}}{800cff - 12a\sqrt{\frac{5Qbs}{a}}} = \frac{2400ff\sqrt{\frac{5Qbs}{a}}}{200cff - 3a\sqrt{\frac{5Qbs}{a}}}$$ ſc. pedibus.

§. LXXIX.

Datis ergo in nave primo ſectione maxima tranſverſa portionis navis aquæ immerſæ ff in pedibus quadratis Rhenanis. Secundo diſtantia centri curvaturæ ſpinæ à centro gravitatis navis totius b in pedibus. Tertio latitudine velorum ſeu longitudine antennarum a itidem in pedibus Romanis. Quarto pondere totius navis Q in libris ut & quinto ſpatio c quod ventus minuto ſecundo percurrere poteſt in pedibus quoque, pro quo ab 80 ad 100 uſque pedes aſſumi poſſunt, hîc ego pro c ponam $36\sqrt{5}$ ut & numerator & denominator per $\sqrt{5}$ dividi queat.

§. LXXX.

Hoc poſito habebitur altitudo mali $z = \frac{800ff\sqrt{\frac{Qbs}{a}}}{2400ff - a\sqrt{\frac{Qbs}{a}}}$

$= \frac{800ff\sqrt{Qabs}}{400aff - a\sqrt{Q\cdot bs}}$ multiplicato & numeratore & denominatore per a, ex hac æquatione determinabitur altitudo quæſita z in pedibus Rhenanis; quæ altitudo cum inventa fuerit, ſi ſit major quam ut unicus malus tantus conſtrui poſſit, diſtribuenda ea erit in tot partes donec mali tanti haberi queant qui æquales ſunt illis partibus reſpectivè. Et ſic ex hac æquatione determinatur quoque numerus malorum. Hi vero mali ſic determinati navem inclinabunt ad tantum angulum cujus ſinus ſe habet ad ſinum totum ut s ad 1. Hæc ratio autem antea eſt aſſumenda & quidem talis ut angulus iſte ſit inter omnes illos angulos ad quos navis

navis absque periculo inclinari possit maximus, ut maxima quoque inveniatur vis propellens.

§. LXXXI.

Ex ista æquatione altitudinem mali definiente hæc consectaria deducere licet, quæ in fabricatione atque oneratione navium ut & confectione velorum magnum usum habere possunt, seu exinde concludi potest quomodo sint naves formandæ atque onerandæ quæcunque velis sit latitudo danda, ut maxima quam fieri potest, reperiatur vis ad navem ad propositum angulum inclinandam.

§. LXXXII.

Patet igitur primo statim quo major sit *b* distantia centri curvaturæ spinæ navis à centro gravitatis ejusdem, eo majorem quoque posse assumi altitudinem malorum, sive eo majorem à vento excipi posse vim. In oneratione ergo navium in id est attendendum ut centrum gravitatis in loco quo fieri potest infimo sit positum, quod obtinebitur, si merces specifice graviores in loco navis quoad fieri potest infimo collocentur, atque ut in usu est, carina gravi oneretur sabulo, unde fiet ut centrum commune gravitatis ad infimum locum descendat, adeoque distantiæ ejus à centro curvaturæ augeatur & proinde quoque vis venti admittenda.

§. LXXXIII.

Pro navibus vero fabricandis sequitur utilissimum esse quo spina minus incurvetur, ne quis autem putet hinc sequi optimum fore si spina fieret linea recta seu sectio navis secundum longitudinem rectangulum, spina enim quæ sub aqua continetur, continuus debet esse arcus circuli, sic autem esset composita ex tribus lineis rectis, unde hæc conclusio deduci nequit: cum itaque dico utilissimum esse promotioni navis, quo spina minus incurvetur, id ita est intelligendum quo longior sit navis seu quo longior sit spina, manente altitudine partis navis submer-

ſæ eadem, ſic enim diſtantia centri curvaturæ elongabitur magis, & proinde ejus diſtantia à centro gravitatis.

§. LXXXIV.

Si contra naves ita breves fiant, manente altitudine partis navis immerſæ eadem, ſeu ſpina in arcum tam exigui circuli incurvetur ut centrum gravitatis & centrum curvaturæ coincidant, patet ex æquatione, plane tum nullam à vento excipi poſſe vim; vis enim minima navi ſubvertendæ prorſus par erit

§. LXXXV.

Et hinc quoque concludi poteſt, cum curvatura tranſverſalis navis valde magna ſit, ſeu cum ſectio navis tranſverſalis ſit ſegmentnm circuli valde parvi reſpectu circuli cujus portio eſt ſectio navis ſecundum ſpinam, eo magis ultra fixum terminum navem inclinatum iri quo major ſit angulus deviationis. Quæ enim ſupra de curvatura ſpinæ dicta ſunt nonniſi valent quam cum navis ſecundum ſpinæ directionem promovetur; cum autem angulus deviationis navi datus fuerit, loco curvaturæ ſpinæ ponenda erit curvatura lineæ in fundo navis ductæ ſecundum directionem motus navis & navem biſecantis, quam lineam, ſpinam imaginariam nuncupare licet.

§. LXXXVI.

Cum navis itaque habuerit deviationem *b* ſignificat diſtantiam centri gravitatis à centro curvaturæ ſpinæ imaginariæ, & cum ſpinæ iſtæ imaginariæ ſint arcus eo minorum circulorum quo deviatio navis major eſt, erit quoque tum centrum curvaturæ ſpinæ imaginariæ centro gravitatis propius, ut inde linea *b*, quoque decreſcat, & igitur altitudo malorum ſeu vis navem propellens eo magis erit diminuenda, quo deviatio navis fiat major; maxime ergo erit periculoſum navibus magnam tribuere deviationem, ſi enim manſerit vis impellens, navis valde

ultra angulum propositum inclinabitur.

§. LXXXVII.

Huic incommodo obviam eundi ergo, & ne altitudo malorum aut velorum copia in deviationibus navis minuenda sit, naves aliquantum magnæ latitudinis construi possent ut differentia inter curvaturam spinæ veræ & spinæ imaginariæ cum navis deviatio fuerit 90 graduum, non sit valde magna, ut proinde spinæ imaginariæ in solitis navis deviationibus à spina vera quoad curvaturam non differant, & proinde distantia b centri gravitatis navis à centro curvaturæ spinæ, sensibiliter non imminuatur cum navis in deviatione promota fuerit.

§. LXXXVIII.

Observo deinde, quod si navis tantæ longitudinis fabricetur, seu spina sit arcus tanti circuli, ut distantia b, centri gravitatis à centro curvaturæ spinæ sit æqualis $\frac{5760000f^4}{Q_{as}}$ ped. tum infiniti mali constitui debeant aut unus infinitæ altitudinis ad hoc ut navis ad datum angulum inclinetur, & si b, fuerit major quam $\frac{5760000f^4}{Q_{as}}$ pedes nec infinitam vim fore parem navi ad angulum propositum inclinandæ.

§. LXXXIX.

Cum enim fuerit $b = \frac{5760000f^4}{Q_{as}}$. In æquatione §. 80. data, nempe $z = \frac{-800ff\sqrt{Q_{abs}}}{2400aff - a\sqrt{Q_{abs}}}$ denominator fractionis cui z æqualis, evanescit & inde z fiet infinite longa. Hinc ergo patet quantam prærogativam habeant naves longiores præ brevioribus; si enim longitudo tanta fuerit ut b sit æqualis $\frac{5760000f^4}{Q_{as}}$ mali seu numerus velorum

pro arbitrio multiplicari poterit absque periculo navis.

§. XC.

Dein quod ad latitudinem velorum a ex æquatione deducitur, quod quidem paradoxum videtur, sed nihilominus verissimum est, quo magis augeatur velorum altitudo, eo magis quoque altitudinem malorum z, augeri absque navis periculo, cum tamen navis non ultra propositum angulum inclinetur. Patet enim cum a, crescat, numeratorem quidem fractionis altitudinem z, exprimentis, diminui; est enim illa fractio $\frac{240cff\sqrt{\frac{5Qbs}{a}}}{200cff - 3a\sqrt{\frac{5Qbs}{a}}}$. Verum notandum, alteram denominatoris partem $3a\sqrt{\frac{5Qbs}{a}}$ seu $3\sqrt{5Qabs}$ signo — affectam in eadem ratione crescere, & cum denominatoris pars $200cff$ signo + affecta maneat, denominator totius in majore ratione decrescit quam numerator, unde fractio ipsa & eo ipso altitudo z, aucta latitudine velorum seu longitudine antennarum augebitur.

§. XCI.

Hinc ergo patet quanti sit emolumenti antennas, quantum fieri potest, longas adhibere, cum inde quantitas virium navem propellentium quoque augeri possit. Si latitudine velorum aucta, mali ejusdem altitudinis reliqui possent, magnum hoc esset commodum ad augendam navis celeritatem; verum aucta latitudine velorum, non solum altitudo malorum eadem manere potest, sed ea præterea augeri poterit, unde aucta latitudine velorum vis propellens navem multo magis augebitur, & proinde quoque celeritas navis, absque periculo navis.

§. XCII.

Quin imo si latitudo velorum a fiat $= \frac{5760000f^4}{Qbs}$ pedum reperietur longitudo malorum z, ob denominatorem evanescentem infinita, & hinc altitudo malorum atque numerus pro lubitu multiplicari poterit absque navis periculo; utcunque enim augeatur altitudo & numerus malorum navis tamen non ad propositum angulum inclinabitur, cum demum vis infinita navi ad istum angulum inclinandæ par sit, si nempe fuerit latitudo velorum $= \frac{5760000f^4}{Qbs}$ sin autem ea major insuper fuerit, nec vis infinita sufficiet ad navem ad angulum cujus sinus est ad sinum totum ut s ad 1 inclinandam.

§. XCIII.

Pervenio tandem ad angulum inclinationis, & noto quo major ille assumatur, eo majorem posse à vento accipi vim; ut igitur aliquantulum ingens assumi posset, oportet ut navis in nullo sit periculo, licet prora profundius immergatur; ad hoc igitur efficiendum, ut scilicet angulus inclinationis magnus assumi possit absque navis periculo utile esse potest si prora navis magis elevata fiat quam reliqua navis pars, sic enim navis non periclitabitur, etsi, prora aliquo usque immergatur, & hinc angulus inclinationis aliquantus assumi poterit.

§. XCIV.

Vel etiam ad idem obtinendum, maxima & gravissima quibus navis onerari debet, onera puppi sunt immittenda; hoc enim modo puppis deprimetur & prora elevabitur, ut adeo major restet proræ pars extra aquam, quæ sine navis periculo aquæ immergi potest, & hoc modo angulus inclinationis major quoque assumi poterit. Ex

hisce ergo consectariis patet, quænam observanda sint cum in fabricatione & oneratione navium, tum in confectione velorum ut navis quâ absque periculo potest maxima promoveatur celeritate, & non dubito quin ista in praxi magnum usum habere queant si observentur. Atque ex ista meâ theoriâ proposita quavis nave, inveniri poterit absque multo labore, & altitudo & numerus malorum, ut navis non sit in periculo & tamen maxima celeritate deferatur.

§. XCV.

Cum itaque determinata sit altitudo malorum z, prævideri facile poterit navis celeritas maxima. Est enim ea ut inventum est, æqualis $\frac{nacz}{mff + naz}$ seu cum sit $m = 800$. & $n = 1$ erit ea $= \frac{acz}{800ff + az}$ Est autem $z = \frac{2400ff\sqrt{\frac{5Qbs}{a}}}{200cff - 3a\sqrt{\frac{5Qbs}{a}}}$ quemadmodum §. 78 reperi, si iste valor loco z substituatur reperietur, celeritas navis maxima $\frac{2400acff\sqrt{\frac{5Qbs}{a}}}{160000cff}$ seu $\frac{3\sqrt{5Qbs}}{200ff}$ seu navis celeritas tanta erit ut tempore unius minuti secundi percurrere possit spatium pedum $\frac{3\sqrt{5Qbs}}{20cff}$.

§. XCVI.

Cum venti celeritas non ingrediatur expressionem celeritatis navis maximæ, patet navem hac celeritate processuram quacumque celeritate ventus flaverit, modo navem ad angulum propositum inclinandam par fuerit. Patet denuo exinde celeritatem navis maximam esse in

ratione ſubduplicata latitudinis velorum , nempe ſi ea quadruplæ latitudinis conficiantur, tum navem duplo celerius proceſſuram, eodem modo celeritas navis eſt quoque in ſubduplicata ratione diſtantiæ centri gravitatis totius navis à centro curvaturæ ſpinæ, atque etiam in ſubduplicata ratione ſinus anguli inclinationis navis. Dein quoque ſi plures ſint naves perfecte ſimiles, ſed diverſæ magnitudinis, cum pondera earum ſint in ratione ſeſquiplicata ſuperficierum & proinde erit Q ut f^3. Erunt earum navium celeritates cæteris paribus in ratione reciproca ſubduplicata longitudinum navium earumdem, quo minores ergo conficiuntur naves, quoque velocius propelluntur cæteris paribus, ſcilicet ſi fuerint per omnia ſimiles.

§. XCVII.

Jam aliquoties memoravi, ſi altitudo z tanta reperiatur ut unus malus tantæ altitudinis haberi nequeat, tum plures eſſe ſumendos quorum altitudines junctim ſumtæ inventæ z æquales ſint qui plures mali tum eundem effectum edent, ac unicus longitudinis z. Si haberi potuiſſet, ſi nempe latitudo velorum ubique fuerit, eadem nempe æqualis ipſi a.

§. XCVIII.

Quod autem illi plures eundem edant effectum, exinde patet quod manente facto ex latitudine velorum in altitudinem ſeu longitudinem eodem, ſive manente capacitate velorum ut & latitudine eadem, vis cum propellens tum inclinans navem eadem quoque permaneat, quemadmodum ex jam allatis colligere licet, ſive ergo plures ſive pauciores conſtituantur mali, modo eadem velorum magnitudo ſeu copia eademque latitudo maneat factum illud ex longitudine & latitudine velorum idem permanebit adeoque navis eodem modo tum quoad celeritatem tum quoad inclinationem promovebitur.

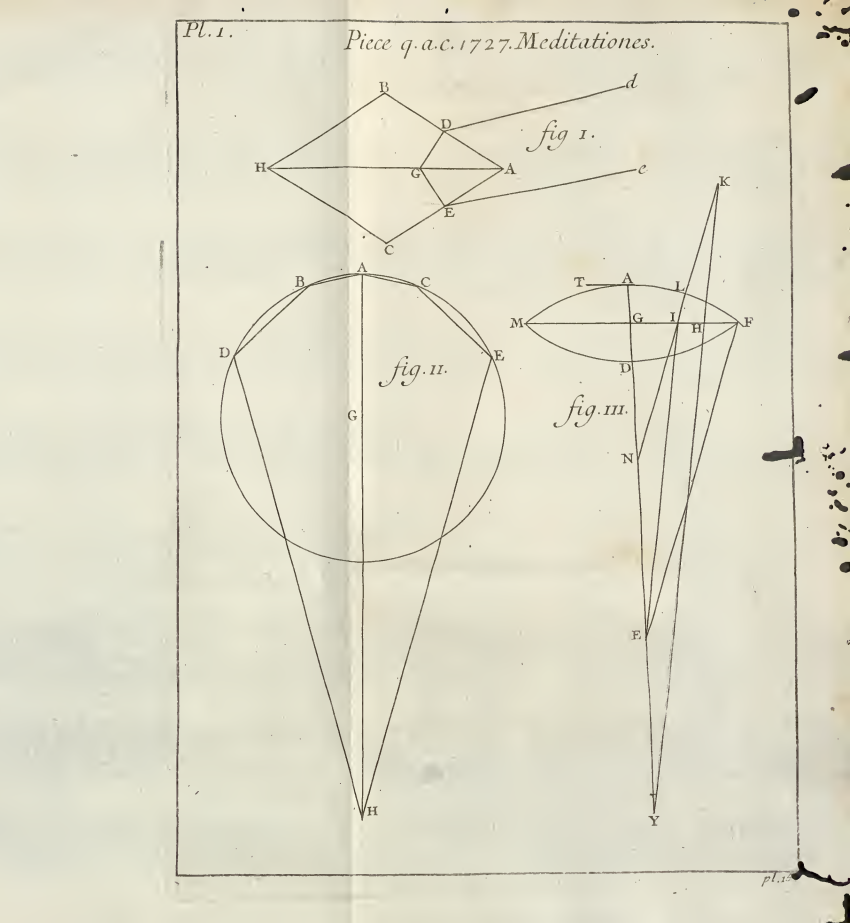
§. XCIX.

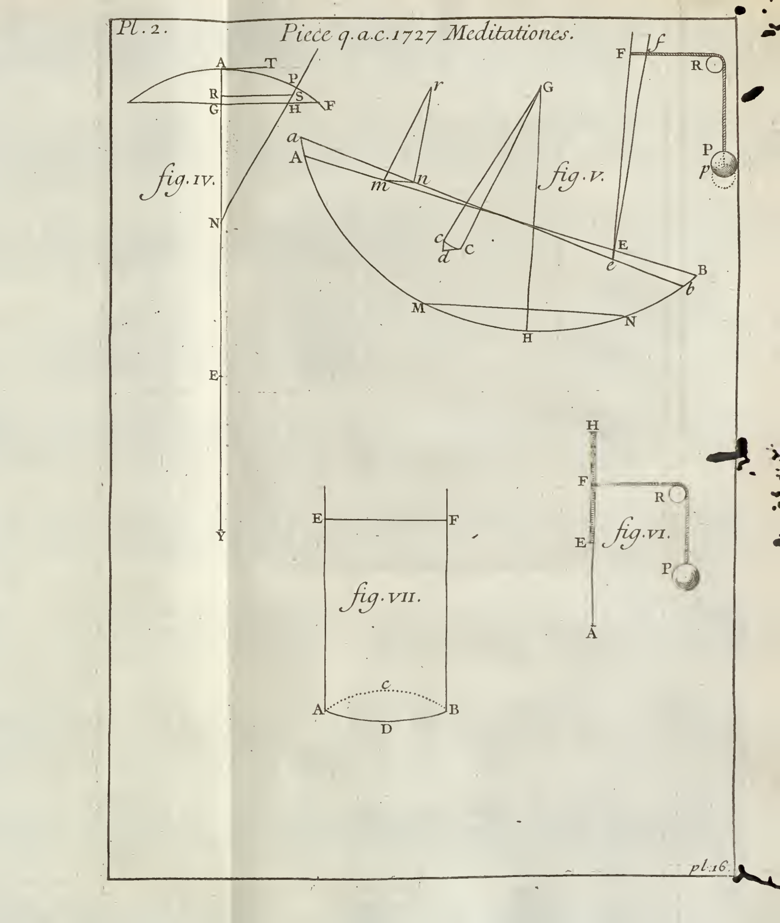
Suppono vero hic vela malis ad infimum uſque locum applicari, quod vero cum fieri nequeat, ob venti vim vel ibi in inferioribus ſcilicet partibus malorum vel plane impeditam vel maxime debilitatam, altitudo malorum major erit quam longitudo velorum, quæ autem in theoria æquales conſideratæ fuerant; cum itaque centrum velorum ſupra punctum malorum medium cadat, neceſſe eſt tum fore ſi capacitas velorum eſſet æqualis *az*, ut navis ultra propoſitum angulum inclinetur: verum cum longitudo velorum minor ſit quam *z*, capacitas velorum quoque minor erit quam *az*, unde propemodum compenſationem fieri exiſtimandum eſt ut navis tamen non ultra propoſitum angulum inclinetur, ſed ſic cum longitudo velorum minor fuerit quam altitudo malorum, vis navem propellems minor erit ac in theoria poſitum fuerit. Eoque minor erit quo plures fuerint mali in nave erecti, mali ergo ſi plures fuerint inſerendi altiſſimi quam fieri poteſt ſumantur, ut ita numerus malorum reſtringatur.

§. C.

Hic tandem hiſce meis meditationibus finem impono, cum uti videtur materiam in problemate propoſitam ſatis perpenderim, problematique ſatisfecerim. Haud opus eſſe exiſtimavi iſtam meam theoriam experientiâ confirmare, cum integra & ex certiſſimis & irrepugnabilibus principiis Mechanicis deducta, atque adeo de illa dubitari, an vera ſit ac an in praxi locum habere queat, minime poſſit. Si autem ea applicaretur ad exemplum aliquod ſpeciale, longitudinem malorum pro nave propoſitâ inveſtigando, ſtatim apariturum foret, eam haud fallere. Si forte ILLUSTRISSIMA ACADEMIA iſta, pagellas dignaretur pretio propoſitos nomen Autoris & locum ubi degit, ex appoſita ſchedula cognoſcere erit.

FINIS.


Pl. I.
Piece q. a. c. 1727. Meditationes.
fig I.
B
D
d
H
G
A
e
E
C
K
fig. II.
A
B
C
D
E
G
H
T
L
M
G
I
H
F
D
fig. III.
N
E
Y
pl. 15



Pl. 2.
Piece q. a. c. 1727 Meditationes.
fig. IV.
fig. V.
fig. VI.
fig. VII.
pl. 16.

DE LA MÂTURE

DES

VAISSEAUX,

PIECE QUI A CONCOURU à l'occaſion du Prix propoſé l'an 1727. par Meſſieurs de l'Academie Royale des Sciences.



A PARIS, RUE S. JACQUES,

Chez CLAUDE JOMBERT, Libraire, au coin de la ruë des Mathurins, à l'Image Notre-Dame.

M. DCC. XXVIII.

Avec Approbation & Privilege du Roi.



MEMOIRE

OU L'ON EXAMINE

Quelle est la meilleure maniere de mâter les Vaisseaux, tant par rapport à la situation qu'au nombre & à la hauteur des Mâts.

Illi robur & æs triplex
Circa pectus erat, qui fragilem truci
Commisit pelago ratem
Primus, *Horat. l.* 1. *Od.* 3.



LA meilleure maniere de mâter les Vaisseaux consiste, 1°. à disposer les Mâts de telle sorte que la resistance de l'eau contre le Vaisseau soit toujours en équilibre sur le Mât, s'il n'y en a qu'un, ou sur le centre de force de tous les Mâts, s'il y en a plusieurs.

2°. A disposer les Mâts de telle sorte qu'ils ne se nuisent point les uns aux autres, autrement il seroit inutile

d'en mettre plusieurs sur un même Vaisseau ; mais qu'ils puissent également recevoir le vent, & qu'ils en puissent recevoir le plus qu'il est possible.

3°. A proportionner si bien les hauteurs des Mâts aux places qu'ils occupent, que les Vaisseaux ne tanguent point trop, c'est-à-dire, qu'ils ne donnent point trop du nez dans l'eau.

4°. Enfin à bien proportionner les hauteurs des Mâts de differens Vaisseaux, à leur longueur, & à leur gabarit, afin qu'on en tire tout l'avantage possible dans la navigation.

C'est ce que nous allons examiner dans ce Memoire, après avoir fait voir quelle est la resistance qu'un corps solide en mouvement trouve dans un liquide qui est en repos.

CHAPITRE PREMIER.

Où l'on examine la resistance qu'un corps solide en mouvement rencontre dans un fluide en repos.

ARTICLE I.

Lorsqu'un corps solide est mû dans un fluide, il y trouve une resistance égale à l'effort que le fluide feroit sur lui s'il étoit en repos, & que le fluide se mût contre lui avec une vîtesse égale dans une direction opposée.

Ainsi au lieu de supposer que le corps solide se meut dans un fluide en repos, on peut supposer que c'est le fluide qui se meut contre le corps avec la même vîtesse que l'on auroit attribuée au corps, mais dans une direction contraire.

ARTICLE II.

Lorſqu'un plan ſe meut dans un fluide, il y trouve une reſiſtance perpendiculaire à lui-même, quelque inclinaiſon qu'il ait à la direction de ſon mouvement.

DEMONSTRATION.

1°. Si le plan eſt perpendiculaire à la direction de ſon mouvement, il eſt évident qu'il trouvera dans le fluide une reſiſtance perpendiculaire à lui-même. Fig. 1.

2°. S'il eſt oblique à la direction de ſon mouvement, je dis qu'il trouvera auſſi une reſiſtance perpendiculaire à lui-même. Car ſoit un plan AB, ou plûtôt le profil d'un plan qui ſe meut ſuivant la direction CD dans un fluide quelconque, comme l'on peut ſuppoſer (ſuivant l'article premier,) que c'eſt le fluide qui ſe meut contre le plan ſuivant la direction DC, il eſt évident que le plan ſera pouſſé par chaque filet CD du fluide qui a la direction DC. D'un point quelconque P de cette direction DC, ſoit tirée PQ perpendiculaire au plan AB, & PO parallele au même plan; & ſoit achevé le parallelogramme POCQ. Il eſt évident que l'effort que le filet fait ſuivant la direction PC de ſon mouvement étant exprimé par PC, ſe décompoſe en deux autres efforts dont l'un eſt PQ perpendiculaire au plan, & l'autre PO parallele au même plan; mais l'effort PO étant parallele au plan ne fait aucune impreſſion ſur lui. Donc il ne reſte que l'effort PQ qui faſſe impreſſion ſur le plan. Donc un filet qui ſe meut obliquement contre un plan, fait contre lui un effort perpendiculaire.

Donc un plan qui ſe meut obliquement dans un fluide y trouve une reſiſtance perpendiculaire à lui-même.

COROLLAIRE I.

Puiſque l'effort du filet DC étant repreſenté par PC Fig. 1.

se decompose en deux forces exprimées par PO , & PQ; il est évident que l'effort absolu du filet DC , c'est-à-dire, l'effort qu'il feroit contre un plan perpendiculaire à sa direction , est à l'effort qu'il fait contre le plan AB comme PC est à PQ; mais PC est à PQ comme le sinus de l'angle droit PQC est au sinus de l'angle PCQ que la direction DC du mouvement fait avec le plan AB.

Donc la force ou resistance absoluë d'un filet d'eau est à l'effort qu'il fait contre un plan comme le sinus total est au sinus de l'angle que la direction du mouvement fait avec le plan qui se meut.

Corollaire II.

Fig. II. Si deux surfaces planes AB , MN differemment inclinées se meuvent suivant la même direction CD , la resistance que le filet DC fera au plan AB sera à la resistance qu'il fera au plan MN , comme le sinus de l'angle DCB est au sinus de l'angle DCN.

Car si l'on appelle p l'effort absolu du filet DC , c'est-à-dire , l'effort qu'il feroit contre un plan perpendiculaire à sa direction ;

f , l'effort qu'il fait contre le plan AB ,

Et φ ; l'effort qu'il fait contre le plan MN , & r , le sinus total, l'on aura suivant le Corollaire premier ,

$p : \varphi :: r :$ au sinus de l'angle DCN

l'on aura aussi par le même corollaire

$f : p ::$ sinus de l'angle DCB : r.

Donc l'on aura , en multipliant par ordre ,

$f : \varphi ::$ le sinus de l'angle DCB : est au sin. de l'angle DCN.

C'est-à-dire , que les resistances f, φ que le même filet fait à deux plans AB , MN differemment inclinez , sont comme les sinus des angles que ces plans font avec la direction CD de leur mouvement.

ARTICLE III.

Si plusieurs plans égaux AB, AC sont differemment inclinez aux directions MN de leur mouvement, les quantitez d'eau qui leur resisteront seront comme les sinus des angles que ces plans feront avec les directions MN ou AF de leurs mouvemens. Fig. III.

Car si de l'extremité A commune à ces deux surfaces l'on decrit un arc de cercle par l'extremité B du plan AB; cet arc passera par l'extremité C du plan AC, parce que AB = AC. Et si l'on tire BD, CF perpendiculairement à la direction AF du mouvement des deux plans AB, AC, ces perpendiculaires exprimeront les quantitez d'eau qui s'opposeront aux plans AB. AC. & seront en même-tems les sinus des angles FAB, FAC que les plans font avec la direction AF de leur mouvement. Donc les quantitez d'eau qui resistent à deux plans égaux differemment inclinez à la direction AF de leur mouvement, seront entr'elles comme les sinus des angles BAF, CAF que ces plans font avec la direction de leur mouvement.

COROLLAIRE.

Donc si plusieurs plans inégaux AB, AM sont differemment inclinez à la direction AN de leur mouvement, les quantitez d'eau qui leur resisteront seront comme les longueurs AB, AM des plans multipliées par les sinus BD, CF des angles qu'ils font avec la direction AN de leur mouvement. Fig. IV.

Pour le démontrer, soit tiré un arc BQ & les perpendiculaires BD, CF, MN sur la direction AN du mouvement des plans, les deux perpendiculaires BD, MN exprimeront les quantitez d'eau qui s'opposent au mouvement des plans AB, AM & les perpendiculaires BD, CF seront les sinus des angles BAN, MAN que les plans

AB, AM font avec la direction AN de leur mouvement. Ainsi il s'agit de démontrer que les perpendiculaires BD, MN qui expriment les quantitez d'eau resistantes, sont entr'elles comme AB X BD & AM X CF

Or BD : CF : : BD : CF :

CF : MN : : AC : AM : : AB : AM

Donc en multipliant par ordre

BD : MN : : AB X BD : AM X CF

C'est-à-dire, que les quantitez d'eau BD, MN qui resistent aux plans AB, AM sont entr'elles comme les longueurs AB, AM de ces plans multipliées par les sinus BD, CF des angles qu'ils font avec la direction AN de leur mouvement.

ARTICLE IV.

Si deux plans inégaux AB, AC *se meuvent avec la même vîtesse suivant la direction* AN *à laquelle ils sont differemment inclinez ; je dis que les resistances qu'ils trouveront seront comme leurs longueurs* AB ; AM *multipliées par les quarrez des sinus des angles qu'ils font avec la direction* AN *de leur mouvement.*

DEMONSTRATION.

Fig. IV. Si l'on suppose le fluide divisé en une infinité de filets PR, PR paralleles à la direction AN du mouvement des plans ; il est évident que la resistance du fluide au plan AB, sera égale à la resistance que lui feroit un filet PR multipliée par la quantité BD des filets qui lui resistent.

De même la resistance du fluide au plan AM est égal à la resistance d'un filet PR multipliée par la quantité MN des filets qui lui resistent.

Ainsi en nommant

f, la resistance qu'un filet d'eau fait au plan AB,

φ, la resistance que le même filet fait au plan AM;

p, la quantité des filets d'eau qui reſiſtent au plan AB, ϖ, la quantité de filets qui reſiſtent au plan AM,
fp ſera la reſiſtance que le plan AB trouvera dans le fluide,
$\varphi\varpi$, ſera la reſiſtance que le plan AM trouvera dans le même fluide en ſe mouvant avec la même vîteſſe.

Mais ſuivant le Cor. II. de l'Art. II.
$f : \varphi :: BD, CF$ & ſuivant le Corollaire de l'Article III.
$p = BD : \varpi = MN :: AB \times BD : AM \times CF.$

Donc en multipliant par ordre

$$fp : \varphi\pi :: AB \times \overline{BD}^2 : AM \times \overline{CF}^2.$$

C'eſt-à-dire, que les reſiſtances fp, $\varphi\varpi$ que les plans AB, AM rencontrent dans un fluide où ils ſe meuvent avec la même vîteſſe, ſont entr'elles comme leurs longueurs AB, AM multipliées par les quarrez $\overline{BD}^2$, $\overline{CF}^2$ des ſinus des angles qu'ils font avec la direction AN de leur mouvement. *C. Q. F. D.*

COROLLAIRE.

Si les plans AB & AM ſont égaux au lieu de

$$fp : \varphi\pi :: AB \times \overline{BD}^2 : AM \times \overline{CF}^2$$

l'on aura $fp : \varphi\pi :: \overline{BD}^2 : \overline{CF}^2$.

C'eſt-à-dire, que les reſiſtances fp, $\varphi\varpi$ que les plans égaux trouveront dans le même fluide où ils ſe meuvent avec la même vîteſſe ſeront entr'elles comme les quarrez des ſinus des angles que ces plans font avec la direction AN de leur mouvement.





CHAPITRE II.

Où l'on recherche la direction de la resistance composée qu'une figure donnée rencontre dans le fluide où elle se meut, & le point par lequel doit passer cette direction.

ARTICLE I.

DEterminer la direction de la resistance composée qu'un parallelepipede trouve dans un fluide où il se meut parallelement à sa face superieure ou inferieure, & déterminer le point par lequel passe cet effort composé.

SOLUTION.

Tirez EN perpendiculairement sur le milieu de la face AD, & FM perpendiculairement sur le milieu de l'autre face CD, le point P sera celui par lequel doit passer la direction de la resistance composée que le parallelepipede ABCD rencontre dans le fluide. Fig. V.

Car quelle que soit la direction du mouvement du corps, le fluide resistera toujours perpendiculairement à ses faces AD, CD suivant l'Article II. mais les efforts ou resistances qui se font sur les faces AD, CD sont réunis au milieu E, F de ces faces. Donc EN étant perpendiculaire sur le milieu de la face, AB sera la direction de la resistance qui se fait contre AD; & FM étant perpendiculaire sur le milieu de CD, sera la direction de la resistance qui se fait contre le plan CD.

Donc le point P où se rencontrent ces deux perpendiculaires est celui par lequel doit passer la direction de la resistance composée. Voyons maintenant quelle est cette direction.

Sur les perpendicnlaires EN, FM, prenez PN & PM

en raiſon des réſiſtances que l'eau fait aux faces AD, CD. Et ayant achevé le parallelogramme PMON, tirez la diagonale OP, & cette diagonale ſera la veritable direction de la réſiſtance composée.

Mais nous avons vû dans l'Article IV. du Chapitre precedent, que la réſiſtance que l'eau fait au plan AD & la réſiſtance qu'elle fait au plan CD ſont entr'elles, comme les longueurs de ces plans multipliées par les quarrez des ſinus des angles que les plans ſont avec la direction de leur mouvement. Ainſi ſuppoſant que le mouvement ſe fait ſuivant AH ou GI, ſi l'on fait $AD = DG$ & que l'on tire HDI perpendiculairement à la direction AH du mouvement, l'on aura (en prenant $AD = DG$ pour le ſinus total,) HD pour le ſinus de l'angle HAD que le plan AD fait avec la direction AH, & DI ſera le ſinus de l'angle DGI que le plan CD fait avec ſa direction GI.

Donc il faut faire $PN : PM :: AD \times \overline{DH}^2 : CD \times \overline{DI}^2$

Maintenant ſi le parallelepipede eſt rectangle, l'on aura $DI = AH$, parce que les triangles AHD, DIG ſeront ſemblables & égaux.

Donc on aura, $PN : PM :: AD \times \overline{DH}^2 : CD \times \overline{AH}^2$

Mais $\overline{DH}^2 : \overline{AH}^2 :: KD : AK$

Et par conſequent

$AD \times \overline{DH}^2 : CD \times \overline{AH}^2 :: AD \times KD : CD \times AK :: \overline{DH}^2 : CD \times AK.$

Donc il faut faire $PN : PM :: \overline{DH}^2 : CD \times AK.$

Et la diagonale OP ſera la veritable direction de la réſiſtance composée que le parallelepipede rectangle ou plûtôt ſa ſection horiſontale rencontre dans le fluide où il ſe meut.

COROLLAIRE.

Donc si le parallelepipede ABCD est rectangle, la direction de la résistance composée de celles que toutes ses faces trouvent passera par son milieu.

Car il est évident que la direction de l'effort ou résistance que trouvera chaque face passera par le milieu du parallelepipede rectangle, & par conséquent la direction de la résistance composée des résistances qui se font à toutes les faces passera aussi par le milieu du parallelepipede.

ARTICLE II.

Fig. VI. & VII. *Determiner la direction de la résistance composée qu'un fluide fait à une lozange ou rhombe qui se meut parallelement à son plan.*

SOLUTION.

Soit le rhombe ABCD qui se meut dans son plan parallelement à AH; si l'on tire HDI perpendiculaire sur HA, DH sera le sinus de l'angle DAH que la face AD fait avec la direction AH; & DI sera le sinus de l'angle DCI que la face DC fait avec la direction CI ou AH.

Donc si après avoir tiré ENP perpendiculairement sur le milieu de AD, & FMP perpendiculairement sur le milieu de CD, l'on fait PN : PM : : $\overline{DH}^2$: $\overline{DI}^2$, c'est-à-dire, comme la résistance que trouve la face AD, est à la résistance que trouve la face CD; & qu'on acheve le parallelogramme PMON, sa diagonale PO sera la direction de la résistance composée que trouve le rhombe ABCD en se mouvant parallelement à AH.

COROLLAIRE I.

Il est évident que la direction PO de la résistance composée qu'un rhombe trouve dans un fluide, ne passera pas toujours par le milieu T du rhombe, mais qu'elle y passera dans un cas, sçavoir quand la direction AH du mouvement du rhombe divisera un angle du rhombe en deux parties égales, & pour lors la direction du mouvement du rhombe se confondra avec la direction de la resistance composée qu'il trouvera dans le fluide.

COROLLAIRE II.

Soit EP perpendiculaire sur le milieu de AD, il est évident que la direction de l'effort ou résistance composée passera par le point P où cette perpendiculaire coupe la diagonale AC, tant qu'il n'y aura que les faces AD, DC qui souffriront la résistance du fluide, conjointement ou séparement. Fig. VI.

ARTICLE III.

Etant donné un poligone semblable à un poligone inscrit dans la coupe horisontale d'un Vaisseau, determiner la direction de la resistance composée qu'il trouve en se mouvant dans un fluide.

SOLUTION.

Soit ABCQFED le poligone proposé tel que AB=AD, BC=DE, CQ=EF & les angles ABC=ADE, tel en un mot que la quille GA le divise en deux parties semblables & égales. Il s'agit de déterminer la direction $\varpi\rho$ de la résistance composée qu'il trouve dans le fluide; pour cela. Fig. VIII.

Soit tiré KPN perpendiculairement sur le milieu de BA & LPM perpendiculairement sur le milieu de AD, en-

ſuite ſoit fait PN : PM : : $\overline{AH}^2 : \overline{AI}^2$. Et le parallelogramme MN étant achevé, ſoit tirée la diagonale PO : cette diagonale exprimera la réſiſtance composée de celles que les deux faces AB, AD trouvent dans le fluide.

Soit preſentement XRS perpendiculaire ſur le milieu de BC, laquelle rencontre en R le prolongement OT de la diagonale PO, & ſoit fait

RS : PN : : BC X $\overline{\lambda\mu}^2$: BA X $\overline{HA}^2$, c'eſt-à-dire, comme la réſiſtance que trouve le côté BC eſt à la réſiſtance que trouve le côté BA.

Enfin ayant pris RT = PO ſur le prolongement de PO. Soit achevé le parallelogramme TS : ſa diagonale RV, ſera la réſiſtance composée des trois réſiſtances que trouvent les trois côtez AD, AB, BC.

Enfin ayant fait une perpendiculaire Yσ ſur le milieu de CQ & ayant prolongé la diagonale RV juſqu'à ce que l'on ait $\varpi\delta$ = RV; ſoit $\varpi\sigma$: PN : : comme la réſiſtance que trouve le côté QC, eſt à la réſiſtance que trouve le côté AB, c'eſt-à-dire, comme QC X $\overline{\gamma\varepsilon}^2$: eſt à BA X $\overline{HA}^2$ & ſoit achevé le parallelogramme $\delta\sigma$; ſa diagonale $\varpi\rho$ ſera la réſiſtance composée des reſiſtances que trouvent les côtez AD, AB, BC, CQ. *Ce qu'il falloit trouver.*

ARTICLE IV.

Trouver la direction de la réſiſtance composée qu'une courbe quelconque trouve dans le fluide où elle ſe meut dans ſon plan.

SOLUTION.

Soit AMD une courbe qui ſe meut dans ſon plan ſuivant la direction AF. que AB perpendiculaire à la direction AF du mouvement ſoit priſe pour la ligne des coupées, & PM, *pm* paralleles à la direction du mouvement ſoient priſes pour les ordonnées.

Pour avoir la direction de la réſiſtance composée que la courbe trouve, il eſt évident qu'il n'y a qu'à trouver la ſomme de toutes les réſiſtances que la courbe trouve parallelement à la ligne des coupées, & la ſomme des reſiſtances que la même courbe trouve parallelement aux ordonnées, enſuite faire un parallelogramme HG dont les côtez adjacents BG, BH ſoient proportionnels à ces deux ſommes, & en même-tems paralleles aux coupées & aux ordonnées. Cela posé, la diagonale LB ſera parallele à la direction de la réſiſtance composée que la courbe trouve en ſe mouvant dans le fluide avec une direction AF. Fig. IX.

Soient deux ordonnées infiniment proches PM, *pm*. Et deux filets d'eau MF, *m*F auſſi infiniment proches.

Et ſoit fait la coupée AP $= x$
l'ordonnée MP $= y$
la differentiele P*p* ou MC de la coupée $= dx$
la differentiele C*m* de l'ordonneé $= dy$
& la differentiele M*m* de la courbe $= dz$

Soit la force abſoluë d'un filet d'eau MF $= f$.
l'on aura la force abſoluë de l'eau MFF*m* qui s'oppoſe au mouvement de la differentiele M*m*; $= f \times$ MC $= fdx$.

Mais la force abſoluë de l'eau eſt à la réſiſtance qu'elle fait au mouvement d'un plan comme le ſinus total eſt au ſinus de l'angle que le plan fait avec la direction de ſon mouvement. (Chap. I. Art. II. Cor. I.)

Ainſi nommant φ la réſiſtance que l'eau FM*m*F fait au mouvement de la differentiele M*m*. L'on aura $fdx : \varphi ::$ comme le ſinus total eſt au ſinus de l'angle FM*m* ou M*m*C. :: *m*M $= dz$: MC $= dx$.

C'eſt-à-dire, que l'on aura $fdx : \varphi :: dz : dx$

D'où l'on tire $\varphi = \frac{f\overline{dx}^2}{dz}$. Et en faiſant la force abſoluë f égale à l'unité, l'on aura $\varphi = \frac{\overline{dx}^2}{dz}$ pour la réſiſtance que le fluide fait à chaque differentiele de la courbe.

Mais cette résistance $\varphi = \frac{\overline{dx}^2}{dz}$ étant perpendiculaire à la differentiele M*m* se décompose en deux résistances, dont l'une est suivant MQ parallele aux coupées, & l'autre suivant MP parallele aux ordonnées PM.

Or ces deux forces suivant MP, & MQ étant nommées p, π

L'on aura $\varphi = \frac{\overline{dx}^2}{dz} : p :: MS : MP :: dz : dx$.

Donc la résistance p que chaque differentiele de la courbe trouve parallelement à ses ordonnées est égale $\frac{\overline{dx}^3}{\overline{dz}^2}$.

L'on aura de même $\varphi = \frac{\overline{dx}^2}{dz} : \pi :: MS : MQ :: dz : dy$.

Donc la résistance ϖ que chaque differentiele de la courbe trouve parallelement aux coupées est égale $\frac{dy\overline{dx}^2}{\overline{dz}^2}$.

Donc l'integrale $\int \frac{\overline{dx}^3}{\overline{dz}^2}$ est la résistance que la courbe trouve parallelement aux ordonnées MP; & $\int \frac{dy\overline{dx}^2}{\overline{dz}^2}$ la résistance qu'elle trouve parallelement aux coupées AP.

Maintenant si par un point quelconque B l'on fait BH parallele aux ordonnées MP, & BG parallele aux coupées AP; & que l'on fasse BH : BG :: $\int \frac{\overline{dx}^3}{\overline{dz}^2} : \int \frac{dy\overline{dx}^2}{\overline{dz}^2}$.

En achevant le parallelogramme HG, sa diagonale LB sera parallele à la résistance composée que la courbe AMB trouve en se mouvant suivant la direction AF.

Appliquons maintenant ce raisonnement à une courbe donnée, par exemple, à un arc de cercle.

EXEMPLE.

Soit la courbe AMD un arc de cercle qui ſe meut dans un fluide parallelement à AF, & dont le centre ſoit en S.

Soit tirée SE parallelement à la direction AF du mouvement & aux ordonnées PM, & ſoit tirée SG parallelement à la ligne AB des coupées. Fig. 10.

Cela poſé ſoient les raïons SG, SA, SM, SE $= r$
L'ordonnée PM . . . . $= y$
La coupée AP . . . . $= x$
Les lignes AH, PI, BL . . . $= b$
La ligne AB ou HL . . . $= a$
La ligne SH . . . . $= c$

L'on aura $\overline{AH}^2 = \overline{SA}^2 - \overline{SH}^2$ ou $bb = rr - cc$.
Et $SI = SH - AP = c - x$
L'on aura $IM = PI + PM = b + y$.
Donc

$\overline{IM}^2 = (bb + 2by + yy) = \overline{SM}^2 - \overline{SI}^2 = (rr - cc + 2cx - xx)$
& mettant, bb, en la place de ſon égale, $rr - cc$,

L'on aura $\overline{IM}^2 = bb + 2by + yy = bb + 2cx - xx$.

D'où l'on tire $y = \sqrt{2cx - xx + bb} - b$

Et par conséquent $dy = \frac{cdx - xdx}{\sqrt{2cx - xx + bb}}$.

Cela poſé, voyons quelle eſt la ſomme $\int \frac{dy\,\overline{dx}^2}{\overline{dz}^2}$ des réſiſtances qui ſe font parallelement à AP.

A cauſe des triangles ſemblables mCM, MIS l'on aura $MC^2 = \overline{dx}^2 : \overline{Mm}^2 = \overline{dz}^2 :: \overline{IM}^2 = bb + 2cx - xx : \overline{SM}^2 = rr$.

Donc $\frac{\overline{dx}^2}{\overline{dz}^2} = \frac{bb + 2cx - xx}{rr}$ laquelle étant multipliée par l'équation $dy = \frac{cdx - xdx}{\sqrt{2cx - xx + bb}}$,

l'on aura $\frac{dy\overline{dx}^2}{dz^2} = \frac{\sqrt{2cx - xx + bb} \times \overline{c - x} \times dx}{rr}$ dont on trouvera l'integrale comme il ſuit ;

Soit $u = \sqrt{2cx - xx + bb}$, l'on aura $uu = 2cx - xx + bb$ & par conſéquent $cc - 2cx + xx = bb + cc - uu$,

& . . . . $c - x = \sqrt{bb + cc - uu}$.

Donc . . . . $dx = \frac{udu}{\sqrt{bb + cc - uu}}$,

multipliant les deux dernieres équations l'une par l'autre.

L'on aura $\overline{c - x} \times dx = udu$, laquelle équation étant multipliée par celle-ci $\sqrt{2cx - xx + bb} = u$

l'on aura $\sqrt{2cx - xx + bb} \times \overline{c - x} \times dx = uudu$,

& par conſéquent $\frac{\sqrt{2cx - xx + bb} \times \overline{c - x} \times dx}{rr} = \frac{uudu}{rr}$

& tirant les integrales, l'on aura

$$\int \frac{\sqrt{2cx - xx + bb} \times \overline{c - x} \times dx}{rr} = \frac{u^3}{3rr} = \frac{\sqrt{2cx - xx + bb} \times \overline{2cx - xx + bb}}{3rr}$$

qui eſt l'integrale demandée, laquelle exprime la ſomme de toutes les réſiſtances qui ſe font parallelement aux coupées AP contre la courbe AM. Mais comme cette integrale ne ſe détruit point en faiſant $x = 0$, & qu'il reſte $\frac{b^3}{3rr}$ il faut en retrancher $\frac{b^3}{3rr}$ & le reſte

$\frac{\sqrt{2cx - xx + bb} \times \overline{2cx - xx + bb} - b^3}{3rr}$ ſera la veritable integrale qui exprime la ſomme des réſiſtances que l'arc AM trouve parallelement aux coupées AP.

Voyons maintenant quelle eſt la ſomme $\int \frac{\overline{dx}^3}{dz^2}$ des réſiſtances que l'arc AM trouve parallelement aux ordonnées.

Puiſque

Puiſque nous avons déja trouvé $\frac{dx^2}{dz^2} = \frac{2cx - xx + bb}{rr}$

l'on aura en multipliant par dx, $\frac{dx^3}{dz^2} = \frac{\overline{2cx - xx + bb} \times dx}{rr}$

& tirant les integrales l'on aura $\int \frac{dx^3}{dz^2} = \frac{cxx - \frac{x^3}{3} + bbx}{rr}$

laquelle integrale eſt la ſomme des réſiſtances que l'arc AM trouve parallelement aux ordonnées PM.

Donc ſi l'on fait SQ parallele aux coupées, SO parallele aux ordonnées, & que l'on prenne SQ : SO

$:: \frac{\sqrt{2cx - xx + bb} \times \overline{2cx - xx + bb} - b^3}{3rr} : \frac{cx^2 - \frac{x^3}{3} + bbx}{rr}$

$:: \sqrt{2cx - xx + bb} \times \overline{2cx - xx + bb} - b^3 : 3cxx - x^3 + 3bbx$, & qu'on acheve le parallelogramme OQ, ſa diagonale ST ſera parallele à la direction de la réſiſtance composée que l'arc AM trouve en ſe mouvant dans un fluide parallelement à AF. *Ce qu'il falloit trouver.*

REMARQUE.

Si le point S d'où partent les proportionnelles SO, SQ aux réſiſtances que la courbe trouve parallelement aux coupées & aux ordonnées eſt le centre de l'arc, la diagonale TS qui paſſera par ce centre S, ſera la véritable direction de la réſiſtance composée que l'arc AM trouve dans le fluide.

Car la réſiſtance que chaque filet du fluide fait à l'arc AM eſt perpendiculaire à cet arc, & eſt par conséquent dirigée vers le centre. Donc la réſiſtance composée de toutes ces réſiſtances paſſera auſſi par le centre.

COROLLAIRE II.

Si l'on veut avoir la réſiſtance composée que tout l'arc AM trouve, il faudra faire AP = AB, c'eſt-à-dire, $x = a$

& pour lors l'on aura

$SQ : SO :: \sqrt{\overline{2ca - aa + bb} \times \overline{2ca - aa + bb} - b^3} : 3caa + 3bba - a^3$
& la diagonale ST ſera la réſiſtance composée que toute la courbe AMD trouve dans le fluide en ſe mouvant parallelement à AF.

COROLLAIRE III.

Si l'arc AD devenoit = GD enſorte que la direction AF du mouvement lui fût tangente à l'extremité G.

Il eſt évident que AH $= b$ deviendroit $= 0$.
& que SH = C deviendroit $= r$. Et AB ou $a =$ LG.

Ce qui changeroit l'analogie du Corollaire précedent en celle-ci

$SQ : SO :: \sqrt{2ra - aa} \times 2ra - aa : 3raa - a^3 : : \sqrt{\overline{2r - a} \times a} : \frac{\overline{3r - a} \times a}{2r - a} : : \sqrt{\overline{2SG - LG} \times LG} = LD : \frac{\overline{3SG - LG} \times LG}{2SG - LG}$ d'où l'on tire cette conſtruction.

CONSTRUCTION.

Fig. XI. Ayant achevé le demi-cercle ADEX & prolongé DL juſqu'en N en ſorte que LN $= 3$ SG $-$ LG, tirez NX & lui menez par le point G une parallele GZ ; vous aurez

$LZ = \frac{\overline{3SG - LG} \times LG}{2SG - LG}$.

Car à cauſe des paralleles NX, AZ l'on aura
$LX = 2SG - LG : LN = 3SG - LG : : LG : LZ$.

D'où l'on tire $LZ = \frac{\overline{3SG - LG} \times LG}{2SG - LG}$.

Ainſi faiſant SQ = LD & SO = LZ, ou en faiſant SQ : SO : : LD : LZ & achevant le parallelogramme QO ſa diagonale ST ſera la direction de la réſiſtance composée que la courbe GD trouve dans le fluide en ſe mouvant ſuivant une direction GF qui le touche à ſon extremité G.

COROLLAIRE IV.

Si la courbe GD, qui eſt touchante par ſon extremité G à la direction de ſon mouvement, étoit un quart de cercle AE; il eſt évident que LG=a deviendroit=SG=r ce qui changeroit l'analogie du Corollaire précedent en celle-ci, Fig. XI.

$$SQ : SO :: r^3 : 2r^3 :: 1 : 2$$

Ainſi en faiſant SQ : SO :: 1 : 2 la diagonale ST ſera la direction de la réſiſtance composée que le quart de cercle trouve dans un fluide, lorſque la direction de ſon mouvement le touche à ſon extrémité.

ARTICLE V.

L'angle que fait la quille d'un Vaiſſeau avec la direction de ſon mouvement étant donné : déterminer la direction de la réſiſtance que rencontre une ſection horiſontale de Vaiſſeau terminée par pluſieurs arcs de cercles. Fig. XII.

SOLUTION.

Soit ABCGDE la ſection horizontale terminée par les arcs AB, AH, BC, DE, & ſoit CF, ou BF la direction de ſon mouvement.

Il eſt évident que l'arc AE ſera touché en un point E par la direction EF du mouvement du Vaiſſeau. Ainſi connoiſſant ſon centre H l'on pourra par le Corollaire III. de l'article précedent déterminer la direction KH de la réſiſtance qu'il trouve dans le fluide ſuivant la direction EF, ou AF.

Comme l'arc AB n'eſt point touché par la direction BF, ou AF de ſon mouvement : Si l'on connoît ſon centre I l'on pourra trouver par le Corollaire II. de l'Art. précedent, la direction LI de la réſiſtance qu'il trouve en ſe mouvant ſuivant la direction BF.

L'on pourra de même trouver par le Corollaire II. de l'Article précedent la direction RS de la résistance que trouve l'arc BC.

Maintenant si l'on fait PM à PN comme la résistance composée que trouve l'arc AE est à la résistance que trouve l'arc AB dans le mouvement du Vaisseau suivant AF, & qu'on acheve le parallelogramme MN, sa diagonale PO sera la direction de la résistance composée que trouvent ces deux arcs AE, AB.

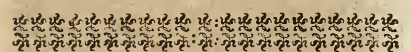
Enfin après avoir prolongé cette diagonale PO en V, en sorte que TV = PO, si l'on fait TS à PM comme la résistance composée qui se fait sur l'arc BC est à la résistance composée qui se fait contre l'arc AE & qu'on acheve le parallelogramme VS, sa diagonale TX sera la direction de la résistance composée que la section horisontale ABCDE trouve dans le fluide où elle se meut suivant la direction AF.

REMARQUE.

Il paroît d'abord que cette solution n'est point complette, attendu que les Corollaires II. & III. de l'Article précedent ne donnent point les efforts composez ou résistances composées qui se font contre les arcs de cercles, mais seulement leurs directions. Mais cette difficulté sera bientôt levée si l'on fait attention que nous avons trouvé dans l'exemple de l'Article IV. la somme des efforts ou résistances que l'arc trouve parallelement aux coupées avec la somme des résistances que le même arc trouve parallelement aux ordonnées, & comme les directions de ces deux sommes sont à angle droit, il est évident que la racine quarrée de la somme de leurs quarrez sera la valeur de la résistance composée que l'arc trouve en se mouvant dans le fluide.

Donc l'on pourra prendre PM, PM, TS dans les rapports des résistances composées que les arcs AE, AB, BC

trouvent en se mouvant dans le fluide suivant la direction BC.



CHAPITRE III.

Où l'on examine quel est l'endroit le plus avantageux pour planter le mât lorsqu'il n'y en a qu'un.

PRemierement il est certain que le Mât doit toujours être planté dans un point de la quille du Vaisseau, afin que le Vaisseau ait les mêmes avantages des deux côtez de la quille.

2°. Le Mât doit être planté dans un lieu tel que la résistance de l'eau contre le Vaisseau soit toujours en équilibre sur le Mât, autrement le Vaisseau ne pourroit garder la direction qu'on lui auroit donnée.

Mais la résistance que le Vaisseau trouve dans l'eau ne sçauroit être en équilibre sur le Mât, que le Mât ne soit planté dans la direction de la résistance composée que le Vaisseau trouve dans l'eau.

Donc il faut planter le Mât dans la direction de la résistance composée de toutes les résistances que le Vaisseau trouve dans l'eau.

Cela posé, nous allons déterminer l'endroit le plus avantageux pour poser le Mât dans des Vaisseaux de differentes figures.

ARTICLE I.

Déterminer l'endroit le plus avantageux pour poser le Mât dans un Vaisseau dont la coupe horisontale est un parallelogramme rectangle.

SOLUTION.

Fig. V. Nous avons vû dans l'Article I. & son Corollaire du Chapitre II. que la direction de la résistance composée de toutes les résistances que trouve un rectangle passe toujours par son milieu. Il s'ensuit donc qu'il faut toujours mettre le Mât dans le milieu du parallelogramme rectangle, c'est-à-dire, en un point P qui soit au milieu de la quille ES. Et le Mât ainsi placé mettra toujours en équilibre sur lui-même la résistance que le rectangle trouvera dans l'eau. *C. Q. F. T.*

ARTICLE II.

Déterminer l'endroit le plus avantageux pour planter le Mât lorsque la coupe horisontale du Vaisseau est un rhombe.

SOLUTION.

Fig. VI. Nous avons vû dans l'Article II. du Chapitre II. & dans son Corollaire que la direction de la résistance composée que trouve le rhombe passoit par le point P, où se rencontrent les perpendiculaires tirées sur les milieux des faces AD, CD, qui souffrent la résistance.

Mais ce point de rencontre P, par lequel doit passer la résistance composée que trouve le rhombe, est sur la quille BD lorsqu'il n'y a que les faces AD, DC, entre lesquelles passe la quille BD, qui souffrent la résistance du fluide.

Donc il faudroit planter le Mât au point P, si le fluide ne résistoit jamais qu'aux faces AD, DC, entre lesquelles passe la quille.

Fig. VII. Mais si la quille étoit AC comme dans la Figure VII. où le fluide résiste aux faces AD, DC qui sont d'un même côté de la quille; on ne pourroit point mettre le Mât

au point P où ſe rencontrent les perpendiculaires EP, FP tirées ſur le milieu des faces AD, DF auſquelles le fluide réſiſte; attendu que ce point P ne ſe rencontre pas ſur la quille AC; mais au point S où la direction PO de la réſiſtance composée de celles que ſouffrent les faces AD, DC, rencontre la quille AC.

Or il eſt évident que ce point S ne ſera pas toujours le même, mais ſe rapprochera du milieu T, à meſure que l'angle HAC, que la quille fait avec la direction AH de ſon mouvement augmentera & ſe rapprochera du point Q à meſure que l'angle HAC diminuëra.

Mais comme le Mât ne ſçauroit changer de place à meſure que le point S varie, il lui faut chercher une place fixe, dans laquelle il puiſſe metre en équilibre avec le ſecours d'un gouvernail la réſiſtance composée quelconque que le Vaiſſeau trouve dans l'eau.

Comme la quille ne doit jamais être perpendiculaire à la direction du mouvement du Vaiſſeau, il faut placer le Mât entre le point T & le point Q, à telle diſtance du point Q que le gouvernail puiſſe rendre la réſiſtance composée de l'arriere égale à la réſiſtance composée de l'avant, lorſque cette derniere eſt la plus grande qu'il eſt poſſible pour faire tourner le Vaiſſeau ſur le Mât.

Et c'eſt ce que je vais déterminer.

Soit le gouvernail GC parallele à la face AB, ſi l'on fait LO perpendiculaire ſur le milieu du gouvernail GC, & EV perpendiculaire ſur le milieu de la face AB, & qu'ayant prolongé la face CD en V, l'on faſſe VX égale au gouvernail GC, & LO, égale à la face BA. Enfin ſi l'on tire OX, & que du point R où cette ligne rencontre CD prolongée, l'on tire RS parallele à EV ou LO, cette ligne RS donnera ſur la quille un point S, tel qu'en y plantant le Mât il pourra toujours, avec le ſecours du gouvernail, mettre la réſiſtance de l'eau en équilibre; pourvû cependant que l'angle que la quille fait avec la direction de ſon mouvement n'approche pas trop de l'an- Fig. XIII.

gle droit, lorſque le point S ne tombe point ſur le point T.

DEMONSTRATION.

Premierement, puiſque le gouvernail GC & la face AB ſont paralleles, ils feront des angles égaux avec la direction du mouvement du Vaiſſeau; ainſi la réſiſtance que la face trouvera, ſera à celle que le gouvernail rencontrera, comme BA : GC.

Mais par la conſtruction BA : GC :: LO : VX :: LR : RV

Donc la réſiſtance que trouve la face BA eſt à la réſiſtance que trouve le gouvernail GC :: LR : RV.

Mais EV, LO étant perpendiculaires ſur les milieux de BA, GC, ſont les directions véritables des réſiſtances que trouvent BA & GC; & les lignes LR, RV ſont égales aux diſtances du point S aux directions LO, EV, des réſiſtances que trouvent le gouvernail & la face.

Donc les réſiſtances que trouvent BA, GC, ſont entr'elles réciproquement comme les diſtances RV, LR de leurs directions au point S. Donc ces réſiſtances ſeront en équilibre ſur le point S.

Puiſque la réſiſtance que trouve le gouvernail eſt en équilibre ſur le point S avec la réſiſtance que trouve la face BA; il s'enſuit qu'il n'y aura qu'une ſeule diſpoſition de la quille avec la direction du mouvement dans laquelle la réſiſtance composée de celle du Vaiſſeau, & de celle du gouvernail puiſſe être en équilibre ſur le point S, lorſque le gouvernail eſt parallele à la face BA; & le Vaiſſeau eſt dans cette diſpoſition lorſque la direction BF de ſon mouvement eſt parallele à la face BC, c'eſt-à-dire, lorſque le fluide ne réſiſte qu'à la face BA.

Car ſi le Vaiſſeau étoit dans une autre diſpoſition où le fluide réſiſtât encore à la face BC ou à la face DA, la réſiſtance que trouve la face BA étant en équilibre avec la réſiſtance que trouve le gouvernail GC cet équilibre ſeroit rompu par la réſiſtance que trouveroit la face BC,

ou

ou la face DA, enſorte que la réſiſtance que le Vaiſſeau trouveroit du côté du gouvernail par rapport au Mât ſeroit plus grande que celle qu'il trouveroit du côté de la prouë.

Donc la réſiſtance que trouve le Vaiſſeau du côté de la prouë par rapport au Mât eſt la plus forte qu'il eſt poſſible pour faire tourner le Vaiſſeau ſur un point quelconque S, quand la direction BF du mouvement eſt parallele à la face BC.

Mais la direction GC du gouvernail dans un rhombe eſt la plus avantageuſe qu'il eſt poſſible, lorſqu'il eſt parallele à la face BA ou CD; car ne pouvant point faire un plus grand angle GCQ avec la quille que n'en fait la face AB du Vaiſſeau, attendu que les faces BC, CD du rhombe ne permettent pas au timon du gouvernail de faire un plus grand angle, le courant de l'eau ne ſçauroit avoir plus de priſe ſur lui que ſur la face BA.

Donc le point S eſt tel que le Mât y étant planté, la plus grande réſiſtance que trouve le gouvernail peut augmenter la réſiſtance du Vaiſſeau du côté de la poupe, juſqu'à ce qu'elle ſoit en équilibre avec la réſiſtance que le Vaiſſeau trouve du côté de la prouë lorſque cette réſiſtance a la plus grande qu'il eſt poſſible par rapport à celle de la poupe.

Donc il faut planter le Mât au point S.

ARTICLE III.

Un poligone étant inſcrit dans la coupe horiſontale d'un Vaiſſeau, déterminer le point de la quille où il faut planter le Mât.

SOLUTION.

Ayant trouvé par l'Article III. du Chapitre précedent la direction $\varpi\rho$ de la réſiſtance compoſée de toutes les Fig. VIII.

résistances que trouvent les parties du Vaisseau ; prolongez cette direction $\pi\rho$ jusqu'à ce qu'elle rencontre la quille & le point de rencontre θ sera celui où il faudroit planter le Mât si la direction de l'effort ou résistance composée que trouve le Vaisseau coupoit toujours la quille au même endroit.

Mais comme ce point θ de section n'est pas toujours le même, il faut chercher quelle est l'inclinaison de la quille à la direction de son mouvement, lorsque ce point θ est le plus près de la prouë, ce qui arrive lorsque la quille fait un fort petit angle avec la direction du mouvement; ensuite il faut reculer le même point vers la poupe jusqu'à ce que la plus grande résistance du gouvernail puisse augmenter la résistance de la poupe au point que la direction de l'effort composé de toutes les résistances puisse encore passer par ce point reculé θ.

Mais comme ce point θ est fort écarté du milieu de la quille, & que le gouvernail n'a pas toute la force nécessaire pour le rapprocher du milieu, l'on approche le point θ le plus près qu'il est possible du milieu lorsqu'il n'y a qu'un Mât, & par le moyen des manœuvres l'on rapproche la vergue, & par conséquent la voile plus ou moins de la poupe ou de la prouë, suivant l'exigence de la direction du mouvement du Vaisseau par rapport à la quille.

ARTICLE IV.

Déterminer le point θ de la quille le plus avantageux pour y planter le Mât, lorsque la section horisontale du Vaisseau est terminée par plusieurs arcs de cercle.

SOLUTION.

Fig. XII. Ayant déterminé dans l'Article V. du Chapitre pré-

cédent la direction TX de la réſiſtance composée que trouve la ſection horiſontale du Vaiſſeau ; prolongez cette direction TX juſqu'à ce qu'elle rencontre la quille en un point θ : Ce point θ ſeroit celui dans lequel il faudroit planter le Mât, ſi la direction TX de la réſiſtance composée que trouve le Vaiſſeau coupoit toujours la quille au même endroit.

Mais comme ce point θ n'eſt point fixe, & qu'il faut planter le Mât dans un point fixe,

Il faut chercher quelle eſt la direction du mouvement par rapport à la quille, dans laquelle le point θ eſt le plus près qu'il eſt poſſible de la prouë, & reculer ce point θ juſqu'à ce que la plus grande réſiſtance du gouvernail puiſſe augmenter la réſiſtance de la poupe au point que la direction de la réſiſtance composée que trouve le Vaiſſeau avec ſon gouvernail puiſſe encore paſſer par ce point reculé θ ; alors on pourra mettre le Mât dans ce point θ s'il n'eſt point trop écarté du milieu du Vaiſſeau.

Mais ſi ce point θ quoique reculé, étoit encore trop écarté du milieu du Vaiſſeau, l'on pourroit encore le rapprocher un peu du milieu ; mais dans ce cas il faudroit par le moyen des manœuvres retirer les vergues vers la poupe ou la prouë ſuivant l'exigence de la direction du mouvement du Vaiſſeau par rapport à la quille.

COROLLAIRE.

Il ſuit des quatre Articles précedens qu'il faut mettre le Mât entre le milieu du Vaiſſeau & la prouë, ſans pourtant trop l'écarter du milieu ; car ſi on l'écartoit trop du milieu, il ne pourroit point mettre en équilibre ſur lui la réſiſtance que trouve le Vaiſſeau lorſque la direction de cette réſiſtance paſſe près du milieu, ſçavoir lorſque la direction du mouvement du Vaiſſeau fait avec la quille un angle qui approche de l'ange droit.

SCHOLIE.

Si l'on connoiſſoit exactement la figure d'un Vaiſſeau, il eſt évident que l'on pourroit de cette manière déterminer le point le plus avantageux pour poſer le Mât. Mais les gabaris des vaiſſeaux ſont ſi différens qu'il faudroit un modele de chaque Vaiſſeau pour y déterminer ce point.

Comme il eſt trop difficile de déterminer l'effort composé ou réſiſtance composée de toutes les réſiſtances que trouvent les figures terminées par pluſieurs courbes, je crois qu'il vaudroit beaucoup mieux regarder les Vaiſſeaux comme des ſolides terminez par pluſieurs plans; car alors ſans beaucoup de Géometrie l'on pourroit déterminer par l'Article III. de Chapitre II. la direction de l'effort composé ou réſiſtance composée que le fluide fait contre les ſections horiſontales du Vaiſſeau, & par conſéquent contre tout le Vaiſſeau lorſque toutes ſes faces ſont perpendiculaires aux ſections horiſontales.

Enfin ſi les faces du Vaiſſeau ne ſont point perpendiculaires à la ſection horiſontale, il faudra chercher les réſiſtances que le fluide fera perpendiculairement à ces faces, & chercher enſuite ce qu'il en réſulte horiſontalement à toutes ces faces.

CHAPITRE IV.

Où l'on examine quelle doit être la ſituation des Mâts, leur hauteur & leur nombre.

NOus avons vû dans le Chapitre précedent quelle étoit la manière de poſer le Mât d'un Vaiſſeau lorſqu'il n'y en a qu'un; mais comme le gouvernail auquel

il faut avoir recours pour mettre la réſiſtance de l'eau en équilibre ſur ce Mât unique, retarde le ſillage du Vaiſſeau. Voyons ſi nous ne pourrions point appercevoir quelqu'avantage dans la pluralité des Mâts.

Il eſt évident 1°. qu'en mettant pluſieurs Mâts ſur un Vaiſſeau, l'on peut toujours mettre la réſiſtance de l'eau en équilibre ſans le ſecours d'un gouvernail ; car ſi le Vaiſſeau trouve plus de réſiſtance du côté de l'avant que du côté de l'arriere, il n'a qu'à prendre plus de vent avec les voiles des Mâts d'avant qu'avec celles des Mâts d'arriere ; de cette maniére l'on pourra toujours mettre la réſiſtance de l'eau en équilibre ſur le centre de force de tous les Mâts.

2°. L'on peut prendre plus de vent avec pluſieurs Mâts qu'avec un ſeul, à moins que le ſeul Mât qu'on mettroit ne récompensât par ſa hauteur, & par la grandeur de ſes voiles, le grand nombre de voiles qu'on peut mettre ſur pluſieurs Mâts. Mais dans ce cas le Mât deviendroit trop élevé & donneroit par conſéquent trop d'avantage au vent pour faire pancher le Vaiſſeau, & même pour le faire capot, comme il eſt arrivé pluſieurs fois ; & les vergues devenant trop longues, ſortiroient trop hors le Vaiſſeau, & rendroient par conſéquent les manœuvres trop difficiles.

ARTICLE I.

Les intervalles des Maſts doivent être comme les ſommes des demi-vergues ou des vergues qui paſſent par ces intervalles.

DEMONSTRATION.

Soit un Vaiſſeau quelconque dont les Mâts ſont placez dans des points quelconques A, G, M, & dont les Fig. XII. *

vergues ſoient RB . CI . DQ attachées aux Mâts par leurs milieux ; enſorte que AB . GI , MQ ſoient les demi-vergues.

Quelque ſoit la hauteur des Mâts, il eſt clair que ſi l'on veut profiter de la grandeur des voiles, il faut 1°. qu'elles ne laiſſent point échapper le vent.

2°. Qu'elles ne ſe couvrent point les unes les autres.

Pour cela il faut que la ligne BC qui paſſe par l'extrémité B de la vergue d'artimon, & par l'extrémité C de la grande vergue, ſoit parallele à la ligne ID qui paſſe par l'extrémité I de la grande vergue, & par l'extrémité D de la vergue de miſene, lorſque toutes les vergues ſont paralleles. Car cela posé, le vent qui ſouffleroit ſuivant BC, ID, ſeroit reçû ſur toutes les voiles qui n'en laiſſeroient point échapper. Voyons maintenant quelles doivent être pour cela les diſtances des Mâts.

Puiſque les vergues RB, CI, DQ, ſont paralleles, & que les lignes BC, ID du vent ſont auſſi paralleles, les quatre triangles BAE, CGE, IGF, DMF ſeront ſemblables.

L'on aura donc CG : GI : : EG : GF ,

Mais CG = GI donc EG = GF,

L'on aura AB : AE : : CG : EG.

Donc AB + CG : AE + EG : : CG : EG,

L'on aura auſſi CG : EG = GF : : DM : FM.

Donc CG + DM : GF + FM : : CG : EG.

Donc AB + CG : AE + EG : : CG + DM : GF + FM.

C'eſt-à-dire, que les intervalles des Mâts ſont comme les ſommes des demi-vergues qui paſſent par ces intervalles, ou pour mieux dire, qui ſont adjacentes à ces intervalles.

ARTICLE II.

Lorſque les voiles d'un même Vaiſſeau ſont ſemblables,

les longueurs des vergues ſont comme les hauteurs des Maſts.

DEMONSTRATION.

Les longueurs des vergues ſont comme les largeurs des voiles, ou plûtôt ſont égales aux largeurs des voiles.

Mais puiſque les voiles ſont ſemblables, les largeurs des voiles ſont comme leurs longueurs. Mais les longueurs des voiles devant occuper les hauteurs des Mâts, ſont comme les hauteurs des Mâts.

Donc les longueurs des vergues ſont comme les hauteurs de leurs Mâts. *Ce qu'il falloit démontrer.*

COROLLAIRE.

Donc les intervalles des Mâts ſont comme les ſommes des Mâts adjacents à ces intervalles, quand les voiles ſont ſemblables. Car pour lors les vergues étant comme les hauteurs des Mâts, les ſommes des vergues ſont comme les ſommes des Mâts. Mais nous avons vû que les intervalles des Mâts ſont comme les ſommes des vergues adjacentes. Donc ces intervalles ſont comme les ſommes des Mâts adjacens.

Comme il eſt aſſez ordinaire de faire des voiles ſemblables, ſur tout les voiles des huniers & les voiles baſſes du grand Mât & du Mât de miſene, je ſuppoſerai toujours dans la ſuite que les longueurs des vergues ſont comme les hauteurs des Mâts.

ARTICLE III.

Les diſtances SP, QP, RP *des Maſts au point* P, *par lequel doit paſſer leur centre de force étant données, déterminer le meilleur rapport dans lequel on puiſſe faire les hauteurs de ces Maſts.* Fig XIV.

SOLUTION.

Quoiqu'il y ait une infinité de rapports dans lesquels les Mâts étant faits leur centre de force passera toujours par le point P, les Mâts étant toujours aux points S.Q.R. Il n'y a cependant qu'un seul rapport dans lequel ces Mâts puissent être faits le plus avantageusement qu'il est possible ; & c'est ce meilleur rapport qu'il faut déterminer.

Pour trouver ce meilleur rapport, il faut sçavoir qu'il ne suffit pas que le centre de force des Mâts passe par le point P, mais il faut encore que les intervalles des Mâts soient comme les sommes des vergues qui sont aux extremitez de ces intervalles. 2°. Que les hauteurs des voiles soient comme les hauteurs des Mâts, ainsi qu'on le pratique, du moins dans les trois huniers & dans le grand Mât, & le Mât de misene. Cela posé, si l'on prend pour les hauteurs des Mâts leur partie qui est hors le Vaisseau.

Soit { la hauteur du grand Mât . . . . . $= x$
la hauteur du Mât de misene . . . . $= y$
la hauteur du Mât d'artimon . . . . $= z$.

Soit aussi { la longueur de la vergue du grand Mât . . $= V$
la longueur de la vergue de misene . . . $= u$
la longueur de la vergue de fougue d'artimon . $= v$

Soit enfin { la distance QP du grand Mât au point P . . $= r$
la distance SP du Mât de misene au point P $= p$
la distance RP de l'artimon au point P . . $= q$

L'on aura { la distance QS du grand Mât au Mât de misene $= r + p$
la distance QR du grand Mât à l'artimon . $= q - r$

Mais suivant l'Article I. ces intervalles $r + p$, $q - r$ de Mâts doivent être comme les sommes $V + u$, $V + v$ des vergues

vergues qui ſont aux extrémitez de ces intervalles.

On aura donc $r + p : q - r :: V + u : V + v$.

Mais les voiles étant ſemblables, l'on aura les longueurs V, u, v, des vergues comme les hauteurs x. y. z. des Mâts. Et par conſéquent $V + u : V + v :: x + y : x + z$.

Donc $r + p : q - r :: x + y : x + z$,

ce qui donne $rx + px + rz + pz = qx - rx + qy - ry$

d'où l'on tire $\begin{cases} x = \dfrac{qy - ry - rz - pz}{p + 2r - q} \\ y = \dfrac{2rx + px - qx + rz + pz}{q - r} \end{cases}$

Mais le centre de force des trois Mâts $x : y : z$ devant ſe trouver au point P où la Quille eſt coupée par la direction de la réſiſtance que le Vaiſſeau trouve dans l'eau, il faut que l'énergie du Mât de Miſene y qui ſe trouve d'un côté de ce point ſoit égale à la ſomme des énergies du grand Mât x, & du Mât d'Artimon z qui ſe trouvent tous deux de l'autre côté du même point P.

Mais puiſque par l'hypothêſe les longueurs des vergues, & par conſéquent les largeurs des voiles, ſont comme les hauteurs des Mâts, & que les hauteurs des voiles doivent être auſſi comme les hauteurs des Mâts, il eſt évident que les ſurfaces des voiles ſeront comme les quarrez des hauteurs des Mâts, & par conſéquent les efforts que le vent fera contr'elles ſeront auſſi comme les quarrez des hauteurs des Mâts.

On pourra donc prendre les quarrez xx, yy, zz des hauteurs des Mâts x, y, z, pour les efforts que le vent fait contre les voiles de ces Mâts.

Donc ſi l'on multiplie ces quarrez xx, yy, zz des Mâts par leurs diſtances QR, SP, RP ou r, p, q au point P.

On aura le produit $\begin{cases} rxx \text{. pour l'énergie du grand Mât,} \\ pyy \text{. pour l'énergie du Miſene,} \\ qzz \text{. pour l'énergie de l'Artimon,} \end{cases}$

Mais nous avons dit que l'énergie du Mât de misene devoit être égale à la somme des énergies du grand Mât & du Mât d'artimon.

On aura donc cette égalité,

$$pyy = rxx + qzz$$

Mais nous avons trouvé $\left\{ \begin{array}{l} x = \frac{qy - ry - rz - pz}{p + 2r - q} \\ y = \frac{2rx + px - qx + rz + pz}{q - r} \end{array} \right.$

quarrant ces deux égalitez l'on aura,

$$1^{\circ}.\ xx = \frac{qqy^2 - 2qry^2 + r^2y^2 - 2qryz + 2r^2yz + rrzz - 2pqyz + 2pryz + 2przz + p^2z^2}{\overline{p + 2r - q}^2}$$

$$2^{\circ}.\ yy = \frac{\overline{4qr + 4pr + pp - 4qr - 2pq + qq} \times xx + \overline{4rr + 6pr - 2qr + 2pp - 2pq} \times xz + \overline{r + p}^2 \times zz}{qq - 2qr + rr}$$

Maintenant si l'on substituë l'une après l'autre, ces valeurs de xx & de yy dans l'équation $pyy = rxx + qzz$.

Lon aura les deux égalitez suivantes. Donc l'une ne contiendra point de x & l'autre point de y.

$$3^{\circ}.\ \overline{pyy - qzz} \times \overline{p + 2r - q}^2 = rqqy^2 - 2qr^2y^2 + r^3yy - 2qr^2yz + 2r^3yz + r^3zz - 2pqryz + 2prryz + 2prrzz + rppzz.$$

$$4^{\circ}.\ \overline{rxx + qzz}. \times \overline{.qq - 2qr + rr} = 4pr^2x^2 + 4pprx^2 + p^3x^2 - 4pqrx^2 - 2p^2qx^2 + q^2x^2p + 4prrxz + 2pprxz - 2pqrxz + prrzz + 4pprxz + 2p^3xz - 2ppqxz + 2pprzz + p^3zz.$$

Si l'on ordonne la premiere de ces deux équations par rapport à y, & la seconde par papport à x, l'on aura,

$$5^\circ.\ yy.\times\left\{\begin{array}{l}\overline{p+2r-q}^{2}.\times.p\\ -rqq\\ +2qrr\\ -r^3\end{array}\right. +y.\times.\left\{\begin{array}{l}+2qrrz\\ -2r^3z\\ +2pqrz\\ -2prrz\end{array}\right. = zz.\times.\left\{\begin{array}{l}\overline{p+2r-q}^{2}\times q\\ +r^3\\ +2prr\\ +rp^2.\end{array}\right.$$

$$6^\circ.\ xx\times\left\{\begin{array}{l}+qqr\\ -2qrr\\ +rrr\\ -4prr\\ -4ppr\\ -p^3\\ +4prq\\ +2ppq\\ -pqq\end{array}\right. +x.\times.\left\{\begin{array}{l}-4prrz\\ -2pprz\\ +2pqrz\\ -4pprz\\ -2p^3z\\ +2ppqz\end{array}\right. = zz.\times\left\{\begin{array}{l}-q^3\\ +2qqr\\ -qrr\\ +prr\\ +2ppr\\ +p^3.\end{array}\right.$$

La premiere de ces deux égalitez nous fournira la valeur de y, & la ſeconde nous fournira la valeur de x. dans leſquelles valeurs il n'y aura point de . x . ni de . y . ſçavoir,

$$7^\circ.\ y=\sqrt{\frac{\overline{p+2r-q}^{2}\times qzz+\overline{r+p}^{2}\times rzz}{\overline{p+2r-q}^{2}\times p+\overline{q-r}^{2}\times -r}+\overline{\frac{qrrz-r^3z+pqrz-prrz}{\overline{p+2r-q}^{2}\times p+\overline{q-r}^{2}\times -r}}^{2}}$$

$$\frac{-qrrz+r^3z-pqrz+prrz}{\overline{p+2r-q}^{2}\times p+\overline{q-r}^{2}\times -r}.$$

$$8^\circ.\ x=\sqrt{\frac{\overline{p+r}^{2}\times pzz+\overline{q-r}^{2}\times -qzz}{\overline{q-r}^{2}\times r+\overline{p+2r-q}^{2}\times -p}+\overline{\frac{\overline{-3pr-2r^2+qr-pp+pq}\times pz}{\overline{q-r}^{2}\times r+\overline{p+2r-q}^{2}\times -p}}^{2}}$$

$$\frac{\overline{+3pr+2rr-qr+pp-pq}\times pz}{\overline{q-r}^{2}\times r+\overline{p+2r-q}^{2}\times -p}$$

$9^\circ.\ z=z$

Donc ſi l'on multiplie les ſeconds membres des équations 7e, 8e & 9e, par $\overline{p+2r-q}^{2}\times p+\overline{q-r}^{2}\times -r$, & qu'enſuite on les diviſe par z.

On aura les hauteurs $x:y:z$ des Mâts dans les rapports ſuivans.

$$x \; : \; y \; : \; z \; :: \; \left\{ \begin{array}{l} \sqrt{\overline{\overline{p+r}^2 \times -p+\overline{q-r}^2 \times q} \cdot \times \overline{\overline{p+2r-q}^2 \times p+\overline{q-r}^2} \times \overline{-r+3p^2r+2pr^2-pqr+p^3-p^2q}^2} \\ -3p^2r - 2prr + pqr - p^3 + ppq \\ \hline \sqrt{\overline{\overline{p+2r-q}^2 \times q+\overline{r+p}^2 \times r} \, . \times . \, \overline{\overline{p+r-q}^2 \, . \times . \, p+\overline{q-r}^2} \, . \times . \, \overline{-r+qrr+r^3-pqr-prr}^2} \\ -qrr + r^3 - pqr + prr \\ \hline \overline{p+r-q}^2 \times p+\overline{q-r}^2 \times -r \end{array} \right.$$

qui sont les plus avantageux pour mettre les Mâts en équilibre sur le point P où la Quille est coupée par la direction de la résistance que le Vaisseau trouve dans l'eau. *Ce qu'il falloit trouver.*

REMARQUE I.

Il faut remarquer que le rapport que nous venons de déterminer convient mieux aux Mâts de hunes & au perroquet d'artimon qu'au grand Mât, au Mât de Misene & à l'Artimon. Puisque l'on ne met jamais en équilibre sur le point P l'Artimon, le grand Mât & la Misene. Attendu que l'Artimon, se trouvant du même côté que le grand Mât par rapport au point P deviendroit trop petit, & seroit par conséquent incapable de gouverner le Vaisseau. L'on fait même la hauteur de l'artimon égale à la hauteur du Mât de Misene ; & afin que sa voile soit la plus grande qu'il est possible sans couvrir la grande voile, l'on incline sa vergue d'environ 45° : ensorte que sa voile qui est triangulaire laisse aisément passer le vent sur la grande voile.

Mais comme l'on doit cependant toujours conserver l'équilibre, on y ajoute un quatriéme Mât à la prouë qui fait équilibre avec l'excès de la grandeur de la voilure d'Artimon ; ou si l'on ne sçauroit se servir de la voile du

Beaupré qui eſt à la prouë, l'on cargue la voile baſſe du grand Mât juſqu'à ce que l'Artimon faſſe équilibre avec le Mât de Miſene.

Nous verrons enſuite de l'Article ſuivant dans quel rapport il faut faire la hauteur & la vergue du Beaupré, afin qu'il puiſſe faire équilibre avec l'excès de la voilure d'Artimon.

REMARQUE II.

Comme j'ai donné la maniere de trouver la direction de la réſiſtance composée que trouve le Vaiſſeau, il eſt évident que l'on peut trouver le point où la Quille eſt coupée par la direction de cette réſiſtance. Si on ne peut déterminer ce point géométriquement, l'on peut du moins le faire méchaniquement, ſçavoir en mettant le Vaiſſeau que l'on veut mâter à la traine d'un autre Vaiſſeau, en lui attachant le cable qui le traîne à ſon bord entre l'éperon & le maître Beau, car pour lors la direction de la corde coupera la Quille dans le point où la direction de la réſiſtance que trouve le Vaiſſeau la coupe.

Car puiſque l'effort de la corde eſt en équilibre avec la réſiſtance que trouve le Vaiſſeau; il eſt clair que la direction de la corde doit être la même que la direction de la réſiſtance que trouve le Vaiſſeau.

ARTICLE IV.

Les hauteurs de trois Mâts étant données, déterminer leurs ſituations les plus avantageuſes.

SOLUTION.

Quoiqu'il y ait une infinité de points dans leſquels les trois Mâts donnez étant plantez, ils pourront faire équilibre ſur le point P, il n'y en a cependant que trois où Fig. XIV.

l'on puiſſe les planter le plus avantageuſement qu'il eſt poſſible.

Pour déterminer ces points géometriquement, il faut ſçavoir qu'il ne ſuffit pas que les trois Mâts faſſent enſemble équilibre ſur le point P, c'eſt-à-dire, que leur centre P de force ſoit dans la direction de la réſiſtance que le Vaiſſeau trouve dans l'eau ; mais qu'il faut encore 1°. que les diſtances des Mâts ſoient comme les ſommes des vergues qui paſſent par ces diſtances (Art. I.)

2°. Que les longueurs des vergues ſoient comme les hauteurs de leurs Mâts. Par l'Article II.

Mais la poſition du Mât de Miſene étant déterminée naturellement à l'extrémité de la Quille, il n'y a que deux points où les Mâts d'Artimon & le grand Mât étant plantez.

1°. Les Mâts pourront faire équilibre ſur le point P.

2°. Les intervalles des trois Mâts ſeront comme les ſommes des vergues qui peuvent occuper ces intervalles.

3°. Les longueurs des vergues des trois Mâts ſeront comme les hauteurs des Mâts.

Ce ſont donc ces deux points avec l'extrémité de la Quille qui ſont les trois points les plus avantageux pour poſer les trois Mâts. Ainſi ce ſont eux qu'il s'agit de trouver. Pour cela.

Soit la hauteur du grand Mât . . . $= g$
La hauteur du Mât de Miſene . . . $= m$
La hauteur du Mât d'Artimon . . . $= a$

La longueur de la vergue du grand Mât $= V$
La vergue du Mât de Miſene . . . $= u$
La vergue d'Artimon . . . . . $= v$

La diſtance QP du grand Mât au point P $= x$
La diſtance SP du Mât de Miſene au point P $= y$
La diſtance PR du Mât d'Artimon au point P $= z$

On aura { La diſtance QS du grand Mât au Mât de Miſene $= x + y$
La diſtance QR du grand Mât au Mât d'Artimon $= z - x$

Mais ſuivant l'Article I. les intervalles QS, QR des Mâts doivent être comme les ſommes $V + u$, $V + v$ des vergues qui doivent occuper ces intervalles. L'on aura donc

$QS = x + y : QR = z - x :: V + u : V + v$

Mais les longueurs $V : u : v$ des vergues étant comme les hauteurs $g : m : a$ des Mâts.

On aura $V + u : V + v :: g + m : g + a$.

Donc $x + y : z - x :: g + m :: g + a$,

ce qui donne cette égalité,

$$gz + mz - gx - mx = gx + gy + ax + ay$$

D'ou l'on tire,

$$x = \frac{gz + mz - gy - ay}{a + 2g + m}$$

$$y = \frac{gz + mz - 2gx - mx - ax}{a + g}$$

$$z = \frac{ax + 2gx + mx + ay + gy}{g + m}$$

Mais le centre de force des trois Mâts devant ſe trouver au point P où la Quille eſt coupée par la direction de la réſiſtance que le Vaiſſeau trouve dans l'eau ; il faut que l'énergie du Mât de Miſene qui eſt d'un côté de ce point P ſoit égale à la ſomme des énergies du grand Mât & du Mât d'Artimon qui ſont de l'autre côté de ce même point P.

Mais puiſque les longueurs des vergues ſont comme les hauteurs des Mâts, ſi l'on fait les hauteurs des voiles comme les hauteurs des Mâts, & les largeurs des voiles comme les longueurs des vergues, ainſi qu'on le pratique ; les ſurfaces des voiles ſeront comme les quarrez des hauteurs des Mâts, & par conſéquent les efforts que le vent fera contr'elles ſeront auſſi comme les quarrez des hauteurs de leurs Mâts.

Cela posé, l'on pourra toujours prendre les quarrez des hauteurs des Mâts pour les efforts que le vent fait contre leurs voiles.

Ainsi multipliant les quarrez gg, mm, aa des hauteurs des Mâts par leurs distances x, y : z au point P sur lequel les puissances des Mâts doivent être en équilibre, l'on aura,

g^2x = à l'énergie du grand Mât,

m^2y = à l'énergie du Mât de Misene,

aaz = à l'énergie du Mât d'Artimon.

Mais nous avons dit que l'énergie du Mât de Misene devoit être égale à la somme des énergies du grand Mât & du Mât d'Artimon. L'on aura donc cette égalité,

$$m^2y = g^2x + a^2z$$

Maintenant si l'on substituë dans cette équation la valeur de $x = \frac{gz + mz - gy - ay}{a + 2g + m}$ que nous avons trouvée.

On aura

$$am^2y - a^3z + 2gm^2y - 2ga^2z + m^3y - ma^2z = g^3z + g^2mz - g^3y - g^2ay$$

D'où l'on tire,

$$1^\circ.\ y = \frac{g^3z + g^2mz + a^3z + 2ga^2z + ma^2z}{am^2 + 2gm^2 + m^3 + g^3 + ag^2}.$$

$$2^\circ.\ z = \frac{am^2y + 2gm^2y + m^3y + g^3y + ag^2y}{g^3 + g^2m + a^3 + 2ga^2 + a^2}$$

Substituant aussi dans la même équation $mmy = g^2x + a^2z$ la valeur de $y = \frac{gz + mz - 2gx - mx - ax}{a + g}$ que nous avons trouvée.

On aura $m^2gz + m^3z - 2m^2gx - m^3x - am^2x = ag^2x + g^3x + a^3z + ga^2z$ de laquelle on tire cette équation,

$$3^\circ.\ x = \frac{m^2gz + m^3z - a^3z - ga^2z}{ag^2 + g^3 + 2m^2g + m^3 + am^2}.$$

Substituant de même dans l'équation $mmy = g^2x + a^2z$

la

la valeur de $z = \frac{ax + 2gx + mx + ay + gy}{g + m}$ l'on aura

$a^3x + 2ga^2x + ma^2x + a^3y + a^2gy = gm^2y + m^3y - g^3x - mg^2x$
de laquelle on tire.

$$4^o.\ x = \frac{gm^2y + m^3y - a^3y - a^2gy}{a^3 + 2ga^2 + ma^2 + g^3 + mg^2}$$

Les ſeconds termes des deux équations numérotées 1°. & 3°. ayant tous deux même dénominateur & étant multipliez tous deux par z, l'on aura cette analogie,

$y : x :: g^3 + g^2m + a^3 + 2ga^2 + ma^2 : m^2g + m^3 - a^3 - ga^2$

Les ſeconds termes des équations numérotées 2°. & 4°. ayant auſſi toutes deux même dénominateur & étant multipliez par y, l'on aura cette analogie,

$x : z :: gm^2 + m^3 - a^3 - a^2g : am^2 + 2gm^2 + m^3 + g^3 + ag^2$.
Multipliant ces deux analogies par ordre, l'on aura,

$y : z :: g^3 + g^2m + a^3 + 2ga^2 + maa : am^2 + 2gm^2 + m^3 + g^3 + ag^2$

Donc les diſtances QP : SP : RP ou $x : y : z$ des trois Mâts donnez ſont dans des rapports connus, ſçavoir ;

$$\left.\begin{array}{l} x : \\ y : \\ z \end{array}\right\} :: \left\{\begin{array}{l} gm^2 + m^3 - a^3 - a^2g : \\ g^3 + g^2m + 2ga^2 + ma^2 + a^3 : \\ am^2 + 2gm^2 + m^3 + g^3 + ag^2 \end{array}\right.$$

Ce qu'il falloit trouver.

COROLLAIRE I.

Comme les rapports des indéterminez x, y, z ſont trouvez, il eſt évident que ſi l'on détermine celle que l'on voudra de ces trois indéterminées, les deux autres ſeront auſſi déterminées.

Mais les Mâts devant être les plus écartez qu'il eſt poſſible, afin que leurs voiles ne ſe couvrent point les unes les autres ; il faut néceſſairement poſer un des trois Mâts à l'extrémité de la Quille, ce qui détermine ſa diſtance au

point P, & par conséquent aussi les distances des deux autres Mâts au même point P.

Donc en plaçant un des Mâts à l'extrémité de la Quille du côté de la Prouë, les distances des trois Mâts seront déterminées par l'Article précedent, de telle sorte qu'ils seront posez le plus avantageusement qu'il est possible.

Corollaire II.

Si les hauteurs du grand Hunier, du Hunier de Misene, & du Perroquet de Fougue, c'est-à-dire d'Artimon sont données; & qu'on les veuille mettre en équilibre sur le point P, ensorte que leurs distances soient les plus avantageuses qu'il est possible, afin qu'ils ne laissent point échapper le vent. Comme la position du Mât de Misene est déterminée à l'extrémité de la Quille vers la Prouë, la distance de son Hunier au point P est donnée, & par conséquent les distances du grand Hunier & du Perroquet d'Artimon au point P sont aussi déterminées par l'Article précedent, ensorte que ces trois Huniers seront placez le plus avantageusement qu'il est possible.

Corollaire III.

Si les voiles des trois Huniers sont en équilibre sur le point P, il est évident que si l'on veut mettre aussi les voiles des trois grands Mâts en équilibre sur le même point P; il faudra faire les voiles des trois grands Mâts dans le même rapport que les voiles des Huniers.

Mais les voiles des Huniers étant semblables sont entr'elles comme les quarrez de leurs bases, c'est-à-dire, comme les quarrez des vergues qui les bordent par le bas.

Donc les surfaces des voiles des trois grands Mâts doivent être comme les quarrez des vergues qui bordent les voiles de leurs Huniers.

Mais les voiles du Hunier de Misene, du grand Hunier, & du Hunier d'Artimon ou Perroquet de Fougue sont bor-

dées par la vergue de Miſene, la grande vergue, & la vergue de Fougue.

Donc ſi l'on veut mettre les voiles du Mât de Miſene, du grand Mât & du Mât d'Artimon en équilibre ſur le point P, il faut que leurs ſurfaces ſoient comme les quarrez des vergues de Miſene, du grand Mât, & de Fougue.

Mais ſi l'on envergue les voiles baſſes à ces vergues, & que les hauteurs des Mâts ſoient comme les longueurs de ces vergues, les voiles ſeront comme les quarrez des longueurs de ces vergues, auſquelles elles ſont enverguées. C'eſt-à-dire, comme les quarrez des vergues qui bordent les voiles des Huniers; ou comme les ſurfaces des voiles des Huniers, qui ſont en équilibre entr'elles.

Donc ſi l'on veut mettre les voiles baſſes des trois grands Mâts en équilibre ſur le point P, ſur lequel les voiles des trois Huniers ſont en équilibre, il faut que les hauteurs du Mât de Miſene, du grand Mât, & du Mât d'Artimon ſoient entr'elles comme les longueurs de la vergue de Miſene, de la grande vergue, & de la vergue de Fougue, ou comme les hauteurs de leurs Mâts de Hune qui ſont comme ces vergues.

COROLLAIRE IV.

Donc ſi les voiles du grand Mât, & du Mât de Miſene ſont entr'elles comme les voiles de leurs Huniers; mais que la voile d'Artimon ne ſoit point à celle de ſon Perroquet comme la voile du grand Mât eſt à celle de ſon Hunier. Les voiles baſſes ne ſeront point en équilibre ſur le point P, où les voiles de leurs Huniers ſont en équilibre.

Comme les hauteurs du Mât de Miſene & du grand Mât, ſont entr'elles comme les hauteurs de leurs Mâts de Hune, leurs voiles ſeront dans la même raiſon, avec les voiles de leurs Huniers.

Mais le Mât d'Artimon n'eſt point au grand Mât comme la hauteur du Hunier d'Artimon eſt à la hauteur du grand

Hunier; outre cela la voile d'Artimon n'eſt point enverguée à la vergue de Fougue qui borde la voile du Hunier d'Artimon, mais elle eſt beaucoup plus longue. Donc la voile d'Artimon & la voile du grand Mât ne feront point entr'elles comme les voiles de leurs Huniers.

Donc la voile de Miſene, la grande voile & la voile d'Artimon ne feront point en équilibre ſur le point P où les voiles des Huniers de Miſene, du grand Mât, & d'Artimon ſont en équilibre.

C'eſt pourquoi ſi l'on veut rétablir l'équilibre ſur le point P, il faudra augmenter la voilure de l'avant dans le rapport que nous allons déterminer, après avoir fait les remarques ſuivantes ſur la voilure de l'Artimon & celle du Beaupré.

REMARQUE.

Comme l'Artimon & le Beaupré doivent ſervir comme de gouvernail pour tenir le Vaiſſeau dans une direction donnée, il faut que les voilures de ces Mâts ne ſoient point trop petites; autrement le Vaiſſeau n'en ſentiroit point aſſez la force, & il faudroit avoir recours au gouvernail, ce qui retarderoit le ſillage du Vaiſſeau.

Mais en faiſant le Mât d'Artimon d'une certaine élevation par exemple, égal au Mât de Miſene (je prens les longueurs des Mâts depuis le pont juſques aux hunes, c'eſt-à-dire, que je prends les parties des Mâts qui ſortent du vaiſſeau pour les veritables hauteurs des Mâts) il couvriroit le grand Mât & le rendroit non-ſeulement inutile, mais le centre de force des Mâts ſe trouvant trop à l'arriere, il faudroit avoir recours au gouvernail, ce qui retarderoit encore le ſillage du Vaiſſeau.

Pour remedier à cet inconvenient qui naîtroit de la hauteur du Mât d'Artimon, & pour avoir cette hauteur conſidérable, afin de pouvoir mieux manier le Vaiſſeau; on ne fait point la vergue de l'Artimon parallele aux autres

vergues, mais on l'incline de 45°. ou environ, enſorte que le vent peut toujours paſſer ſur les voiles des autres Mâts malgré la hauteur du Mât d'Artimon, & malgré la grandeur de ſa voile qui eſt un triangle rectangle iſoſcelle dont l'hypothénuſe eſt occupée par la vergue inclinée de 45°.

Cela posé, l'on pourra faire la hauteur du Mât d'Artimon égale à la hauteur du Mât de Miſene. Et comme ſa voile eſt triangulaire, l'on pourra faire ſa ſurface égale à la moitié de la voile de Miſene & même égale à la moitié de la voile du grand Mât.

Pour la voilure du Beaupré, il faut remarquer qu'elle doit faire équilibre avec l'excès de la voilure d'Artimon, c'eſt-à-dire, avec ce que le Mât d'Artimon a trop de voilure pour faire équilibre avec le grand Mât & le Mât de Miſene ſur le point P. Voyons donc quel eſt l'excès de la voilure d'Artimon.

Nous avons vû que pour mettre l'équilibre entre les Mâts, il falloit que les voiles baſſes fuſſent comme les hautes, c'eſt-à-dire, que la voile du Hunier du grand Mât fût à la voile du grand Mât comme la voile du Hunier d'Artimon eſt à la voile d'Artimon, lorſque les voiles hautes ſont en équilibre ſur le point P.

Donc ſi l'on appelle m la voile du grand Mât, μ la voile de ſon Hunier, p la voile d'Artimon, π la voile de ſon Hunier ou Perroquet. Si l'on veut que les Mâts inferieurs faſſent équilibre comme les ſuperieurs,

On aura $m : \mu :: p : \varpi$, ou $\mu : \varpi :: m : p$:

Mais $\mu : \varpi$: : le quarré du grand hunier : eſt au quarré du Perroquet d'Artimon, parce que les voiles étant ſemblables, ſont comme les quarrez de leurs hauteurs.

Donc $m : p$: : le quarré du grand hunier : eſt au quarré du Perroquet d'Artimon.

Ainſi en appellant h le grand Hunier, & f le Hunier d'Artimon ou Perroquet de Fougue, l'on aura $m : p :: hh : ff$.

D'où l'on tire $p = \frac{mff}{hh}$.

C'eſt-à-dire, que la voile p : d'Artimon doit être égale $\frac{mff}{hh}$ pour faire équilibre avec la voile du grand Mât & celle du Mât de Miſene.

Mais ſi l'on fait la voile p d'Artimon égale à la moitié de la grande voile, la voile d'Artimon ſera trop grande pour faire équilibre avec la voile du grand Mât & celle de Miſene, de toute la quantité dont $\frac{m}{2}$ ou la moitié de la grande voile ſurpaſſe $\frac{mff}{hh}$ qui eſt la grandeur que devroit avoir la voile d'Artimon pour faire l'équilibre dont nous venons de parler.

Il faut donc augmenter la voilure de l'avant de telle ſorte que l'augmentation faſſe équilibre avec $\frac{m}{2} - \frac{mff}{hh}$ qui eſt l'excès dont la moitié de la grande voile, ou dont la voile d'Artimon ſurpaſſe la grandeur qu'elle devroit avoir.

Or, cette augmentation de la voilure de l'avant ne ſe peut faire que par l'addition d'un Mât que l'on nomme Beaupré, lequel on incline afin qu'il ſaille hors le Vaiſſeau, & que ſa voile ſoit par conséquent plus écartée du Mât de Miſene qui la couvriroit ſi elle en étoit trop proche. Il s'agit donc de déterminer la grandeur de la voile du Beaupré afin qu'elle puiſſe faire équilibre avec la puiſſance $\frac{m}{2} - \frac{mff}{hh}$. C'eſt ce que je vais faire.

ARTICLE V.

Déterminer la voilure du Beaupré.

On fait ordinairement ſaillir le Beaupré de maniére que l'Eperon ſe trouve à peu près au milieu de ce Mât.

Connoiſſant donc la diſtance de l'Eperon au Mât de Miſene, le double de cette diſtance ſera la diſtance du Mât de Miſene à la Hune du Beaupré, ou ce qui eſt le même, la diſtance du Mât de Miſene au point d'attache de la vergue de Beaupré.

Mais nous avons vû que les diſtances des Mâts, ou ce qui eſt le même, les diſtances des vergues doivent être comme les ſommes des vergues qui paſſent par ces diſtances. Fig. XIV.

Donc ſi l'on appelle V la vergue du grand Mât,
u la vergue de Miſene,
q la vergue de Beaupré.

Si l'on appelle b la diſtance SQ du Mât de Miſene au grand Mât, laquelle eſt trouvée : c, la diſtance de la vergue de Beaupré au Mât de Miſene laquelle eſt donnée.

On aura $b : c :: V + u : u + q$,

Et par conſéquent $bu + bq = cV + cu$,

D'où l'on tire $q = \frac{cV + cu - bu}{b}$.

Maintenant ſi l'on nomme d la diſtance de la vergue de Beaupré au point P ſur lequel il faut que les Mâts ſoient en équilibre.

Et ſi l'on nomme l la diſtance RP du Mât d'Artimon au point P, & s la hauteur de la voile de Beaupré.

L'on aura $sq = \frac{scV + scu - sbu}{b}$ pour la ſurface de la Sivadiere ou voile de Beaupré, parce que nous avons appellé q la vergue de Beaupré.

Et multipliant cette ſurface par ſa diſtance d, au point P le produit $dsq = \frac{dscV + dscu - dsbu}{b}$ ſera l'énergie que la voile de Beaupré a ſur le point P.

Mais puiſque les voiles du Beaupré doivent être en équilibre avec $\frac{m}{2} - \frac{mff}{hh}$ qui eſt l'excès de la voile d'Artimon, il faut que l'énergie de cet excès ſoit égale à l'énergie de la voile du Beaupré.

Il faut donc multiplier cet excès $\frac{m}{2} - \frac{mff}{hh}$ de la voile d'Artimon par la diſtance l, au point P, & le produit $\frac{lm}{2} - \frac{lmff}{hh}$ ſera l'énergie de cet excès qui doit être égale à l'énergie du Beaupré, ce qui donne cette égalité.

$$\frac{lm}{2} - \frac{lmff}{hh} = \frac{dscV + dscu - dsbu}{b}.$$

D'où l'on tire $s = \frac{\overline{\frac{lm}{2} - \frac{lmf}{hh}} \times b}{dcV + dcu - dbu}$ qui eſt la hauteur de la Sivadiere ou voile de Beaupré.

Donc il faut incliner le Mât de Beaupré de maniére que l'on y puiſſe mettre une voile dont la hauteur ſoit

$$= s = \frac{\overline{\frac{lm}{2} - \frac{lmf}{hh}} \times b}{dcV + dcu - dbu}.$$

Et que la longueur q de ſa vergue ſoit $= \frac{cV + cu - bu}{b}$

Comme la longueur de l'Eperon eſt toujours donnée, la diſtance c de la vergue de Beaupré eſt auſſi donnée, puiſqu'on la fait double de la longueur de l'Eperon : c'eſt-à-dire, double de la diſtance de l'Eperon au Mât de Miſene, il eſt évident que toutes les grandeurs qui ſe trouvent dans les valeurs de s & de q ſont connuës.

C'eſt-

C'eſt-à-dire, que l'on connoît quelle doit être la longueur q de la vergue de Beaupré, & quelle doit être la hauteur s de ſa voile, & par conſéquent quelle doit être l'élevation du Beaupré, puiſque cette élevation doit permettre une voile dont la hauteur ſoit $s = \frac{\overline{\frac{lm}{2} - \frac{lmff}{hh}} \times b}{dcV + dcu - dbu}$

ARTICLE VI.

Quel doit être le nombre des Maſts.

Il y a des Vaiſſeaux où l'on ne met que deux Mâts, comme dans les Balandres; d'autres où l'on n'en met qu'un, comme dans certains Hyaks d'Angleterre; mais dans tous les grands Vaiſſeaux qui ont beſoin de vîteſſe l'on met toujours quatre Mâts inferieurs, ſçavoir le grand Mât, le Mât de Miſene, l'Artimon & le Beaupré; ſur ces quatre Mâts l'on ente quatre Mâts de Hune, dont deux ſe nomment Perroquets; ſçavoir le Mât de Hune d'Artimon qui ſe nomme Perroquet de Fougue, & le Mât de Hune de Beaupré qu'on nomme Perroquet de Beaupré.

On ente auſſi des Perroquets ſur les Mâts de Hune, du grand Mât, & du Mât de Miſene.

1°. Si l'on fait attention que la voilure élevée eſt excellente dans un beau tems, & très-mauvaiſe dans un tems gros, l'on appercevra tout d'un coup les avantages des Mâts de Hunes dont on peut amener les voiles dans un mauvais tems & dont l'on peut ſe ſervir dans le beau.

2°. Si l'on remarque que l'uſage de la voilure eſt nonſeulement de faire avancer le Vaiſſeau, mais auſſi de le gouverner, & qu'ainſi il faut qu'il y ait des voiles que l'on puiſſe manier facilement; l'on ſentira la néceſſité de mettre quatre Mâts inferieurs.

Car si l'on ne mettoit que deux Mâts dans un Vaisseau, il faudroit que ces deux Mâts pussent recevoir autant de vent que quatre, autrement ils n'auroient pas les mêmes avantages que quatre Mâts. Il faudroit donc que les voiles de ces deux Mâts fussent aussi grandes que les voiles des quatre Mâts, sçavoir du grand Mât, du Mât de Misene, du Mât d'Artimon & du Beaupré.

Mais les voiles de ces deux Mâts étant trop grandes, on ne pourroit point 1°. les manier comme l'on fait la voile d'Artimon, dans les differentes manœures. 2°. La voilure deviendroit trop élevée & donneroit par conséquent trop d'avantage au vent pour renverser le Vaisseau.

Donc quatre Mâts sont plus avantageux que deux, lorsque les Vaisseaux sont grands, & que l'on peut mettre les Mâts à une distance suffisante les uns des autres pour qu'ils puissent tous recevoir le vent.

On trouve par la même raison, plus d'avantage dans quatre Mâts que dans deux. Car premierement la voilure du Beaupré ne nuisant point à la voilure des autres Mâts, il est évident qu'on ne peut le retrancher sans perdre gratuitement tous les avantages qu'on en pourroit tirer. Mais l'on trouve beaucoup plus d'avantage dans les trois autres Mâts que dans deux, attendu qu'avec trois Mâts l'on peut faire les voiles du grand Mât & celle du Mât de Misene fort grandes, & que l'on peut réserver le Mât d'Artimon pour gouverner le Vaisseau dans un gros tems, lorsqu'on ne peut pas se servir des autres Mâts, & même pour le gouverner dans un beau tems.

On m'objectera que la grande voile demeure souvent inutile, sçavoir lorsque l'on a le vent en poupe, ou qu'il ne fait qu'un petit angle avec la Quille du Vaisseau; & qu'ainsi il faudroit reculer le grand Mât, & par conséquent retrancher le Mât d'Artimon qui en seroit trop près, parce qu'en reculant le Mât d'Artimon, l'on pourroit nuire à la barre du gouvernail qui a besoin d'être longue.

Je répons à cela que dans ce cas la voile d'Artimon reçoit le vent comme celle du grand Mât le recevroit ſi le grand Mât étoit en la place de l'Artimon, car la voile du grand Mât n'étant que double de celle d'Artimon, l'on ne pourroit tout au plus, que recevoir une fois plus de vent avec le grand Mât qu'avec l'Artimon. Je dis plus, qu'on ne pourroit recevoir plus de vent avec la voile du grand Mât reculé qu'on n'en reçoit avec la voile d'Artimon. Car dans ce cas, la voile du grand Mât devant faire l'office de la voile d'artimon, il la faudroit faire plus petite pour la rendre plus facile à manier.

Donc quand les Vaiſſeaux ſont grands, il faut mettre quatre Mâts, ſçavoir le grand Mât, le Mât de Miſene, le Mât d'Artimon & le Mât de Beaupré, ſur leſquels on ente des Mâts de Hune, & ſur les Mâts de Hune du grand Mât & du Mât de Miſene, l'on ente des Perroquets.

Il eſt évident qu'un plus grand nombre de Mâts que quatre ſeroit inutile, & même nuiſible; attendu que les voiles ſe couvriroient les unes les autres.

Nous avons vû dans les deux Articles précedens dans quel rapport il falloit faire les hauteurs de ces Mâts lorſque leur poſition eſt donnée; & dans quel rapport il falloit faire leurs diſtances au point P, quand leurs hauteurs ſont données. Enfin nous avons fait voir dans quel rapport il falloit faire la hauteur du Beaupré & la longueur de ſa vergue par rapport aux autres Mâts. Fig. XL.

CHAPITRE V.

Où l'on examine quelle proportion on doit obſerver dans la Mâture de differens Vaiſſeaux.

IL faut garder dans la Mâture de differens Vaiſſeaux une proportion telle que le vent n'ait pas plus d'avan-

tage pour faire pancher un petit Vaisseau qu'un grand. Pour cela il faut examiner quelle est la résistance qu'un Vaisseau fait au vent qui le fait pancher ; & quelle est la force du vent pour le faire pancher : ensuite je déterminerai dans quel rapport doit être la hauteur des Mâts de différens Vaisseaux.

ARTICLE I.

Quelle est la résistance qu'un Vaisseau fait au vent qui le fait pancher.

Lorsqu'un Vaisseau quelconque flotte librement dans l'eau ou sur l'eau, le centre de gravité de ce Vaisseau & le centre de gravité du volume d'eau qu'il occupe sont dans la même verticale.

DEMONSTRATION.

L'eau que le Vaisseau a chassé pour en occuper la place fait pour reprendre sa place un effort égal à celui que le Vaisseau a fait pour l'en faire sortir, c'est-à-dire, égal à la pesanteur du Vaisseau, ensorte que ces deux efforts font équilibre entr'eux : mais lorsque deux forces sont en équilibre entr'elles, elles sont opposées dans leurs directions. Donc la pesanteur ou force verticale du Vaisseau qui est reunie à son centre de gravité, est opposée à l'effort de l'eau qui est aussi réuni à son centre de gravité.

Donc les centres de gravité du Vaisseau & de l'eau dont il occupe la place sont dans la même verticale.

Ce qu'il falloit démontrer.

COROLLAIRE.

Fig. XV. Donc si l'on fait sortir le centre de gravité P du Vais-

seau de la verticale CZ qui passe par le centre de gravité C du volume d'eau qu'il occupe; 1°. ce Vaisseau sera effort pour prendre une situation telle que son centre de gravité P & le centre de gravité C du volume d'eau qu'il occupera soient dans la même verticale CZ.

2°. L'énergie de cet effort sera égal à la pesanteur du Vaisseau multipliée par la distance CR du centre de gravité C, du volume d'eau qu'il occupe à la direction verticale RP de son centre de gravité P.

Car lorsque le centre de gravité du Vaisseau est retenu par quelque puissance hors la verticale du centre de gravité C de la place qu'il occupe; la pesanteur du Vaisseau & cette puissance sont en équilibre sur le centre de gravité C de la place que le Vaisseau occupe. Ainsi l'énergie du Vaisseau est égale à sa pesanteur multipliée par la distance CR du centre de gravité de la place que le Vaisseau occupe dans l'eau; à la direction PR du centre de gravité du Vaisseau.

ARTICLE II.

Quelle est la proportion qu'il faut observer dans la hauteur des Mâts de deux Vaisseaux semblables & semblablement chargez.

Soient deux Vaisseaux semblables & semblablement chargez dont les longueurs soient l, λ Fig. XV. & XVI.
les largeurs . . . . r, ρ
les hauteurs des Mâts . . . m, μ
les surfaces des voiles . . . u, v
& les pesanteurs . . . p, π

La mâture de ces deux Vaisseaux doit être telle qu'étant exposez au même vent avec leurs voiles, l'un ne panche pas plus que utre.

Soient donc les deux Vaiſſeaux propoſez expoſez au même vent & également inclinez.

Comme ces deux Vaiſſeaux ſont ſemblables, les places qu'ils occuperont dans l'eau ſeront ſemblables, enſorte que les centres de gravité de ces Vaiſſeaux & des places qu'ils occuperont ſeront ſemblablement poſez. L'on aura donc $CR : cr :: DE : de :: r : \rho :: l : \lambda$.

Donc . . $CR : cr :: l : \lambda$

Mais puiſque les Vaiſſeaux ſont ſemblables $p : \pi :: l^3 : \lambda^3$ c'eſt-à-dire, que leurs peſanteurs ſont comme les cubes de leurs longueurs.

Donc en multipliant ces deux analogies

$$p \times CR : \pi \times cr :: l^4 : \lambda^4$$

C'eſt-à-dire, que les énergies que des Vaiſſeaux ont pour reprendre leur ſituation naturelle ſont comme les quatriémes puiſſances l^4, λ^4 de leurs longueurs, lorſqu'ils ſont ſemblables & ſemblablement inclinez.

D'un autre côté puiſque la force du vent eſt la même pour ces deux Vaiſſeaux, les énergies que le vent aura pour les faire pancher ſeront comme les ſurfaces des voiles multipliées par les hauteurs des Mâts, c'eſt-à-dire, comme mu, μv.

Mais les énergies du vent pour faire pancher ces Vaiſſeaux ſont comme les énergies que ces Vaiſſeaux ont pour ſe redreſſer.

L'on aura donc $mu : \mu v :: l^4 : \lambda^4$.

D'ou l'on tire cette formule $mu\lambda^4 = \mu v l^4$.

qui nous fournira le rapport qu'il doit y avoir entre les Mâts de differens Vaiſſeaux ſemblables, comme nous allons le voir dans les Corollaires ſuivans.

COROLLAIRE I.

Si les longueurs & les largeurs des voiles ſont comme les longueurs des Vaiſſeaux, leurs ſurfaces ſeront comme

les quarrez des longueurs des Vaiſſeaux, c'eſt-à-dire, qu'on aura $u : v :: ll : \lambda\lambda$.
ce qui donne $u\lambda\lambda = vll$.
& diviſant par cette égalité la formule $mu\lambda^4 = \mu vl^4$.

On aura $m\lambda^2 = \mu l^2$ de laquelle on tire $m : \mu :: l^2 : \lambda^2$; c'eſt-à-dire, que les hauteurs des Mâts de deux Vaiſſeaux ſemblables doivent être comme les quarrez des longueurs des Vaiſſeaux, lorſque les hauteurs & les largeurs des voiles ſont comme les longueurs des Vaiſſeaux.

COROLLAIRE II.

Si l'on fait les longueurs & les largeurs des voiles comme les hauteurs des Mâts.

On aura leurs ſurfaces $u : v :: mm : \mu\mu$

Ce qui donne $u\mu\mu = vmm$.

Et diviſant par cette égalité la formule $mu\lambda^4 = \mu vl^4$.

On aura $\frac{m\lambda^4}{\mu\mu} = \frac{\mu l^4}{mm}$ ou $m^3\lambda^4 = \mu^3 l^4$.

D'où l'on tire $m^3 : \mu^3 :: l^4 : \lambda^4$.

C'eſt-à-dire, que quand les hauteurs & largeurs des voiles ſont comme les hauteurs des Mâts, les cubes des hauteurs des Mâts doivent être comme les quatriémes puiſſances des longueurs des Vaiſſeaux que je ſuppoſe ſemblables.

COROLLAIRE III.

Si les hauteurs des voiles ſont comme les hauteurs des Mâts, & leurs largeurs comme les longueurs des Vaiſſeaux.

On aura les ſurfaces des voiles $u : v :: ml : \mu\lambda$.

Ce qui donne $u\mu\lambda = vml$.

Et diviſant par cette égalité la formule $mu\lambda^4 = \mu vl^4$.

On aura $\frac{m\lambda^3}{\mu} = \frac{\mu l^3}{m}$ ou $mm\lambda^3 = \mu\mu l^3$.

D'où l'on tire $mm : \mu\mu :: l^3 : \lambda^3$.

C'eſt-à-dire, que les quarrez des hauteurs des Mâts doivent être comme les cubes des longueurs des Vaiſſeaux quand les hauteurs des voiles ſont comme les hauteurs des Mâts & leurs largeurs comme les longueurs des Vaiſſeaux.

ARTICLE III.

Quel rapport il faut obſerver dans la mâture des Vaiſſeaux qui ſont ſemblables en gabarits, c'eſt-à-dire, en hauteur & en largeur ſeulement, & non en longueur.

SOLUTION.

J'appelle deux Vaiſſeaux *ſemblables en gabarits*, lorſque la Section perpendiculaire à la Quille où le profil du maître Beau de l'un eſt ſemblable au maître Beau de l'autre; qu'après avoir encore coupé ces deux Vaiſſeaux perpendiculairement à leur Quille, de maniére que ces Quilles ſoient coupées dans la même raiſon, l'on trouve les Sections ſemblables & dans le même rapport que les Sections des maîtres Beaux.

Comme il arrive ſouvent de faire de tels Vaiſſeaux ſans faire leurs longueurs dans le même rapport que leurs largeurs, il faut examiner quel rapport on doit obſerver dans la hauteur de leurs Mâts.

Soient deux Vaiſſeaux ſemblables en gabarits & ſoit

leur longueur . . .	l, λ
leur largeur	$r : \rho$
leur peſanteur . . .	$p : \pi$
la ſurface de leurs voiles . .	$u : v$
la hauteur de leurs Mâts . .	$m : \mu$

Puiſque les Sections perpendiculaires à la Quille ſont ſemblables,

ſemblables, elles ſeront entr'elles comme les quarrez des largeurs des Vaiſſeaux.

Cela poſé, ſoient les ſections moyennes de ces Vaiſſeaux . . . . $g : \gamma$

On aura . . . $g : \gamma :: rr\ \rho\rho$

Donc . . . $lg : \lambda\gamma :: lrr : \lambda\rho\rho$

C'eſt-à-dire, que les ſolides lg $\lambda\gamma$ de ces Vaiſſeaux ſeront comme leurs longueurs multipliées par les quarrez de leurs largeurs.

Mais ſi les Vaiſſeaux ſont chargez ſemblablement, leurs charges p ; π ſeront comme leurs ſolides, c'eſt à-dire, comme les produits faits de leurs longueurs & des quarrez de leurs largeurs. Donc $p : \pi :: lrr : \lambda\rho\rho$.

Les parties des Sections perpendiculaires à la Quille qui enfoncent dans l'eau étant auſſi ſemblables, les centres C, c de gravité des places que les Vaiſſeaux occupent dans l'eau ſont ſemblablement poſez dans les Sections correſpondantes où ils ſe trouvent, parce que les Sections ſont ſemblables, & que l'on ſuppoſe ces Vaiſſeaux ſemblablement poſez dans l'eau.

Mais les centres de gravité des Vaiſſeaux ſe trouvent dans la même Section que les centres de gravité des volumes d'eau qu'ils occupent, & y ſont ſemblablement poſez.

Donc les diſtances CR, cr des centres de gravité des places que les Vaiſſeaux occupent dans l'eau, aux directions verticales PR, pr des centres de gravité P. p des mêmes Vaiſſeaux ſont dans des Sections ſemblables, & ſont entr'elles comme les largeurs des Vaiſſeaux ou de ces Sections. Ainſi . . . CR $: cr :: r : \rho$

Mais nous avons vû que . $p : \pi :: lrr : \lambda\rho\rho$

Donc l'on aura $p \times CR : \varpi \times cr :: lr^3 : l\rho^3$.

Mais $p \times CR$ & $\pi \times cr$ ſont les énergies que les Vaiſſeaux ont pour ſe redreſſer.

Donc ces énergies ſont comme les produits faits de leurs longueurs & des cubes de leurs largeurs.

D'un autre côté les efforts que fait le même vent ſur deux differens Vaiſſeaux étant comme les ſurfaces des voiles, les énergies du vent pour les renverſer ſeront comme les ſurfaces des voiles multipliées par les hauteurs des Mâts, c'eſt-à-dire :: um, $v\mu$.

Mais puiſque l'effort que fait le vent pour pancher le Vaiſſeau eſt en équilibre avec l'effort que fait le Vaiſſeau pour ſe redreſſer.

Il faut que l'énergie du Vaiſſeau ſoit égale à l'énergie du vent.

Donc $lrrr : \lambda\rho\rho\rho :: um : v\mu$

Ce qui donne cette formule $lr^3 v\mu = \lambda\rho^3 um$

Dans laquelle on peut trouver le rapport qu'il faut mettre entre les Mâts de deux Vaiſſeaux ſemblables en gabarits, comme on le va voir dans les Corollaires ſuivans.

COROLLAIRE I.

Si les hauteurs & les largeurs des voiles ſont comme les longueurs des Vaiſſeaux, les ſurfaces u, v des voiles ſeront comme les quarrez ll, $\lambda\lambda$ des longueurs des Vaiſſeaux, c'eſt-à-dire, que $u : v :: ll\ \lambda\lambda$

Ce qui donne $vll = u\lambda\lambda$

Diviſant par cette égalité la formule $lr^3 v\mu = \lambda\rho^3 um$.

On aura $\frac{r^3 u}{l} = \frac{\rho^3 m}{\lambda}$.

D'où l'on tire $m : \mu :: \frac{r^3}{l} : \frac{\rho^3}{\lambda}$;

C'eſt-à-dire, que les hauteurs m μ des Mâts doivent être comme les cubes des largeurs des Vaiſſeaux diviſez par les longueurs; lorſque les hauteurs & les largeurs des voiles ſont comme les longueurs des Vaiſſeaux.

COROLLAIRE II.

Si les hauteurs & les largeurs des voiles ſont comme

les largeurs r, ρ des Vaiſſeaux, l'on aura $u : v :: rr\,\rho\rho.$

Et par conſéquent $vrr = u\rho\rho$

Diviſant par cette égalité la formule $lr^3v\mu = \lambda\rho^3um$

On aura . . . $lr\mu = \lambda\rho m.$

D'où l'on tire . . . $m : \mu :: lr : \lambda\rho.$

C'eſt-à-dire, que les hauteurs m, μ des Mâts doivent être comme les produits lr, $\lambda\rho$ des longueurs des Vaiſſeaux par leurs largeurs, quand les hauteurs & les largeurs des voiles ſont comme les largeurs des Vaiſſeaux.

Corollaire III.

Si l'on fait les hauteurs & les largeurs des voiles comme les hauteurs m, μ des Mâts, l'on aura $u ; v :: mm : \mu\mu$ & par conſéquent $vmm = u\mu\mu$

Diviſant par cette égalité la formule $lr^3v\mu = \lambda\rho^3um.$

On aura $\frac{lr^3u}{mm} = \frac{\lambda\rho^3m}{\mu\mu}$, ou $lr^3\mu^3 = \lambda\rho^3m^3.$

D'où l'on tire $m^3 : \mu^3 :: lr^3 : \lambda\rho^3$

Ou bien $m : \mu :: r\sqrt[3]{l} : \rho\sqrt[3]{\lambda}$

C'eſt-à-dire, que les hauteurs m, μ des Mâts doivent être entr'elles comme les largeurs des Vaiſſeaux multipliées par les racines cubiques de leurs longueurs, quand les hauteurs & les largeurs des voiles ſont comme les hauteurs des Mâts.

Corollaire IV.

Si l'on fait $u : v :: lr : \lambda\rho$, c'eſt-à-dire, les ſurfaces des voiles comme les produits des longueurs & des largeurs des Vaiſſeaux, l'on aura $vlr = u\lambda\rho.$

Diviſant par cette égalité la formule $lr^3v\mu = \lambda\rho^3um.$

On aura $r^2\mu = \rho^2m.$

D'où l'on tire $m ; \mu :: rr : \rho\rho ;$

C'eſt-à-dire, que les hauteurs des Mâts doivent être

comme les quarrez des largeurs des Vaiſſeaux, quand les ſurfaces des voiles ſont comme les produits des longueurs & des largeurs des Vaiſſeaux.

COROLLAIRE V.

Si l'on fait $u : v : lm : \lambda\mu$, c'eſt-à-dire, les ſurfaces des voiles comme les produits des longueurs des Vaiſſeaux & des hauteurs des Mâts, l'on aura $vlm = u\lambda\mu$.

Diviſant par cette égalité la formule $lr^3v\mu = \lambda\rho^3um$.

On aura $\frac{r^3u}{m} = \frac{\rho^3m}{\mu}$, ou $r^3\mu\mu = \rho^3mm$.

D'où l'on tire $mm : \mu\mu :: r^3\rho^3$

C'eſt-à-dire, que les quarrez des hauteurs des Mâts doivent être comme les cubes des largeurs des Vaiſſeaux, quand les ſurfaces des voiles ſont comme les produits des longueurs & des largeurs des Vaiſſeaux.

COROLLAIRE VI.

Si l'on fait $u : v :: mr : \mu\rho$, c'eſt-à-dire, les ſurfaces des voiles comme les produits des hauteurs des Mâts, & des largeurs des Vaiſſeaux, l'on aura $vmr = u\mu\rho$.

Et diviſant par cette égalité la formule $lr^3u\mu = \lambda\rho^3um$.

On aura $\frac{lr^2\mu}{m} = \frac{\lambda\rho^2m}{\mu}$, ou $lr^2\mu^2 = \lambda\rho^2m^2$;

D'où l'on tire $mm : \mu\mu :: lrr : \lambda\rho\rho$,

C'eſt-à-dire, que les quarrez des hauteurs des Mâts doivent être comme les ſolides faits des longueurs des Vaiſſeaux par les quarrez de leurs largeurs.

COROLLAIRE VII.

Si l'on fait $u : v :: lrm : \lambda\rho\mu$, c'eſt-à-dire, les ſurfaces des voiles comme les ſolides faits des hauteurs des Mâts,

des longueurs, & des largeurs des Vaiſſeaux;

On aura $vlrm = u\lambda\rho\mu$.

Diviſant par cette égalité la formule $lr^{s}v\mu = \lambda\rho^{s}um$

On aura $\frac{rr\mu}{m} = \frac{\rho\rho m}{\mu}$, ou $rr\mu\mu = \rho\rho mm$ ou $r\mu = \rho m$,

D'où l'on tire $m : \mu :: r : \rho$,

C'eſt-à-dire, que les hauteurs des Mâts doivent être comme les largeurs des Vaiſſeaux quand les ſurfaces des voiles ſont comme les ſolides faits des hauteurs des Mâts, des longueurs & des largeurs des Vaiſſeaux.

Il eſt donc évident que l'on pourra toujours détermi-miner par ces deux articles quel rapport il doit y avoir entre les hauteurs des Mâts de differens Vaiſſeaux, dans quelque rapport que l'on varie les dimenſions des voiles ou leurs ſurfaces. Car l'Article II. fournira toujours une formule pour les Vaiſſeaux ſemblables en gabarits & en longueur. Et le III. Article fournira une formule pour les Vaiſſeaux qui ſont ſeulement ſemblables en gabarits.

REMARQUE GENERALE.

Avant de finir abſolument ce Memoire, il eſt bon de faire quelques remarques ſur les principales choſes que nous y avons traitées, & ſur celles que nous y avons ſuppoſées.

Dans le Chapitre premier.

Nous avons examiné de quelle maniere un fluide réſiſtoit au mouvement des plans, & dans quels rapports ſe faiſoient ces réſiſtances.

Dans le ſecond Chapitre.

Nous avons cherché la direction de la réſiſtance compoſée de toutes les réſiſtances qu'une figure rectiligne

quelconque, & une figure terminée par des arcs de cercle, trouvoit dans un fluide, ce qui étoit absolument nécessaire pour sçavoir où l'on devoit planter le Mât.

Dans le troisiéme Chapitre.

Nous avons examiné quel étoit l'endroit le plus avantageux pour planter le Mâts lorsqu'il n'y en avoit qu'un, & nous avons déterminé qu'il le falloit placer dans un point de la Quille où elle est coupée par la direction de la résistance composée de toutes les résistances que le Vaisseau trouve dans l'eau. Mais comme ce point n'est pas toujours le même, nous avons dit qu'il en falloit choisir un tel que le gouvernail y pût toujours faire passer la direction de la résistance composée que trouve le Vaisseau, & nous avons déterminé ce point dans le rhombe.

Dans le Chapitre quatriéme.

Nous avons examiné tout ce qui peut concerner les hauteurs, le nombre & les situations des Mâts d'un même Vaisseau; car

1°. Dans l'Article I. nous avons démontré que les intervalles des Mâts doivent être comme les sommes des demi-vergues qui sont aux extrémitez de ces intervalles.

Dans l'Article II. nous avons démontré que les hauteurs des Mâts étoient comme les longueurs des vergues quand les voiles sont semblables, ce que nous avons supposé dans les articles suivans.

Dans l'Article III. nous avons déterminé les hauteurs les plus convenables des Mâts lorsque leur situation est donnée.

Dans l'Article IV. nous avons déterminé les places les plus avantageuses qu'il falloit donner aux Mâts quand leur hauteur est donnée.

Dans l'Article V. nous avons examiné les proprietez

du Beaupré, & nous avons déterminé ſa voilure quand ſa diſtance eſt donnée au centre de force.

Et dans l'Article VI. nous avons examiné quel effet produiroit un plus petit nombre de Mâts, & nous avons conclu qu'un plus grand nombre de Mâts que quatre ſeroit inutile.

Dans le Chapitre cinquiéme.

Nous avons examiné le rapport que l'on devoit obſerver pour les hauteurs des Mâts de differens Vaiſſeaux.

Dans l'Article II. nous avons déterminé ce rapport pour les Vaiſſeaux ſemblables en longueur & en gabarits.

Enfin dans l'Article III. nous avons déterminé ce rapport pour les Vaiſſeaux qui ſont ſemblables en gabarits ſeulement, & non en longueur.

Nous n'avons donné dans ce dernier Chapitre & le précedent que des rapports ; car on ne peut rien déterminer abſolument dans ces ſortes de matieres, qu'en connoiſſant, 1°. la peſanteur abſoluë d'un Vaiſſeau, la poſition exacte de ſon centre de gravité, & la poſition du centre de gravité du volume d'eau qu'il occupe ; enfin la plus grande force du vent dont on ſe ſert. Si toutes ces choſes étoient données, l'on pourroit déterminer abſolument toutes les meſures dont nous avons donné les rapports generaux.

FIN.

Approbation de Messieurs de l'Academie.

L'Academie a jugé que cette Piece qui a pour devise : *Omnes enim trahimur & ducimur ad cognitionis & scientiæ cupiditatem*, &c. & la suivante dont la devise est : *Illi robur & æs triplex circa pectus erat*, &c. meritoient d'être imprimées, & qu'il falloit que le Public profitât des recherches curieuses & des nouvelles vûës qu'elles contiennent. En foi de quoi j'ai signé le present Certificat. A Paris le 10. Avril 1728.

FONTENELLE, *Sec. perp. de l'Acad. R. des Sc.*

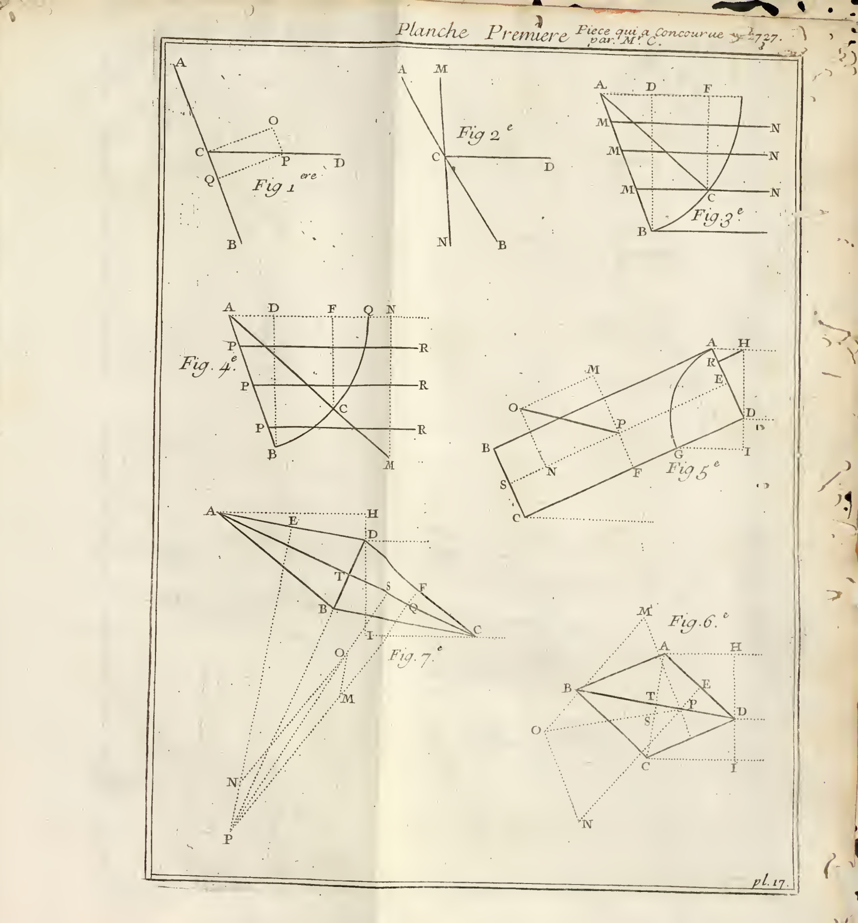
ERRATA.

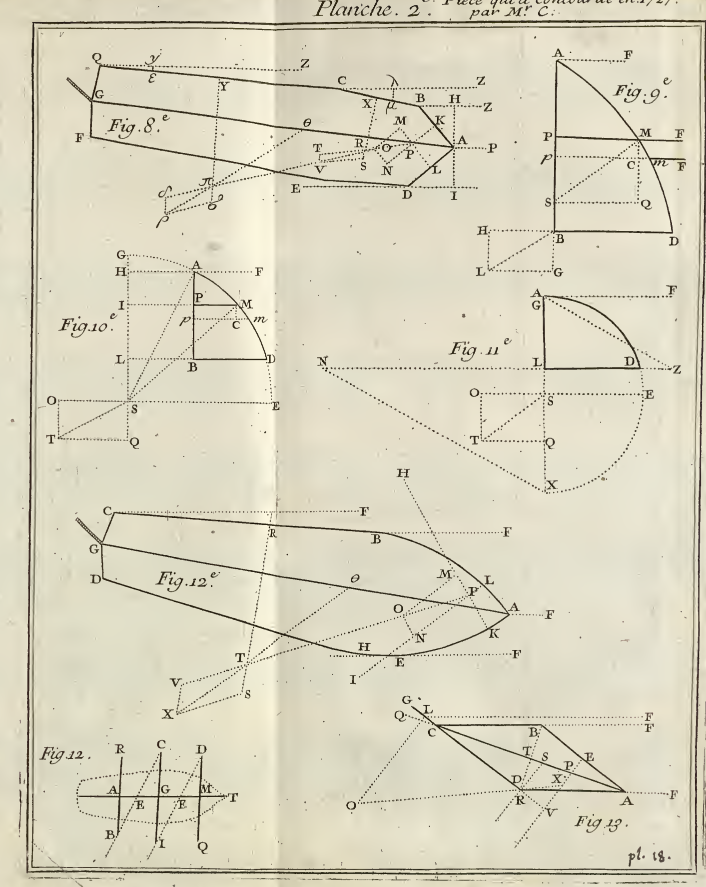
Page 6. ligne 1. *de l'Article IV. au lieu de*, Si deux plans inégaux AB, AC, *lisez*, si deux plans inégaux AB, AM.

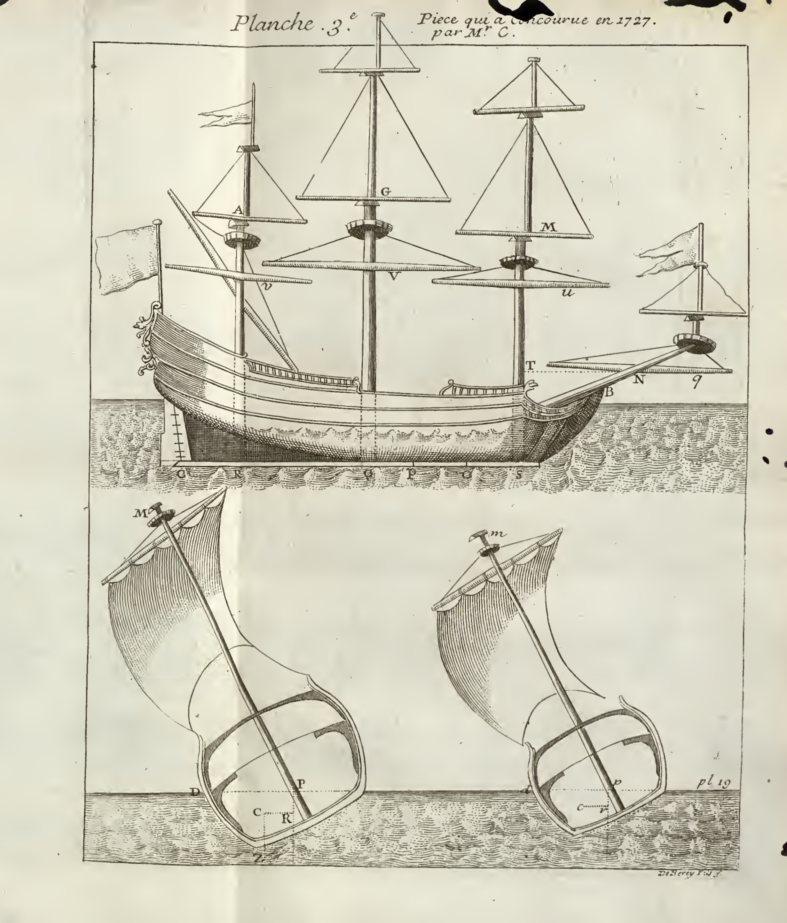
Page 18. *ligne pénultiéme, au lieu de*, qui le touche, *lisez*, qui la touche.

Page 20. *ligne pénultiéme, au lieu de*, PM, PM, TS, *lisez*, PM, PN, TS.

Page 21. *ligne* 2. *au lieu de*, BC, *lisez*, BE.


Fig 1ere
Fig 2e
Fig 3e
Fig. 4e
Fig 5e
Fig. 6e
Fig. 7e


Planche. 2.e Piece qui a Concourue en.1727. par Mr C.
Fig. 8.e
Fig. 9.e
Fig.10.e
Fig. 11.e
Fig.12.e
Fig.12.
Fig.13.
pl. 18.


Planche .3.e
Piece qui a concourue en 1727.
par Mr. C.
A
G
M
V
v
u
T
B
N
q
M
m
D
P
C
R
Z
p
c
pl 19

DE CAUSA GRAVITATIS PHYSICA GENERALI DISQUISITIO EXPERIMENTALIS.

Quæ Præmium à Regia Scientiarum Academia promulgatum, retulit: anno 1728.



PARISIIS,

Apud CLAUDIUM JOMBERT, via San-Jacobea, ſub ſigno Beatæ Mariæ.

M. DCC. XXVIII.

Cum Approbatione & Privilegio Regis.

Auctore GEORG. BERNH. BüLFFINGER
Physicæ experimentalis & Theoreticæ Prof.
Petropoli.



DE CAUSA GRAVITATIS PHYSICA GENERALI DISQUISITIO EXPERIMENTALIS.

FREDRO.

Vis rem bene habere, lente fac, & ſæpe corrige.

---

§. I.

MODESTE agendum eſt, ſi quis poſt irritos magnorum virorum conatus quærere gravitatis cauſam velit: licebit tamen, ſine majorum injuria, dicere in re difficili ſententiam, à prioribus nonnihil abludentem; major enim ſubinde lux affulſit ſequentibus antiqua ſecula:

temporibus. Refero ad noctis periodum, quicquid antiqui circa hoc argumentum, palpando magis, quam videndo conati sunt. Superiori demùm seculo Aurora illuxit: vivimus in diei vicinia. Cartesius & Hugenius usi diluculo, non pauca rectius distinxerunt, quam eorumdem antecessores fecerant. Nisi nebulas denuo alii vorticibus obfudissent, fortassis non multum nobis ad plenam lucem deesset. Sed conflictamur adhuc cum tenebris sæpe: cum nebulis semper: in multis ad vorticum doctrinam pertinentibus nihil, in aliis obscure videmus. Caute igitur hoc negotium agi debet. Necesse est myopem Physicus imitetur. Nihil è longinquo statuere nudis oculis debet. Debet experimentis institutis objecta propius admovere oculis: vel Geometria tanquam tubo interposito visum longius protendere distinctum. Hæc norma erit præsentis scriptiunculæ.

§. II.

Circa gravitatem duas agnosco Philosophantium Sectas. Alteri Phisico-Mechanicam gravitatis naturalis causam quærunt: alteri de illa desperantes, acquiescunt in Phænomenis, vel Metaphysicam gravitati originem adscribunt. Nihil hic in alterius gentis contumeliam dixero. Qui Phænomena corporum totalium & particularium innumera, ex eorumdem posita gravitate derivarunt; gravitatem vero corporibus omnibus ab origine sua divinitus esse ingenitam voluerunt, sine causarum interventu secundarum: illi, ingenue dicam, Geometriæ insignem peritiam in primo ostenderunt argumento: in secundo videntur justò nimium festinasse.

§. III.

Placet hac in re Illustris Neutoni factum. Peregit ille primam, quæ Physici est partem. Agnovit ex Phænome-

nis naturæ plurimis, dari in corporibus mundi majoribus atque minoribus speciem aliquam gravitatis: ex iisdem factis eruit Leges quoque & mensuras gravitati illi convenientes: atque has cognitas denuò ad explicanda Phænomena naturæ alia solerter transtulit. Partem vero alteram, quæ sit gravitatis hujus origo, & parentes, studiose non attigit.

§. IV.

Fortassis ex eo ipso patet, non esse hoc argumentum humano pervium intellectui? Nolim desperes. Si ex methodi præscripto quæras, nunquam ludes laborem tuum. Nemo impossibilitatem demonstravit: neque, si vel maxime de illa constaret, inutilis esset omnis opera, quæ indagandæ gravitatis causæ impenditur. Habeat & Physica suam circuli quadraturam: & si perfectam dare non potest, eruat approximationes tamen; vel aliud quærendo, aliud inveniat. Nondum Cartesius negotium absolvit: docuit tamen aliqua, quæ scire jucundum est. Successerunt illi Hugenius, Saurinus, Malebranchius: singuli fecerunt operæ suæ pretium, & laudem commeruerunt ingenuam; etsi nullus rem omnem perfecerit. Si eadem nostra sors fuerit, gaudebimus, aliquid, in hoc negotio promotum esse opella hac nostra: deducere singula ad liquidum, ne quidem præsumimus. Non est hoc unius hominis, vel ætatis. Sequamur itaque vestigia Magistrorum artis: vel, si malis, insistamus gigantum humeris, ut pumilis nobis longius liceat prospicere.

§. V.

Quæritur causa gravitatis Physica generalis. Necessum igitur est, indicare materias & motus, quibus positis oriuntur Phænomena gravitatis. Sufficit vero, tales enarrare, ut generalia gravitatis Phænomena inde possint in-

telligi. Non puto requiri ut facta omnia specialia, ut difficultates omnes, ut quæstiones quæcunque huic argumento connexæ sunt simul evolvantur: non enim hæc generalis tractatio foret; neque hoc ævo est in potestate hominis cujusquam. Existimo, non male me sensum quæstionis penetrare, si existimem requiri tractationem ejusmodi, qualem illustris dederat Hugenius: *Discours sur la pesanteur.*

§. VI.

Phænomena autem gravitatis naturalis generalia ab Hugenio sequentia enarrantur. 1. Corpora terrestria tendunt versus centrum. 2. Actio gravitatis non potest impediri per interpositum corpus utcumque densum. 3. Partes corporis omnes, etiam internæ, augent pondus, sive, pondus est proportionale massæ corporis. 4. Gravia cadentia accelerantur in ratione temporis. 5. Gravitas in diversis telluris locis est diversa: quibus addo Corollarium primi hoc. 6. Corpora gravia componunt nucleum sensibiliter sphæricum. Difficillima sunt primum & sextum. His semel expositis, in plerisque reliquis rebus uti licebit Hugenianis meletematis. Repetamus ab origine rem omnem, sed breviter & eo ordine, quo in ipsa hujus argumenti indagatione progressi sumus.

§. VII.

Fig. 1. Quærendam in motu gravitatis originem, recte Hugenius ostendit. Ex rectilineo versus eandem aliquam plagam motu oriri non potest nisus particularum A. B. C. D. E. F. &c. in diversis positarum locis versus idem punctum O, inter illas ubicumque situm. Sequitur ergo, ut pro simplici compositus examinari motus, & pro recto curvus debeat, idemque in se rediens. Æquum est, ut circularem primo loco expendamus, æqualitas enim gravitatis in diversis circa centrum plagis uniformem videtur causam arguere.

§. VIII.

Cognitum erat antiquis, corpora in gyrum acta concipere conatum discedendi ex orbita, in qua rotantur. Directionem vero illius nisus in singulis viæ punctis esse in linea circulum rotando descriptum ibidem tangente, sequitur ex natura motus simplicis, & directione elementorum circuli. Cognito semel hoc nisu, eodemque ad usus funditorum bellicos translato, non potuit non observari, majores esse conatus corporum homogeneorum & æqualium, sed majori celeritate rotarorum; majores corporum æqualium & æque velocium, sed densiorum; majores denique corporum homogeneorum & æque velocium, sed majorum.

§. IX.

Ista vulgaribus fundarum experimentis ubique innotuerant: sed remotiora erant à similitudine gravitatis, quam ut illa vulgaribus quoque oculis perspici posset. Propius erat alterum, non minus frequens, sed neglectum à Philosophis, Phænomenum. Quando triticum à paleis purgare instituunt agricolæ, videas mixtim illa cribro imponi, & agitari cribrum reciprocis in gyrum conversionibus: eoque fieri, ut in medium paleæ colligantur, solidiora vero ad peripheriam tendant, atque etiam emergant grana. Simile alterum est Keplero allegatum, quo cernimus ligna & paleas vorticibus aquæ innatantes colligi in medium vorticis. *Vid. Epist. Astron. Copern. lib.* 1. *p.* 95.

§. X.

Cartesius ejusmodi aliquod factum transtulit ad gravitatis causam. Concipit sphæram duplicis generis corpusculis repletam, quorum altera ad recipiendum mo-

tum concitatum aptiora sint alteris. Fingit, eam sphæram celeriter in gyrum agi circa axem aliquem suum: eoque facto contendit, corpuscula motui concipiendo aptiora eniti ad peripheriam, cætera ad centrum compelli, & in nucleum colligi sphæricum. *Conf. Cartesii Epist. Tom. 2. Ep. 32. p. 127. & Epist. 40. p. 167.*

§. XI.

Nova hæc erat Phænomeni applicatio; igitur à multis rejecta, admissa à multis sine sufficienti examine. Longum esset enarrare objectiunculas omnes, & responsiones iisdem oppositas. Fatendum est, nihil esse vorticibus Cartesianis simplicius: igitur omnia putem tentanda prius quam deserantur; atque si omnino servari non possint, velim, ut non nisi minima, quæ fieri potest, mutatio fiat. Animus igitur est inhærere viri magni vestigiis, & non nisi in illis cedere, quæ per argumenta sententiæ opposita, nobis extorquentur.

§. XII.

Duo sunt præcipue Hugenii argumenta, quæ difficultatem faciunt. Alterum: quod in Cartesiano vortice gravium directio non ad centrum sphæræ, sed ad axem gyri ferretur; id jam admonuerat ante Cartesii applicationem Keplerus in Epist. Astron. Cop. l. 1. p. 97. Alterum: quod enormis materiæ circa tellurem gyrantis impetus terrestria secum raperet corpora. Dignissima sunt eximia Authoris sui sagacitate, quæ adversus argumenta hæc disputavit vir celeberrimus in Diario Gallico ad an. 1723. mense Jan. & ad annum 1707. Suppl. mensis Maii; denique in Commentariis Academiæ Scientiarum ad an. 1709. Si enim defendi possunt Pergama dextrâ, hac possunt, vel altera non dispari in Actis Erudit. ad annum 1686. m. Febr. & ad annum 1695. m. Decem. pag. 547.

§. XIII.

Non diffiteor, visum mihi ab initio, quod in Cartesiano vortice directiones gravium vergerent versus axem gyri, non ad centrum Sphæræ. Videbatur, particulam in Tropico rotatam concipere nisum recedendi à circulo Tropico secundum tangentem Tropici, non vero secundum tangentem vel Meridiani vel Eclipticæ. Finge enim annihilari utrumque segmentum Sphæræ, ex utraque Tropici parte positum; ita ut solum supersit planum, in quo Tropicus jacet: manebit corpusculo vis sua, fugietque ex Tropico per tangentem Tropici, & directio vis centri fugæ erit in plano Tropici. Qualis autem est corpusculi hujus actio, talem in Sphæra continente reactionem quoque concipiebam; itaque & reactonis directionem in eodem Tropici plano constitui inferebam. Ex eo sequebatur directio corpusculorum cedentium in plano Tropici, ad axem vorticis, non ad centrum ejus: plane uti Keplerus dixerat, & Schematismo quoque expresserat. Fig. II.

§. XIV.

Nolui vero illi ratiocinio acquiescere, postquam tantos contrarium sentire viros comperi. Itaque constitui ad experientiam appellare, tentaturus vorticem: non cylindricum, quem Cel. Dom. Saulmon sufficienter examinavit, sed Sphæricum, ubi scilicet figura nuclei oculis præsens de directione gravium luculenter testaretur. Experimenti capiendi opportunitas se mihi ante biennium obtulit: eoque attento ideam theoriæ sequentis illicò mente concepi, & eruditorum compluribus sermone & scripto communicavi. Experimentum hoc est.

§. XV.

Assumo Sphæram vitream majorem cavam, qualis in experimento de luce per affrictum producenda adhibetur ab Hauksbejo, & reliquis; illam per latus unum apertum, & epistomio instructum impleo aqua pene totam, sic ut parva aëris quantitas relinquatur; in eandem simul nonnihil limaturæ Martis conjicio. Applico hanc Sphæram axiculis suis instructam machinæ, cujus ope rotari circa axem Horisontalem pro lubitu possit. Inchoata gyratione observatur. Fig. III.

1. Chalybeum pulverem efficere Æquatorem aliquem pro illius copia latiorem, vel striciorem.

2. Eundemque si diversi generis particulis constet, remittente nonnihil gyrationis velocitate, divelli, ut præter Æquatorem, Tropici vel Polares circuli appareant.

3. Aërem in summo Sphæræ constitutum, inchoata gyratione depelli à statione sua versus illam partem, in quam dirigitur gyratio, divisum in guttulas diversi generis.

4. Guttas illas aëreas aquæ intermixtas colligi in figuram quasi cylindricam, ex aqua & aëre mixtis constantem, sic tamen ut multo plus aëris sit ex ea parte, ubi aër descendere cogitur, quam ex altera ubi ascendit. Fig. IV.

5. Guttulas singulares sæpe circa & cylindrum illum facere motus illis similes, quibus Planetarum loca è terris visa designantur. *Vide Comment. Acad. Scient. ad an.* 1709.

6. Citatiore facta rotatione magis magisque in arctum cogi guttulas aëreas, & colligi versus axem Sphæræ.

7. Denique aërem ab aqua penitus solvi, & cylindricum in medio Sphæræ nucleum exhibere oculis, exactissime formatum.

8. Si quis Sphæræ suæ à nimio pondere & rotationis vehementia metuat, ultimum hoc multo elegantius apparebit, si minor est aquæ quam aëris in vitro quantitas.

9. Manebit quoque Phænomenon, si deinceps remittatur

tatur Sphæræ rotantis velocitas; quin etiam ea quiescente durabit aliquandiu cylindrus: donec scil. motus aquæ per affrictum ad vitri latera consumatur.

Experimenta hæc viderunt Mathematici è primariis, atque etiam illustres eminenti dignitate viri, multa cum sua voluptate.

§. XVI.

Video hic, materiam fluidam spatio sphærico comprehensam, & sive cum superficie concludente, sive absque illa in gyros circa axem aliquem actam, pellere corpora ad motum ineptiora versus loca minoris motûs rotatorii, & colligere illa in nucleum figuræ, non sphæricæ, sed omnino cylindricæ. Video figuram illam distincte: eamdemque ad casus transfero similes, illos scilicet ubi in Sphæra fluida arca axem rotata vis centrifuga in majoribus ab axe distantiis major est, & corpora fortioribus cedentia coeunt in nucleum. Ita vero demum infero, in ejusmodi casibus directiones corpusculorum cedentium tendere non ad centrum Sphæræ, sed ad axem rotationis. Fateor itaque nonnullam in Cartesiano systemate imperfectionem, & de medelis circumspicio.

§. XVII.

Si rotatio circa axem efficit directiones ad axem, pronum est colligere, directiones singulorum corpusculorum versus centrum factas, oriri ex eorumdem rotationibus circa centrum. Itaque Hugenianæ rotationes videntur negotio accommodæ. Fortassis eâdem viâ incidit in sententiam suam vir illustris. Nolo transcribere Hypotesin viri, quæ legi potest in ipsius de gravitate discursu, p. 135. & seq. Quoniam plerique impossibilitatem illius vorticis defendunt, operæ pretium est, dicere de illo sententiam; namque mitius statuo.

§. XVIII.

Per Hugenianam Hypothesin concluditur materia subtilis fluida in spatio aliquo sphærico, & motibus infinite variis agitatur. Videamus, quid in extima fluidi superficie futurum sit? Oriuntur infinitæ particularum fluidi in spatium ambiens sphæricum incursiones, reflexiones, & retroreflexiones. Ex harum commixtione varia non possunt non oriri particularum plurimarum directiones in elementis Perypheriæ concludentis circularibus. Motæ semel eâ directione particulæ continuabunt motus in arcubus circularibus, donec illis impedimenta occurrant. Si occurrant in directionibus etiam circularibus, utraque particucula post ictum denuo movebitur circulariter. Sin alia sit directio, fiet denuo conflictus directionum & reflexionum, donec omnia desinant in directiones sub ista superficie sphærica circulares. Ita tandem obtinemus stratum sub spatio concludente sphærico primum; quod nunc denuo adhibere licet loco superficiei comprehendentis: atque sic deinceps, donec interiora Sphæræ fluidæ omnia motibus agitentur circularibus quidem, sed diversissimis. Ita fingi origo motuum potest circularium.

§. XIX.

Durationi eorum prospexit Hugenius. Motus semel introducti non resolventur in alios circa axem aliquem rotantes; diversi adeoque in consentientes: Postulat enim naturæ lex Hugenio observata, ut non obstantibus conflictibus quibuscumque, eadem motûs totalis quantitas versus eamdem plagam conservetur. Atque hactenus sic satis bene negotium procedit.

§. XX.

Multum vero absumus ab eo, ut idem dici confectum possit. Obstat admonitio viri perspicacis, qui Hugenianum vorticem in Diario Parisino examinavit. Ita ille de motibus fluidi confusis, & sub sphærica concludente superficie in circulares degenerantibus: *Ils doivent devenir circulaires, je vois cela clairement; circulaires autour du centre de l'espace, c'est ce que je ne vois pas.* Nihil hîc dici potest brevius, & exactius. Quæ enim ratio est, ut motus illi confusi inter infinitos motus circulares sub illo spatio concludente sphærico possibiles, præcise degenerent in motus circulorum maximorum? Saltari hîc inferendo extra dubium est attendentibus.

§. XXI.

Quid ergo? Cartesius faciles fabricat vortices: sed illi, licet positi, non sufficiunt Phænomenis. Incipit feliciter, absolvere autem similiter non potest. Hugenius feliciter finit; posito quem fingit, vortice, optatæ gravium directiones sponte succedunt: non inchoat æque feliciter; non enim sequuntur vortices ex hypothesi per illum assumtâ. Hic de novo res geri, atque ita, si fieri potest, peragi debet, ut felix Cartesii initium resolvatur in felicem Hugenii finem. Puto, dari vorticem tertii generis, quem nescio, an ad Cartesianum malis, an ad Hugenianum referre? Fertur circa axes cum Cartesiano, & singula tamen ejus puncta describunt circulos maximos, ut in Hugeniano vortice. In ejus notitiam sic perveni.

§. XXII.

In cylindrica nuclei figura primo hoc deest ad rotunditatem, quod versus Polos extenditur, non in medio

Sphæræ solum continetur. Huic malo remedium afferas, si novam feceris gyrationem quæ partes circa Polos positas colligat in medium. Quid si igitur duplex eodem tempore rotatio fieret circa axes duos, ad se invicem perpendiculares? Brevitatis causâ, & ad similitudinem experimenti mox recensendi, vocabimus axem alterum horisontalem, alterum verticalem. Certum est, per actionem unius vorticis pelli corpuscula cedentia ad axem horisontalem, per actionem alterius pelli ad verticalem: quænam ex combinatis hisce actionibus * nuclei figura oritur?

§. XXIII.

Congruit & satisfacit instituto nostro casus vorticum combinatorum simplicissimus; assumatur Spæra vitrea eadem, quâ supra usi sumus §. XV. gyretur illa uno eodemque tempore circa axem & horisontalem & verticalem, velocitate etiam eâdem, sic, ut eodem tempore absolvatur utraque rotatio; fiat autem rotatio utraque sic, ut punctum quodcunque *p*. ab oculo spectatoris per utramque removeatur, vel ut per utramque versus spectatorem promoveatur: dico, directionem omnium particularum cedentium ferri ad centrum Sphæræ; vim centrifugam

* Amplissimus hic Geometriæ campus aperitur, pro diversis, quæ fieri possunt hypothesibus. Namque duo illi vortices possunt fingi in fluido eodem, possunt in diversis se invicem transfluentibus: possunt concipi æqualiter aut utcumque inæqualiter fortes: potest conatus materiæ cedentis centrifugus assumi comparabilis vel incomparabiliter parvus ad conatum materiæ superantis: potest adeo materia cedens simul obsequi motui vorticis rotatorio, potest concipi ut infinite cedens: possunt conatus centrifugi & centripeti crescere vel decrescere in ratione quacumque distantiarum ab axibus respectivis: possunt duo axes rotationum utcumque ad se invicem inclinari: possunt fingi plures duobus vortices: potest totum systema concipi ut motu aliquo communi agitatum, vel secus: potest datâ vorticum lege inquiri via corpusculi cujusque cedentis; potest figura nuclei ex particulis cedentibus oriundi; potest celeritas descensûs, potest vis, sive pondus particulæ in singulis viæ locis; possunt etiam inverse, ex hisce datis definiri vorticum supponendorum leges, & sic porro. De talibus licebit suo loco differere: in præsenti opella nonnisi ea tangam, quæ proxime ad institutum pertinent, & experimento ei rei destinato confirmari possunt. Differunt enim à Geometricis Dissertationes Physicæ.

in singulis fluidi particulis esse, uti distantiam earum à centro; & nucleum à particulis cedentibus compositum, esse sphæricum.]

§. XXIV.

Hæc ita facile intelliguntur. Si Sphæra ABCD, circa axem AC, BD, simul & æque velociter rotetur, circa axem scilicet AC in directione litterarum *p, q, r, s, p,* circa axem vero BD in directione litterarum *p, t, u, x, p:* & assumas punctum quodcumque *p* vel *x* in superficie sphærica positum; & mente sequaris viam hujus puncti, donec absolutâ rotatione una redeat in pristinum locum: observabis punctum illud describere circulum in Sphæra maximum, secundum directionem *p, y, t, p*: Patet id, si vel tarde Sphæram convertas, & singulos puncti situs annotes, vel pro singulis puncti sitibus motus rotatorios elementares simplices in totidem compositos, ex receptis motuum compositionibus compingas: ita enim & sensibus & rationi obvia erit puncti illius via, circulum describens maximum. Habemus igitur, singula Sphæræ vitreæ puncta describere circulos in hac rotatione maximos. Fig. V.

§. XXV.

Idem de fluido dicendum est; Resolve enim universum fluidum in orbes sphæricos crassitiei indefinite parvæ. Extimus eorum vitro contiguus vel eodem movebitur modo, quo vitrum ipsum, vel diverso. Si eodem, obtinuimus optata. Si diverso, dabitur vitri à fluido quiescente vel aliter moto aliqua translatio; à translatione affrictus; ab affrictu motus. Non igitur proximus vitro orbis fluidus erit in statu manente, donec nulla erit utriusque translatio, hoc est, orbis fluidus vitro contiguus movebitur uti vitrum. Sed & orbis secundus primo contiguus movebitur eodem modo ex iisdem causis. Igitur Sphæra vitrea una cum suo

fluido contento, movebitur per modum solidi, quando scilicet ad statum permanentem pervenit.

§. XXVI.

Sunt igitur tempora periodica punctorum in fluido hoc gyrantium quorumcumque æqualia : igitur vires centrifugæ uti celeritates ; celeritates vero uti distantiæ à centro. Sunt directiones omnium rotationum in circulis maximis, ergo & directiones particularum cedentium in planis per centrum Sphæræ transeuntibus, & ad centrum illud tendentes. Estque figura nuclei ea, in cujus superficie jacent omnes illæ trajectoriæ quæ ad vias centripetas corpusculorum cedentium sunt orthogonales, hoc est, sphærica.

Per Newt. Prop. IV Cor. 3. l. I. Princ.

§. XXVII.

Præmisso ratiocinio non evidente minus, quam facili, optabam, ut oculis ista simul exhibere liceret. Pro eo fine amicus aliquis meus sequentem commendavit machinam: fulcra OP & GN ferrea sunt, & firmata ad superiorem machinam. Eorum alteri GN affigitur trochlea immobilis, in quam intrat annuli metallici ABCD axis CT : per alterum OP transit axis annuli, & trochleæ ad annulum fixæ, AEV ; sic ut ope funis trans trochleam E ducti ad rotam majorem, in gyrum agatur annulus una cum vitro incluso circa axem horisontalem AC. Eodem vero tempore, quo transfertur vitrum ab annulo, etiam rotatur illud circa axem verticalem BD ope trochleæ HI ad axem vitri affixæ. Ope enim funis HIKFG, qui circa trochlæam HI ducitur, indeque ad trochleas minores, sed æque altas K & k excurrit, atque ab illis ad trochleam immobilem FG ex utroque latere descendit, eamdemque ambit, ope, inquam, hujus funis fit, ut dum annulus cum brachio LMK circa axem AC rotatur, una etiam rotetur trochlea HI, & consequenter

Fig. VI.

vitrum BD, circa axem BD. Necessum vero est pro faciliori effectu, ut distantia *Kk* respondeat diametro trochleæ FG. Diameter autem trochleæ HI debet esse ad diametrum alterius FG in ratione reciproca celeritatum, quibus fieri debent rotationes circa axes respectivos, BD & AC. Parato machinæ modulo, vidimus ex voto succedere rotationem utramque; itaque artifici id negotium datum est, ut justâ illam magnitudine efficeret. Sed tarde ea res procedit, ut hæc dimittere cogar, antequam experimenti successum tentare licet. Cogor itaque ratiociniis confidere hactenus expositis.

Si per eas difficultates, quibuscum hæc loci conflictor obtinere machinam justo adhuc tempore possim, curabo ut successum sive prosperum, sive adversum mature possim significare.

§. XXVIII.

Si Mechanica solum quæstio proposita esset: invenire scilicet conditiones materiæ & motuum eas, quibus positis sequantur directiones corporum cedentium versus centrum Sphæræ vorticosæ, & nucleus in illa sphæricus; putarem me instituto penitus satisfecisse. Si Physica specialis tractatio requireretur: abrumperem hoc loco Dissertationis meæ filum, atque ignorantiam faterer ingenue. Quoniam Physica quæritur causa, sed generalis tantum; itaque teneor & audeo aliquid amplius tentare. Nolim promittere, quod reverâ in rerum natura fiant, quæ dicturus sum; ad illum finem speciale & repetitum examen requiritur. Hoc agam, ut generalibus monitis intelligatur, nondum id evictum esse, quod vortices Cartesiani pauxillum inflexi non sufficiant Phænomenis gravitatis & Astrorum generalibus.

§. XXIX.

In experimento usi sumus fluido eodem dupliciter ro-

tato. Si ex abrupto philosophari de natura, & Deum ex machina evocare ad modum quorumdam eruditorum placeret: fingerem in vortice fluido cœlesti ABCD stratum aliquod intermedium EF GH duplici illâ rotatione superius §. XXIII. expositâ, præditum divinitus. Ita pro fluido & corporibus omnibus strato illi inclusis, obtinerem directiones gravitati debitas, & pondera in ratione distantiarum à centro, plane ut in simili casu Neutonus lib. III. prop. IX. definivit. Ex adverso pro partibus fluidi ulterioribus facile foret, invenire naturam fluidi; quæ gyrationes efficeret temporibus Planetarum periodicis debitas; quicquid alii de ea re desperaverint.

Fig. VII.

§. XXX.

Nimirum considerari potest stratum illud intermedium gyrans una cum fluido contento, uti Sphæra solida Neutoni l. II. prop. 52. sed duplici simul rotatione affecta. Namque & hoc loco duorum stratorum ulteriorum & contiguorum quorumcumque, ut EFGH & *efgh*, aut ABCD & *abcd* impressiones in se mutuo factæ debent esse invicem æquales, si fluidum concipias in statu manente constitutum. Jam impressio oritur ex affrictu, affrictus ex partium sese contingentium translatione. Itaque si fluidum in eadem à centro distantia sit similare, sed in diversis distantiis inæqualiter densum, & resistentia translationi opposita sit in ratione quacumque velocitatis: erunt impressiones in ratione composita ex superficie, ex functione data translationis sive velocitatis, & ratione aliquâ datâ densitatis: fingi enim generatim & abstracte loquendo, major minorve impressio potest, in ratione quacumque multitudinis partium se contingentium: adeoque exprimendo rem in symbolis, positis I & *i* pro impressione, Θ & [illegible] pro translatione, Δ & δ pro densitate, S & $\int$ pro superficie, *m* & *n* pro exponentibus datis, erunt $I : i = S \times \Theta^m \times \Delta^n : S \times \Theta^m \times \delta^n$.

§. XXXI.

§. XXXI.

Jam quia impressiones debent esse æquales, erunt $S \Theta^m \Delta^n = s \theta^m \delta^n$, adeoque $\theta^m : \Theta^m = S \cdot \Delta^n \cdot s \delta^n$, & quoniam superficies sunt in ratione duplicata distantiarum à centro, sive $S : s = D^2 : d^2$, erit $\theta^m : \Theta^m = D^2 \Delta^n : d^2 \delta^n$ sive $\theta : \Theta = D^{\frac{2}{m}} \Delta^{\frac{n}{m}} : d^{\frac{2}{m}} \delta^{\frac{n}{m}}$, hoc est, translationes erunt reciproce, uti functiones memoratæ sive $\Theta = D^{-\frac{2}{m}} \Delta^{-\frac{n}{m}}$. Comparatis nunc duorum stratorum moti- Fig. VIII.
bus angularibus POQ & ROS eodem tempore factis, exprimet TS translationem inferioris strati, & TOS, sive TS divisum per TO exponet differentiam motûs angularis. Habebimus igitur differentias motuum angularium $\frac{TS}{TO} = D^{\frac{-2-m}{m}} \Delta^{-\frac{n}{m}}$.

§. XXXII.

Fiant nunc (ad imitationem Neutonis) ad lineam OT perpendiculares GH, IK, $= D^{\frac{-2-m}{m}} \Delta^{-\frac{n}{m}}$ exprimet area curvæ KIF, HGF, motus totos angulares $= \int . D^{\frac{-2-m}{m}} \Delta^{-\frac{n}{m}} \times GI$, sive ponendo $D = x = OG$, adeoque $GI = dx$, erit motus angularis $= \int . x^{\frac{-2-m}{m}} \Delta^{-\frac{n}{m}} dx$, & faciendo $\Delta = D^p = x^p$, habebimus tandem $\int . x^{\frac{-2-m-pn}{m}} dx = -\frac{m}{2+pn} x^{\frac{-2-pn}{m}}$

neglectâ scilicet additione quantitatis constantis, quam neque signum privativum requirit, neque natura Problematis admittit. Cumque in motu circulari tempora Periodica sint motibus angularibus reciproca, erunt tempora diversorum orbium periodica $= x^{\frac{2+pn}{m}}$, negligendo iterum constantes, in priori formula adhuc obvias.

§. XXXIII.

Hæc jam facile applicantur ad Propositionem Kepleri pro temporibus diversorum Planetarum periodicis. Namque ponendo T & *t* pro temporibus duorum Planetarum periodicis, per Kepleri regulam est $T : t = D^{\frac{3}{2}} : d^{\frac{3}{2}}$, adeoque $T = x^{\frac{3}{2}}$. Sufficit igitur, ut fiat $\frac{2+pn}{m} = \frac{3}{2}$, hoc est $4 + 2pn = 3m$, quod infinitis fieri modis potest, non solum in genere, ubi & littera *m* est arbitraria, sed etiam in hypothesi Neutonis, ubi $m = 1$. facit $pn = -\frac{1}{2}$. Atque si etiam $n = 1$, manebit tamen $p = -\frac{1}{2}$ pro lege densitatis; eruntque adeo $\Delta : \delta = \sqrt{d} : \sqrt{D}$, hoc est, densitates in ratione reciproca sub duplicata distantiarum. Ex quo intelligitur, viros quosdam doctissimos præter sufficientes causas rejecisse Saurinianam adversus Neutonis objecta responsionem. *Vide Comment. Acad. Scient. ad an.* 1709. *p.m.*186. 187. *& Neuton. in Schol. Prop.* LII. *l. II. Princip.*

§. XXXIV.

Neque minus congrua foret hæc nostra fictio ad difficultates alias à vorticibus removendas. Si velocitates semper cum distantiis decrescentibus crescant, incommodum est, quod tandem infinite magnam statuere illam in medio vorticis oporteret, pro obtinendis in tanta Planeta-

rum distantia celeritatibus adhuc sufficientibus. Sin terminare hæc augmenta velis in superficie corporis centralis, atque ab illius vertigine extrorsum continuare velocitates fluidi, Keplerianam regulam sequentis: incommodum est ab eruditissimo Domino Polenio annotatum, quod decrescentibus ab eo principio velocitatibus Planetarum tempora periodica prodeant mirum quantum veris majora. *Vide Dial. de Vort. Cœlestibus*, §. 121. *p.* 114. 115. Utrumque durum est: sequitur autem in hypothesi, quæ easdem vorticis leges per totum extendit verticem. Sed in memorata §. XXIX. fictione potest extra corpus centrale, in spatio inter corpus istum, & primum Planetam vel Satellitem intermedio, assumi stratum illud, eidemque affingi celeritas, quæ conveniat Planetarum gyrationibus: vertigo autem corporis centralis circa axem suum aliis deduci fontibus debet.

§. XXXV.

Neque id me male habet, quandoquidem nec Neutonianæ attractionum, nec Cartesianæ vorticum fictiones producendo motui vertiginis huc usque potuerunt applicari. Facile igitur solatium est in communi infortunio; præcipue hoc loco, quo Thetice non loquimur, sed Hypotheseos solum commoda aut incommoda pervestigamus. Cui accedit, nos infra ostensuros: quod motus vertiginis, etsi ex vorticibus nondum explicari directe possit, non tamen illis repugnet.

§. XXXVI.

Gravior est illa difficultas, quæ ex comparatione duarum, ut vocant, analogiarum in systemate planetico fundamentalium oritur. Analogiam hic intelligimus, quæ intercedit inter celeritates rotationum debitas diversis vorticum stratis: & analogiam primam vocamus illam,

quæ debetur duobus ſtratis, quorum alterum tranſit per Planetam inferiorem in media, vel aliâ quâdam ſuæ orbitæ diſtantiâ poſitum; alterum per Planetam ſuperiorem, in mediâ etiam, vel ſimili aliâ ſuæ orbitæ diſtantiâ conſideratum. Et quoniam parva eſt, diſtantiarum maximæ & minimæ differentia reſpectu ejus diſcriminis, quod inter diſtantias duorum Planetarum intercedit, itaque tempora Periodica horum ſtratorum circularium aſſumimus, uti tempora Planetarum Periodica. Poſitis igitur T & t pro temporibus, S & $ſ$ pro ſpatiis percurrendis, D & d pro diſtantiis ſtratorum, C & c pro celeritatibus, erunt tempora $T : t = D^{\frac{3}{2}} : d^{\frac{3}{2}}$. Jam vero ſpatia percurrenda ſunt $S : s = D : d$, motus autem in circulo eſt æqualis. Igitur celeritates ſunt $C : c = \frac{S}{T} : \frac{s}{t} = D^{1-\frac{3}{2}} : d^{1-\frac{m}{2}} := d^{\frac{1}{2}} : D^{\frac{1}{2}}$. Prima igitur hæc analogia requirit celeritates ſtratorum circularium, in ratione reciproca ſubduplicata diſtantiarum.

§. XXXVII.

Secundam vocamus analogiam, quæ exhibet celeritates ſtratorum diverſorum circularium in ejuſdem Planetæ orbe inæqualiter diſtantium. Eruitur etiam hæc ex temporibus motuum Planeticorum, per alteram ſcilicet Kepleri regulam; vi cujus tempora ſunt ut areæ, quas verrunt radii vectores. Si igitur tempuſcula, quibus Planeta percurrit elementa Pp, & Qq dicantur dT & dt, radii vectores, ſive diſtantiæ à centro vorticis OP & OQ dicantur X & x, arculi circulares Pϖ & Qκ ſint dY & dy: erunt ſpatiola $dS : ds = dY : dy$, tempuſcula $dT : dt = XdY : xdy$: adeoque ob motum in tempuſculo infinite parvo æquabilem celeritates $C : c = \frac{dS}{dT} : \frac{ds}{dt} = \frac{dY}{XdY} : \frac{dy}{xdy} = x : X = d : D$. Secunda igitur ana-

Fig. IX.

logia requirit, celeritates stratorum circularium vorticis in ratione simplici reciprocâ distantiarum.

§. XXXVIII.

Duæ, quantum mihi constat, difficultatis hujus solutiones publice prodierunt. Altera discrimen, quod inter hasce celeritatum expressiones invenitur, ideo parvi facit, & contemni jubet, quoniam, si de orbita tantum unius ejusdemque Planetæ quæstio moveatur, radices distantiarum Aphelii & Perihelii à centro communi videantur prope-modum æquales. Insistit itaque hæc solutio analogiæ primæ, & secundæ differentiam non moratur. Sunt quibus hæc nimium heroica videtur responsio. Arbitrantur, etsi differentia inter maximam minimamque unius Planetæ à centro distantiam exigua sit respectu differentiæ inter distantias duorum Planetarum, non tamen exiguam esse respectu velocitatum, seu radicum distantiarum Aphelii & Perihelii. Mercurii enim exemplo celeritates illas esse uti 68 : 55. *Vide Cel. Joh. Poleni Dial. de Vortic.* §. 138. *p.* 131.

§. XXXIX.

Altera est illustrissimi Leibnitii solutio. Putat ille, interrumpi vorticem solarem hac lege, ut per crassitiem orbis cujusque Planetæ obtineat circulatio harmonica, celeritates §. XXXVII. indicatas generans: sed in spatiis vorticis inter hosce orbes mediis, servari leges §. XXXVI. deductas ex temporibus diversorum Planetarum periodicis. Interruptionem ægre tulit Gregorius: & quis non ægre ferat primò auditam? Fateor, & mihi illam displicuisse à principio; & displicere etiamnum, si evitari possit, sine graviori incommodo. Gravius vero incommodum mihi in Physicis videtur, si tenear admittere vires Planetam trahentes, sine subjecto virium, si motus Planetæ regulariter impressos sine impulsu corporis moti

in movendum. Itaque duo hîc agenda esse censui; alterum ut inquirerem, an positis vorticibus necessaria sit interruptio memorata? alterum, ut definirem, quales vorticis conditiones esse debeant in singulis locis, ut Phænomenis interruptio satisfaciat. Possunt enim conditiones alteræ præ alteris supponi & tolerari facilius.

§. XL.

Equidem si strata ipsa vorticis gyrantis liceret concipere Elliptica, ad modum orbitarum Planeticarum, liceret evitare interruptionem illam celeritatum. Sint enim Fig. X. ABCD, & *a b c d* duo ejusmodi strata Elliptica: sit in S locus solis: & habeant areolæ CSE, *cSe* eandem rationem ad suam unaquæque aream totalem: sitque C & *c* aphelium vorticosi strati ABCD & *a b c d*. Repræsentabunt CE & *ce* arculos circulares radiis SC & *Sc* descriptos. Eritque adeo.

Tempus per CE ad tempus per *ce*, uti tempus Ellipf. ABCD ad tempus per *a b c d*, & denuo, uti areola

$T : t = D^{\frac{3}{2}} : d^{\frac{3}{2}}$

CSE ad areolam *cSe* ita $CS \times CE : cS \times ce = D \times CE : d . ce$,

hoc est $D^{\frac{3}{2}} : d^{\frac{3}{2}} = D \times CE : d \times ce$, adeoque $D^{\frac{1}{2}} : d^{\frac{1}{2}} = CE : ce$ $=$ *Spat* : *spat*. unde emergunt celeritates etiam ex una orbita ad aliam: $C : c = \frac{S}{T} : \frac{s}{t} = D^{\frac{1}{2}-\frac{3}{2}} : d^{\frac{1}{2}-\frac{3}{2}} = d : D$

plane uti obtinentur §. XXXVII. pro diversis unius orbitæ locis. Succederent igitur omnia similiter, si vortices tractare liceret, uti Neuto orbitas. Fateor autem, deesse nobis medium, quo strata vorticum dirigere in Ellipses liceat, solem in Foco positum ambientes.

❦❦❦

§. XLI.

Agnoſcimus itaque, quoniam circularia aſſumi ſtrata vorticoſa debent, evitari illorum diverſitatem quoad rotandi celeritates non poſſe. Id ſatis patet ex comparatione dictorum §. XXXVI. & XXXVII. Patet etiam exemplis: ſi enim extendere velles legem §. XXXVII. erutam, ad diverſos Planetas, obtinerentur tempora illorum periodica longe juſto majora. Cum enim ſit $C : c = d : D$, & $S : s = D : d$ eſſent tempora $T : t = \frac{S}{C} : \frac{s}{c} = \frac{D}{d} : \frac{d}{D} = D^2 : d^2$. Adeoque aſſumtis Terrâ & Saturno, erit diſtantia Telluris ad diſtantiam Saturni, ſive $d : D = 2 : 19$, & tempus periodicum telluris annuum $= 1$. unde fieret tempus periodicum Saturni $T = \frac{D^2 t}{d} = \frac{361}{4} = 90$ annorum. Ex adverſo, ſi analogia duarum orbitarum transferretur ad diverſa ejuſdem orbitæ loca, ob $C : c = \sqrt{d} : \sqrt{D}$. *vide* §. XXXVI. & ob ſpatia arculis expreſſa, obtineremus tempuſcula $= d Y \sqrt{X}$ contra analogiam alteram §. XXXVII. poterat id ex directa tractatione horum paragraphorum intelligi: ſed malui inevitabilitatem interruptionis etiam ex reciproca illatione colligere. *Conf. Jo. Poleni de verticib. cœleſt.* §. 136. *& ſeq. p.* 128. 140.

§. XLII.

Res igitur omnis eò redit, ut tolerabiliorem reddamus iſthanc legis rotandi interruptionem, allegando conditiones vorticis huic fini neceſſarias. Commodum hîc accidit, quod combinari dicta §. XXXIII. & XLI. poſſint. Finge, fluidum vorticoſum ex uno orbe Planetico verſus alterum decreſcere denſitatibus ſuis, eâ lege ut

densitas Δ sit reciproca subduplicata distantiæ, sive $\Delta = D^{-\frac{1}{2}}$: Obtinebimus per §. XXXIII. Tempora periodica & celeritates, quæ debentur analogiæ primæ ad diversos Planetarum orbes pertinenti. Finge secundo loco, fluidum vorticosum per crassitiem orbis cujusque planetici esse uniformiter densum, adeoque in formula §. XXXIII. inventa, esse $m = 1$, $n = 1$, & $p = 0$. ut scil. $\Delta = D^p$ fiat uniformis ; invenies $2 + pn = 2m = 2$, & $T : t = D^2 : d^2$. plane uti requiritur per legem celeritatis inter duas ejusdem orbitæ distantias assumtam §. XLI. Omnis igitur illa vorticum interruptio absolvetur hoc uno, ut diversa sit vorticum densitas, constans illa per singulorum orbium crassitiem, & decrescens in eorumdem orbium intervallis.

§. XLIII.

Non dubito quin hoc audito causam requirant Lectores cur eadem sit vorticis densitas per crassitiem orbium Planeticorum, & diversa in spatiis interceptis? Equidem, si & huic quæstioni satis quod est facere liceret, putarem me à plena vorticum assertione parum abesse. Id vero tempori commendo, vel aliorum industriæ. Fortassis aliquæ hîc partes sunt retardationis & accelerationis, quæ diversis fluidi partibus fiunt à Planeta. Cum enim planeta una cum suo vortice particulari deferatur à fluido circa solem gyrante, impelletur ille à fluido, sed per demonstrata & experimentum Cel. Poleni tardius movebitur ab initio, quam ipsum fluidum. Successive tamen accelerabitur, ita ut eâdem cum fluido tandem celeritate deferretur, si fluida in totum illum Planetæ ambitum incurrentis celeritas foret directe proportionalis ad distantias singulorum fluidi, ut sic dicam filorum. Quoniam vero celerius moventur fila fluidi inferiora, quam superiora: itaque redigetur Planeta cum suo vortice particulari ad celeritatem quandam æquatam, quæ cadit inter maximam

ximam & minimam filorum fluidorum deferentium. Ita fiet, ut à tergo Planetæ fluidum inferius retrorsum, à fronte ejus fluidum superius antrorsum impellatur: ex utroque sequitur condensatio, sed partialis. An illa diu continuata sese diffundat, redigatque orbem Planetæ universum ad eandem sensibiliter densitatem, id definire non ausim: æqualem vero orbis cujuscumque densitatem non dubito asserere; siquidem præter dicta §. XLII. eadem quoque necessaria est per Prop. LIII. lib. II. Principiorum Neutoni, quæ postulat, ut corpora quæ in vortice delata in orbem redeunt, ejusdem sint densitatis cum vortice; adeoque propter densitatem Planetæ constantem etiam vorticis densitas sit uniformis & eadem. Cætera, ubi densitatem Planetæ dico, non de crusta loquor sola, sed de universo Planetæ in vortice delati composito.

§. XLIV.

Ut igitur quæ hactenus exposui, in summam ipse redigam: fateor superesse disquisitionem causæ Physicæ, quæ efficiat ut fluidum vorticosum per intervalla æqualiter densum sit, & inæqualiter? Puto autem, intelligi etiam ex superioribus, nullis hucusque contradictionibus involvi vortices cœlestes. Dixi autem ista pro more seculi, quod gravitatem extendere in cœlos solet. Rigorose enim agendo, potuissem ab ista applicatione manum abstinere, & in solo Hugenii instituto (Vid. §. V.) persistere; hoc est, præcipua gravitatis terrestris Phænomena deducere ex vortice jam supposito, & difficultates, si quæ hoc respectu intercedunt, resolvere. Id nunc agere constitui.

§. XLV.

Phænomena gravitatis §. VI. enarrata per vorticem nostrum obtineri posse patet ex superioribus nostris, si conferantur cum Hugenianis. Phænomena primum &

sextum, directiones scilicet gravium versus centrum, & figuram nuclei sphæricam ostendimus §. XXIII. & seq. secundum & tertium, actio nimirum gravitatis trans corpora utcunque densa, & in partes eorum internas æqualiter propagata, ex subtilitate materiæ vorticosæ Hugenius recte deduxit. Quartum, de acceleratione secundum tempora, sequitur ex stupenda materiæ agentis celeritate, & distantiarum in quibus experimenta capi possunt, nimiâ parvitate, consentientibus passim eruditis, inter quos velim conferas cum Hugenio Cel. Saurinum in Comment. ad an. 1709. ubi celeritatem eandem ex Kepleri regula, & ex gravium Phænomenis derivat. Quintum ex rotatione circa axem derivamus cum Neutone, Hugenio & aliis omnibus.

§. XLVI.

Difficultates animo hæ succurrunt. Objecit Cartesio Hugenius, quod in ipsius experimento densiora ad peripheriam enitantur corpora, rariora ad centrum concurrant; id plane adversari Phænomeno gravitatis; præterea impetum materiæ gyrantis tantum esse in corpora terrestria, ut illa non possint non simul abripi à torrente, id quod experientiæ refragatur. Posset etiam quæri, cur posito tali vortice duplicato nucleus non sequatur eandem cum fluido rotato viam? Cur motus vertiginis non respondeat directioni & celeritati vorticis?

§. XLVII.

Prima est maxime obvia difficultas, sed nonnisi primo aspectu gravis. In experimento corpora graviora ad peripheriam vergunt, in tellure graviora versus centrum eunt: si in hac appellatione subsistas, minus illa consentiunt. Sed gravitatis vocabulum in vortice demum constituendo est accidentarium: loquamur exactius, & generaliter. Illa corpora emergunt ad circumferentiam, quæ il-

sius vorticis motui maxime obsecundant. Talia sunt in vortice majori corpuscula ætheris, & quæcumque plus ætheris quam terrestris materiæ continent. Igitur in vortice majori versus peripheriam enituntur post ætherem corpuscula terrestrium rariora; namque in illis est plus ætheris; ætherem enim hîc vocabo fluidum illud vorticosum.

§. XLVIII.

Si vorticem feceris in generali vortice peculiarem, cujus adeo motus rotatorii sint diversi à gyratione vorticis generalis: necessum est, illa corpora, quæ plus ætheris, & consequenter plus impulsûs secundum vorticem majorem habent, minus obsequi motui vorticis particularis diverso à priori; corpora autem illa, quæ minus ætheris comprehendunt, minus etiam impediuntur à motu vorticoso generali, adeoque magis abripi possunt à motu vorticoso speciali. Igitur in peculiari vortice pro ratione densitatis corporum ad exteriora emergent densiora corpora, ex ratione eadem, quæ in generali vortice illa versus centrum colligit.

§. XLIX.

Non id ineptum videtur mihi, si dixero, naturam in vorticibus particularibus id facere, quo posito minimum impediatur ætheris inclusi motus secundum præcepta vorticis sui generalis peragendus. Atque hoc obtinet, si rariora versus centrum eant corpora; sive verticalis concipiatur circulus rotationis, sive horisontalis; sive alius quicunque. Particulæ enim in centro positæ non differunt ab aliis extra vorticem quiescentibus, adeoque de motu vorticis particularis nihil participant. Cæteræ, quo sunt axi propiores, eo propius illorum motus ab horum quiete abest; quo remotiores, eo differunt magis, magisque.

§. L.

Fig. XI. Dicam id in speciali casu. Sit axis rotationis horisontalis, & repræsentet ABCD sectionem vorticis ad axem ejus perpendicularem. Sit guttula aëris in summo sectionis circa B. quid rotato vase futurum est? Per affrictum vitri communicabitur aquæ contiguæ impetus rotatorius: idem fit aëri in *bBe* vitrum contingenti. Impinget igitur aqua in spatio *bd* rotata in aërem: aër vero solâ suâ levitate renititur impulsui aquæ & affrictioni vitri. Tuetur igitur summitatem, donec auctâ rotationis celeritate vires hæ extraneæ supra levitatem ejus prævaleant: hoc est, donec impulsus ille tantus sit, quantus moli aëris æquali infra aquam deprimendæ sufficeret. Hoc facto alterutrum necesse est, ut contingat; aut in gyrum ire cum aqua & vitro impellentibus aër debet, aut ad axem cedere. Quæritur, utrum naturæ ejus & vorticis generalis magis conveniat? Atque hîc dico, illam à natura partem seligi, quâ fit, ut massa ætheris toti huic vortici particulari interfusa minimum recedit à legibus & motibus vorticis sui generalis, hoc est, quâ minimum motûs novi & peculatis acquirit. Id obtinet, si medium vorticis occupet corpus æthere plenius.

§. LI.

Comment. Ac. Scient. Alteram difficultatem §. XLVI. ingeniose tractavit vir harum rerum intelligentissimus, loco superius citato. Allegavit profecto, quicquid pro minuendo fluidi in solidum impingentis impetu cum ratione dici potest. Non repeto, quæ legi ibidem melius exposita possunt. Fortassis illud adhuc requiri posset: cur tantus est fluidi illius gyrantis effectus in corpora terrestria, quatenus perpendiculariter ad centrum pelli debent, & nullus est in eadem corpora secundum cursum suum circu-

larem abripienda? Cur ibi in omnes corporis partes finguntur fieri impetus? hîc in nullas sensibiliter?

§. LII.

Hugenius utrumque hunc impulsum fieri in corpora gravia, & sensibiliter in eadem agere concessit: sed alio deinceps medio alterum denuo sufflaminavit impulsum. Jussit sibi succedere impulsus laterales infinito numero, diversissimos directione suâ, oriundos ex rotationibus materiæ subtilis confusissime quaqua versum factos, & consequenter se mutuo destruentes. Fateor, nimis hanc videri artificiosam confusionem, quam ut illi fidere ausim. Itaque illam impulsuum successionem non minus quam ipsum Hugenianum vorticem §. XX. suo relinquam loco.

§. LIII.

Fallor an hæc est via compendiosior, quam nunc inibo? Si eædem sunt vires centrifugæ fluidi, & corpusculi fluido innatantis, facta rotatione non cedet corpusculum versus interiora vorticis, sed in circulo suo rotabitur una cum fluido. Sin vires cintrifugæ fluidi ipsius, & corpusculi in fluido constituti, v. gr. aquæ & ceræ non sint multum differentes, cedet quidem fluido nitenti corpusculum, sed cedet in linea vehementer spirali, plures circa centrum vorticis gyros peractura. Quo major erit virium differentia, eo via corpusculi magis à circulari recedet, & ad rectilineam directionem accedet: sic, ut elementa semitæ M*m* angulos *m*MC semper acutiores faciant, cum radiis MC à centro ductis. Exprimet vero MN viam corpusculi circularem, & N*m* viam versus centrum. Finge igitur, corpusculum, quod vortici fluido innatat, habere vim centrifugam infinities, hoc est, incomparabiliter minorem vi fluidi ipsius: evanescet angulus *m*MC, incidet via M*m* in radium MC, & MN erit respectu M*m* Fig. XII.

§. L.

Fig. XI. Dicam id in speciali casu. Sit axis rotationis horisontalis, & repræsentet ABCD sectionem vorticis ad axem ejus perpendicularem. Sit guttula aëris in summo sectionis circa B. quid rotato vase futurum est? Per affrictum vitri communicabitur aquæ contiguæ impetus rotatorius: idem fit aëri in *bBe* vitrum contingenti. Impinget igitur aqua in spatio *bd* rotata in aërem: aër vero solâ suâ levitate renititur impulsui aquæ & affrictioni vitri. Tuetur igitur summitatem, donec auctâ rotationis celeritate vires hæ extraneæ supra levitatem ejus prævaleant: hoc est, donec impulsus ille tantus sit, quantus moli aëris æquali infra aquam deprimendæ sufficeret. Hoc facto alterutrum necesse est, ut contingat; aut in gyrum ire cum aqua & vitro impellentibus aër debet, aut ad axem cedere. Quæritur, utrum naturæ ejus & vorticis generalis magis conveniat? Atque hîc dico, illam à natura partem seligi, quâ fit, ut massa ætheris toti huic vortici particulari interfusa minimum recedit à legibus & motibus vorticis sui generalis, hoc est, quâ minimum motûs novi & pecularis acquirit. Id obtinet, si medium vorticis occupet corpus æthere plenius.

§. LI.

Comment. Ac. Scient. Alteram difficultatem §. XLVI. ingeniose tractavit vir harum rerum intelligentissimus, loco superius citato. Allegavit profecto, quicquid pro minuendo fluidi in solidum impingentis impetu cum ratione dici potest. Non repeto, quæ legi ibidem melius exposita possunt. Fortassis illud adhuc requiri posset: cur tantus est fluidi illius gyrantis effectus in corpora terrestria, quatenus perpendiculariter ad centrum pelli debent, & nullus est in eadem corpora secundum cursum suum circu-

larem abripienda? Cur ibi in omnes corporis partes finguntur fieri impetus? hîc in nullas sensibiliter?

§. LII.

Hugenius utrumque hunc impulsum fieri in corpora gravia, & sensibiliter in eadem agere concessit: sed alio deinceps medio alterum denuo sufflaminavit impulsum. Jussit sibi succedere impulsus laterales infinito numero, diversissimos directione suâ, oriundos ex rotationibus materiæ subtilis confusissime quaqua versum factos, & consequenter se mutuo destruentes. Fateor, nimis hanc videri artificiosam confusionem, quam ut illi fidere ausim. Itaque illam impulsuum successionem non minus quam ipsum Hugenianum vorticem §. XX. suo relinquam loco.

§. LIII.

Fallor an hæc est via compendiosior, quam nunc inibo? Si eædem sunt vires centrifugæ fluidi, & corpusculi fluido innatantis, facta rotatione non cedet corpusculum versus interiora vorticis, sed in circulo suo rotabitur una cum fluido. Sin vires cintrifugæ fluidi ipsius, & corpusculi in fluido constituti, v. gr. aquæ & ceræ non sint multum differentes, cedet quidem fluido nitenti corpusculum, sed cedet in linea vehementer spirali, plures circa centrum vorticis gyros peractura. Quo major erit virium differentia, eo via corpusculi magis à circulari recedet, & ad rectilineam directionem accedet: sic, ut elementa semitæ M*m* angulos *m*MC semper acutiores faciant, cum radiis MC à centro ductis. Exprimet vero MN viam corpusculi circularem, & N*m* viam versus centrum. Finge igitur, corpusculum, quod vortici fluido innatat, habere vim centrifugam infinities, hoc est, incomparabiliter minorem vi fluidi ipsius: evanescet angulus *m*MC, incidet via M*m* in radium MC, & MN erit respectu M*m* Fig. XII.

D iij

incomparabiliter parvum. Corpusculum igitur ex illius fluidi impulsu directe versus centrum perget, sine sensibili motu laterali.

§. LIV.

Quantæcumque igitur virtutis fuerit hoc fluidum; nunquam id efficiet, ut circularem vel lateralem motum consequatur corpusculum cedens. Cum enim impulsus lateralis semper evanescat præ verticali: corpusculum ipsum, si liberum est, recta descendet; sin obstaculo impeditur, tanto nisu versus illud opprimetur, ut lateralis impulsus præ illo evanescat. Cumque hi impulsus in omnes corporum particulas fiant æqualiter, nihil ab hac laterali violentia patietur corporum, etiam mollissimorum, textura.

§. LV.

Illud per se patet, etsi impulsum verticalem incomparabiliter majorem assumam impulsu laterali: non ideo absolutam impulsus verticalis vim statui infinitam. Potest illa assumi, quanta aut quantulacumque arridet; vel potius debet illa definiri tanta, quantam ostendunt Phænomena gravitatis. Res semper salva erit, si memineris, corpusculi terrei vim centrifugam posse concipi adhuc incomparabiliter minorem.

§. LVI.

Atque ita tertiam simul evitavimus difficultatem §. XLVI. Patet enim ex hactenus dictis, cur neque unus vortex motum vertiginis circa axem, neque duplicatus producat motum Planetæ circa centrum suum eo modo, quo ipse vortex rotatur. Semper enim evanescit impulsus in corpuscula cedentia lateralis præ altero verticaliter facto. Nisi igitur aliunde accederet motus verti-

ginis terræ & Planetarum cæterorum, quiescerent illi in vorticibus suis, sine vertigine; & corpora gravia sine motu illo circulari, quo nunc ex vertigine telluris simul afficiuntur, directe descenderent.

§. LVII.

Quoniam & ex motu vertiginis sumitur contra vortices argumentum, placet rationem reddere, cur aliunde illum esse derivandum dixerim. Nego, sequi illum ex actione vorticis generalis. Impedit directio hujus motus: impedit axis vertiginis: impedit consensus vertiginis in Planeta primario & secundario. De tempore periodico nihil dicam, quoniam illius respectu medicinam nondum despero.

§. LVIII.

Sit O locus solis: A B C orbita telluris, secundum ordinem litterarum harumce ex Occidente in Orientem latæ. Erit per regulam Kepleri celeritas fluidi vorticosi major infra lineam A B C, & minor supra illam. Diximus §. XLIII. corpus ipsum telluris *be* B *f* impelli à fluido impingente, ejusdemque tandiu accelerari motum, donec acquirat celeritatem aliquam constantem, mediamque inter maximam fili fluidi *a b c*, & minimam fili *a* B *γ*. Celerius itaque moveri terram in B, quam fluidum antecedens, adeoque illud circa B *f* impelli à corpore Planetico, & accumulari. Ex adverso tardius moveri terram in *b* quam fluidum insequens: itaque hoc impediri à Planeta, & accumulari circa *eb*. Inde duplex fluidi actio in Planetam. Sit *m* quasi centrum actionis fluidi in *eb* constituti, & *n* centrum reactionis fluidi in B *f* pressi: erunt directiones actionum harum secundum *mp* & *nq*. Itaque rotabitur corpus circa centrum aliquod in linea *nm* centra actionis conjungente positum; & qui- Fig. XIII.

dem secundum directionem litterarum *bfBe*, hoc est; ex Oriente in Occidentem; plane adversus naturæ consuetudinem.

§. LIX.

Ingeniosum est, quod de refluxu vir eruditus dixit: sed Hypotheseos tantum gratiâ excogitatum videtur. Vult fluidum circa *eb* accumulatum refluere in partem vacuam *e*B; & alterum circa B*f* congestum refluere in partem *fb* vacuam: eodemque refluxu simul Planetam rotari in eandem partem. Conveniret id hactenus Phænomeno: sed quærere possis, cur fluidum circa *eb*, pressum à sequenti, potius in partem *e*B feratur, quam in alteram *bf* trans Planetam festinet? cur item, quod circa B*f* premitur fluidum, potius in *fb* fluat, quam in B*e*? Cur porro tantus refluxui effectus tribuatur, ut non solum destruat impulsum fluidi directe venientis, sed motum quoque eidem contrarium Planetæ inducat? Cur in experimentis Cel. Polenii rotatio corpusculi natantis sequatur directionem, quam à fluxu nos deduximus? non eam, quam à refluxu vir ingeniosissimus? De consensu vertiginis in primario & secundario mox dicam. Patet igitur, quod ex actione vorticis generali sequeretur motus vertiginis directione sua contrarius naturali.

§. LX.

Neque id solum. Centrum hujus rotationis foret centrum motus æquali, punctum scilicet lineæ *nm*, per quod ducitur filum fluidi gyrantis illud, quod naturaliter celeritatem habet eam, quam corpus Planeticum ex diversis illis fluidi impulsibus acquisivit. Id, si à centro corporis distat, novas gignit difficultates. Sed finge illud non distare sensibiliter: hoc facto axis rotationis erit ad planum orbitæ perpendicularis; nequaquam inclinatus.

§. LXI.

§. LXI.

Denique rotatio satellitum circa axem suum dirigetur in plagam contrariam ejus, in quam fertur vertigo primarii. Sit denuo A B C orbita telluris: & A *b* C B A vortex tellurem ambiens, qui per §. LVIII. rotabitur secundum A*b*CBA. Jam porro hujus vorticis eædem sunt leges, quæ prioris, scilicet ut celeritas decrescat cum distantiis crescentibus: igitur Luna per illius actionem rotabitur secundum *f t u x*, dum terra vertitur secundum *o p q r*. illa ex Occidente in Orientem, hæc ex Oriente in Occidentem. Nullus igitur in directione vertiginis consensus foret inter primarium & secundarios Planetas. Neque hic in subsidium advocari refluxus potest; quod si enim primarii directio per illum restituitur, destruitur tamen directio secundarii. Fig. XIV.

§. LXII.

Non igitur vertiginem à vorticibus derivare artificiis hactenus cognitis licet: Neque ideo tamen vortices rejicere; non magis ac Neutonianæ attractiones ideo rejiciuntur, quoniam plura sunt, interque illa etiam §. XXXV. ipse motus vertiginis, quorum origo ex illa theoria nondum explicari potest. Sufficit ostendisse medium, quo evitari contradictio inter vortices, & vertiginis tempora atque directionem potest. Nimirum in nostra hypothesi §. LIII. LIV. & LVI. exposita, vorticibus plane indifferens est, sive quiescat corpus centrale, sive in partem quamcumque vertatur. Hoc vero necessum erat contra objectiones à vertigine: originem vero vertiginis aliam assignare si possumus, bene est; si non possumus, ignorantiam id nostram probat, non falsitatem vorticum.

§. LXIII.

Propero ad finem: itaque non nisi unum adjungo. Si molestum est Lectoribus, quod §. XXIX. ex abrupto duplex rotationis motus affingitur strato alicui, vel orbi fluido; non miror. Sed neque hic subsistendum puto; neque intercedo, si ulteriores harum rotationum causas velint inquirere. Quin ipse id faciendum esse judico, atque, ut fieri facilius possit, nonnihil adminiculi subministrare amplius volo.

§. LXIV.

In experimentis de actione vorticum supra recensitis fieri aliter non potest, quam ut unum idemque fluidum duplici rotatione affici debeat. Sed in natura fieri omnino potest, ut duo fluida diversa sese invicem transfluant sine impedimento sensibili. Adsunt ejus rei exempla. Si vitro cylindrico parvæ altitudinis aquam includas, eandemque circa axem suum verticaliter, vel horisontaliter, vel utcunque positum celerrime rotes, non ideo impedires actionem magnetis ex altero vitri latere positi in acum magneticam ex altera & opposita parte sitam; magnetica vero per vortices explicantur Phænomena. Similiter ferrum ex polo magnetis armato pendulum non ideo cadet, si in gyrum illud circumagas velocissime. Non itaque generaliter repugnat, vorticem unum gyrare trans alterum.

§. LXV.

Quod si ergo fieri possit, ut duo se invicem vortices transfluant, hac lege, ut neuter alterum impediat, uterque autem rotetur celeritate æquali in distantiis æqualibus, & pro distantiis inæqualibus unusquisque habeat celeritates distantiis proportionales, denique in corpuscu-

sum cedens sub æqualibus circumstantiis uterque agat æqualiter: dico, fictionem hanc alteram æquipollere illi priori, quam §. XXIX. fecimus. Finge enim corpusculum in loco sphæræ vorticosæ quocunque X constitutum: impelletur illud à fluido utroque: sit corpusculum ejusdem cum fluido utroque densitatis; recipiet illud ab actione fluidi circa axem verticalem BD gyrantis impulsum aliquem rotandi in circulo, qui describitur radio XZ, & cum celeritate ut XZ. Idem corpusculum à fluido circa axem AC rotato recipiet impulsum gyrandi in circulo, qui describitur radio XY, & cum celeritate ut XY. Itaque nisus corpusculi compositus erit in circulo, qui describitur radio XO, & cum celeritate ut XO. Directio itaque corpusculi nec cedentis vortici, nec illum superantis, foret in circulo maximo sphæræ per locum corpusculi descriptæ: igitur directio corpusculi non amplius æque densi, sed fluido utrique nonnihil deorsum cedentis, erit in spirali super illius circuli plano descripta; & directio corpusculi infinite cedentis, erit in recta XO, non minus, atque id supra per alteram invenimus hypothesin. Fig. XV.

§. LXVI.

An tales in natura vortices invenire liceat, non facile dixero. Agnovit alicubi magnus scientiarum instaurator Cartesius duos apud idem sidus materiæ cœlestis vortices, quorum directiones se invicem decussent. Vide Princip. Philos. p. III. §. CVIII. CIX. sed quales §. CX. proponuntur, nostro nondum conveniunt instituto. Atque, licet eorum aliqua accommodare scopo nostro non sit impossibile, cujusmodi forent, si interiorem vorticem ultra maculæ superficiem extenderes, si vorticum per polos gyrantium impulsus finxeris alternativos, & similia: sperari tamen vix potest, ut reliquas vorticum §. LXV. requisitorum leges iisdem liceat asserere. Ita-

que omnino præstat, de specialibus nihil definite.

§. LXVII.

Manebimus, spero, Philosophi, si de rebus parum compertis taceamus. Dedimus theorema mechanicum, quo mediante præcipua gravitatis Phænomena deducere ex vorticibus licet: ostendimus, quales in natura vortices inveniri debeant, si gravitatem illis, & præcipuos Astrorum motus imputare velis: monuimus, quid in quibusdam contra vortices argumentis desiderari adhuc cum ratione possit: conciliavimus non pauca, quæ minus invicem consentire videbantur. Potuit id fieri tractatione generali, & ut plurimum abstracta. Si specialiora alii, & magis applicata desiderent, illa, fatemur, nondum esse in potestate. Fortassis ita defendimus vortices, ut alteri in eorum assertione, alteri in eorumdem reprehensione per hæc nostra confirmentur. Neutrum nos male habebit. Sufficiet honori nostro, si methodum approbaverint, & tantum in hac scriptiuncula novi atque boni deprehenderint Lectores nostri, ut eandem legisse ipsos non pœniteat. Nobis, quæ hic dicta sunt, sæpius emendanda; quæ omissa sunt, lente videntur addenda: symbolum enim huic Dissertationi est illud Leopoliensis Castellani, Andreæ Maximiliani Fredro, prudens monitum.

Vis rem bene habere: lentè fac, & sæpè corrige.

EMENDATIO

Quorumdam Paragraphorum, in Dissertatione cui Lemma est :

Vis rem benè habere : lentè fac, & sæpè corrige.

§. LIII.

VISUM est aliquando, facilem ex hac difficultate exitum esse : sed præcipitato falsus fui judicio. Ita autem primò inferebam. Si corporis fluido immersi, & fluidi ipsius æquales sunt centrifugæ vires : factâ vorticis rotatione corpusculum non cedet versus interiora vorticis, sed in circulo rotabitur una cum fluido sibi contiguo. Sin vires centrifugæ corpusculi solidi sint paulo minores viribus fluidi : cedet utique nitenti ad peripheriam fluido corpusculum illi immersum, sed movebitur in linea spirali, plures circa axem vorticis gyros peractura. Id experimentis docuit Celeber. Saulmon in Comment. Acad. Scient. an. 1715. p. m. & seq. Jam, quo major est virium differentia, eò via corpusculi cedentis à circulari recedit magis magisque, & ad rectilineam accedit ; sic, ut, exponendo viam corpusculi circularem per MN, & centripetam per N*m*, in tempusculo infinite parvo, elementa semitæ M*m* angulos *m*MC semper acutiores faciant cum radio MC. Quod si itaque corpusculum solidum fingatur habere vim centrifugam incomparabiliter minorem vi fluidi ipsius : evanescet angulus *m*MC, incidetque via M*m* in radium MC; erit enim hoc casu MN respectu lineolæ N*m* incompa- Fig. XII.

rabiliter parva. Igitur in tali vortice corpusculum cedens movebitur in linea recta MC, sine sensibili motu laterali, extra illam faciendo.

§. LIV.

Recte id quidem; sed linea MC ipsa movebitur cum vortice in gyrum. Itaque si motus corpusculi cedentis absolutus considerari debeat; erit ille compositus, ex motu proprio corpusculi in linea MC; & ex motu communi ipsius lineæ MC una cum vortice suo translata. Etsi igitur motus corpusculi proprius fiat in directione MC rectilinea; non id tamen sufficit Phænomeno gravitatis naturalis quoad directionem rectilineam, & horisonti perpendicularem; præcipue in nostris vorticibus, ubi omnes rotationes fiunt in circulis sphæræ maximis.

§. LV.

Quod si igitur cavendum est, ne corpusculum solidum à duplici mea rotatione §. 29. impulsum, præter appropinquationem ad centrum, participes etiam ex motu circulari utrinque impresso; adeoque spirales describat in plano per centrum vorticis transeunte: adhibendum erit medium, quod se à principio statim animo obtulit meo, sed ideo hactenus rejectum, & nonnisi in casum necessitatis asservatum fuit, quoniam id simplicitati hypotheseos præjudicat. Duplicandi sunt denuo vortices nostri, ad exemplum vorticis magnetici. Recte Cartesius & alii duos magneti vortices vindicant, à Polo ad Polum gyrantes, contrarios sibi, & quam proxime æquales; quorum neuter alterum impedit, & quorum opera fit, ut suspensæ circa magnetem sphæricum in capsula positum acus nondum excitatæ dirigantur in situs ad superficiem magnetis perpendiculares. Equidem, si duo fingas fluida sibi invicem occurrentia rotationibus contrariis, neutrius motum circularem sequi corpusculum poterit: itaque via ejus ex spirali recta fiet ad centrum vorticis directa. Difficile hoc remedium est, fateor, & quo lubens carerem. Cum tamen ejus rei exemplum in magnetibus detur,

atque inde jam à Cartesio translatum sit ad sidera, (*vide Princip. Philos. p. III.* §. 110.) præstat hoc, quam nihil, dicere.

§. LVI.

Ita vero & tertiam evitabimus difficultatem. Patet ex dictis, quomodo cavendum sit, ne vortex circa axem unum factus telluri motum vertiginis imprimat, vel vortex circa binos axes rotatus corpori centrali motum imprimat rotatorum; illi enim simplici circa eundem axem simplex alius contrariâ directione latus, huic vero opponendus est alius circa eosdem axes in contrarium gyrans vortex compositus. Ita enim elidentur impulsus fluidorum circulares in corpusculum sibi immersum. Atque adeo, nisi aliunde accederet motus vertiginis Terræ & Planetarum Cœlorum, quiescerent illi in vorticibus suis; & corpora gravia sine motu illo circulari, quo nunc ex vertigine telluris simul afficiuntur, directe descenderent.

§. LXIV.

In experimentis de actione vorticum supra §. 27. recensitis fieri aliter non potest, quam ut unum idemque fluidum duplici rotatione affici debeat. Sed in natura fieri utique potest, ut duo & plura etiam fluida sese invicem sine impedimento transfluant sensibili. Potest igitur si malis, id quod §. 23. & seq. per duplicem unius fluidi rotationem quæsivimus, fieri per duo fluida se invicem decussantia. Fateor rem fieri difficilem, si §. 23. & seq. cum §. LV. componas: ita enim quatuor fluida exsurgent, trans se invicem gyrantia. Neque præsto est exemplum penitus simile: etsi trium vorticum exempla non desint. Si enim vitro cylindrico parvæ altitudinis aquam includas, eandemque circa axem suum verticaliter, vel horisontaliter, vel utcunque positum, celerrime rotes, non ideo impedires actionem magnetis ex alterutro vitri latere siti in acum magneticam ex opposita parte sitam. Habemus vero hîc vortices à magnete duos, & unum aquæ gyrantis. Ita nec rotatio ferri ex polo magnetis

armato pendentis impedit actiones vorticis utriusque magnetici.

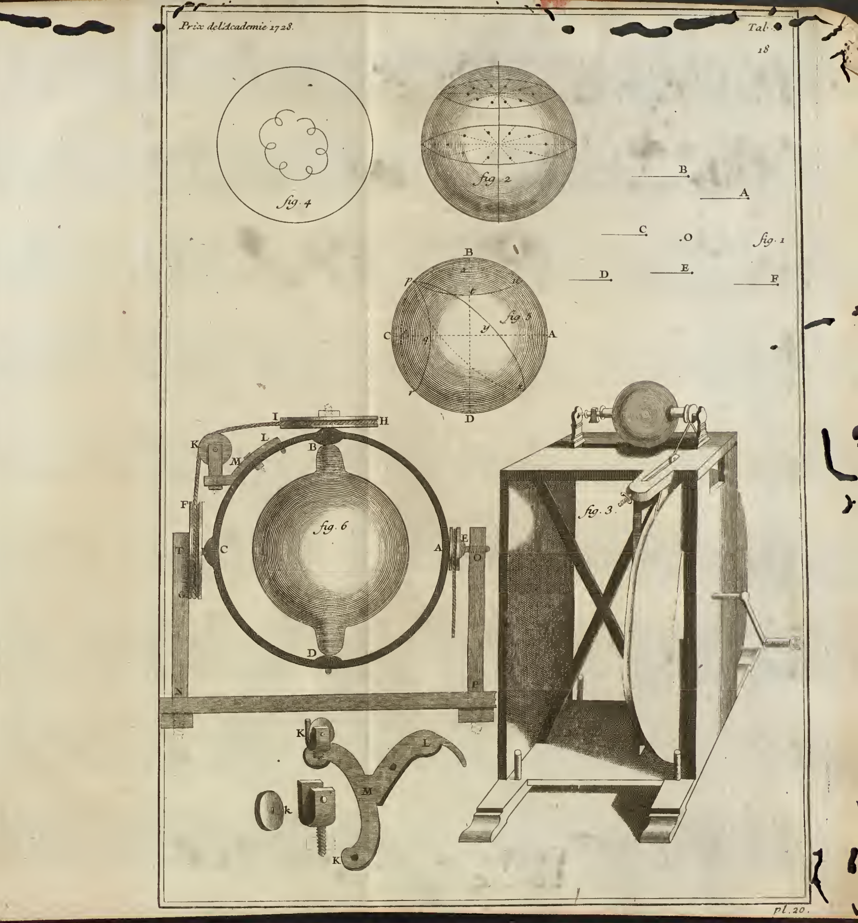
§. LXV.

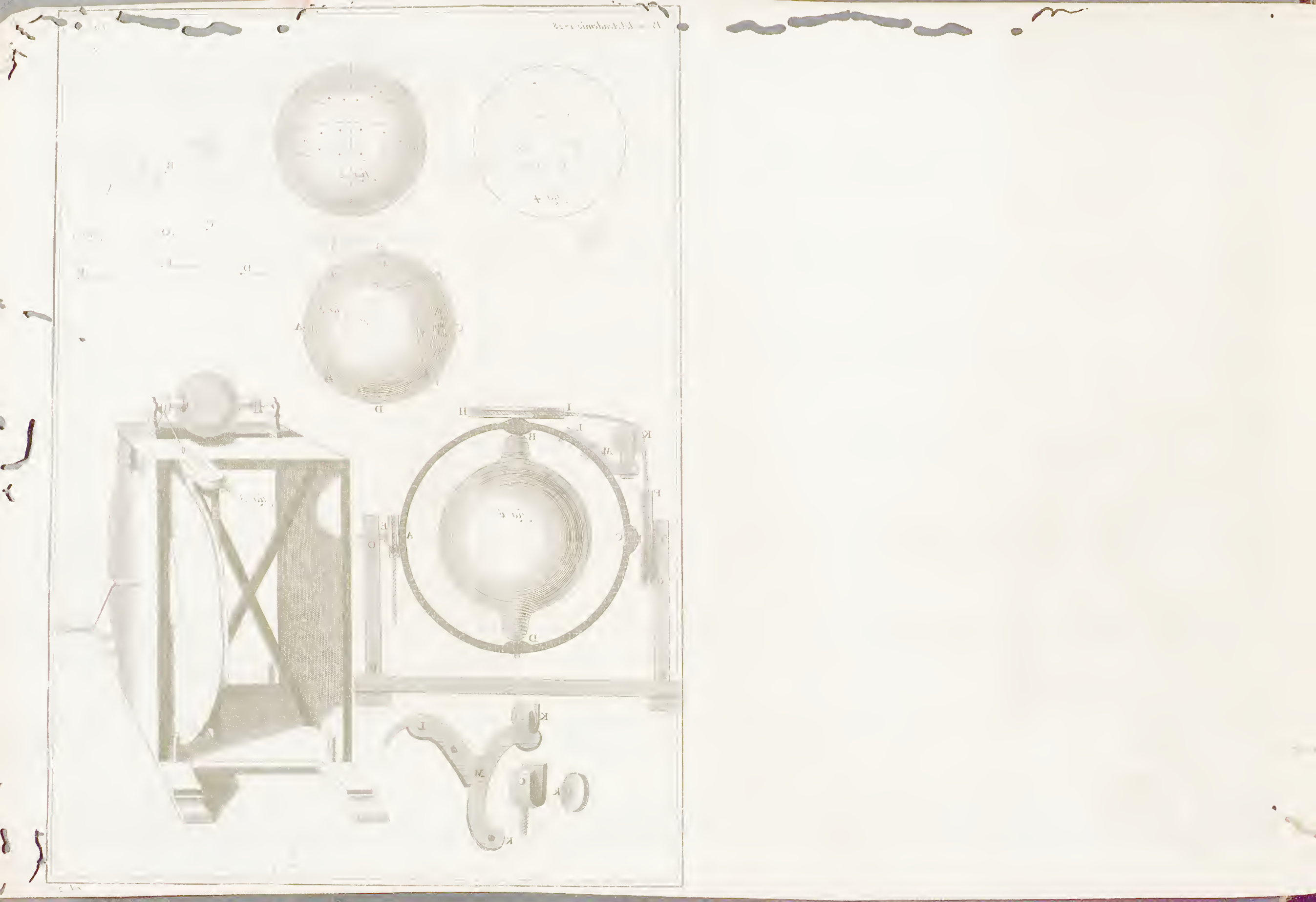
Quod si ergo fieri possit, ut plures se invicem vortices transfluant hac lege, ut nullus alterum impediat, singuli autem rotentur celeritate æquali in distantiis æqualibus, & pro distantiis inæqualibus unusquisque habeat celeritates distantiis proportionales, denique in corpusculum cedens sub æqualibus circumstantiis singuli agant æqualiter: dico fictionem hanc novam, æquipollere illis, quas §. 29. & 55. fecimus. Facilitatis gratiâ consideremus duos tantum vortices, quos composito ante memorato §. 29. æquipollentes credimus futuros. Sit corpusculum solidum in loco sphæræ vorticosæ quocunque X
Fig. XV. constitutum: impelletur illud à fluido utroque: sit corpusculum ejusdem cum fluido vis centrifugæ: recipiet illud ab actione fluidi circa axem verticalem BD gyrantis impulsum aliquem rotandi in circulo, qui describitur radio XZ, & cum celeritate ut XZ. Idem corpusculum, à fluido circa axem horisontalem AC rotato, recipiet impulsum gyrandi in circulo, qui describitur radio XY, & cum celeritate ut XY. Itaque nisus corpusculi compositus erit in circulo, qui describitur radio XO, & cum celeritate ut XO. Directio igitur corpusculi nec cedentis fluido, nec idem superantis foret in circulo sphæræ maximo per punctum X descriptæ. Igitur directio corpusculi nonnihil cedentis foret in spirali super illius circuli plano descripta: &, si singuli vortices duplicentur ex §. 55. directio corpusculi cedentis erit in recta XO, tendens ad centrum vorticis. Ista igitur in abstracto dicta sufficiant.

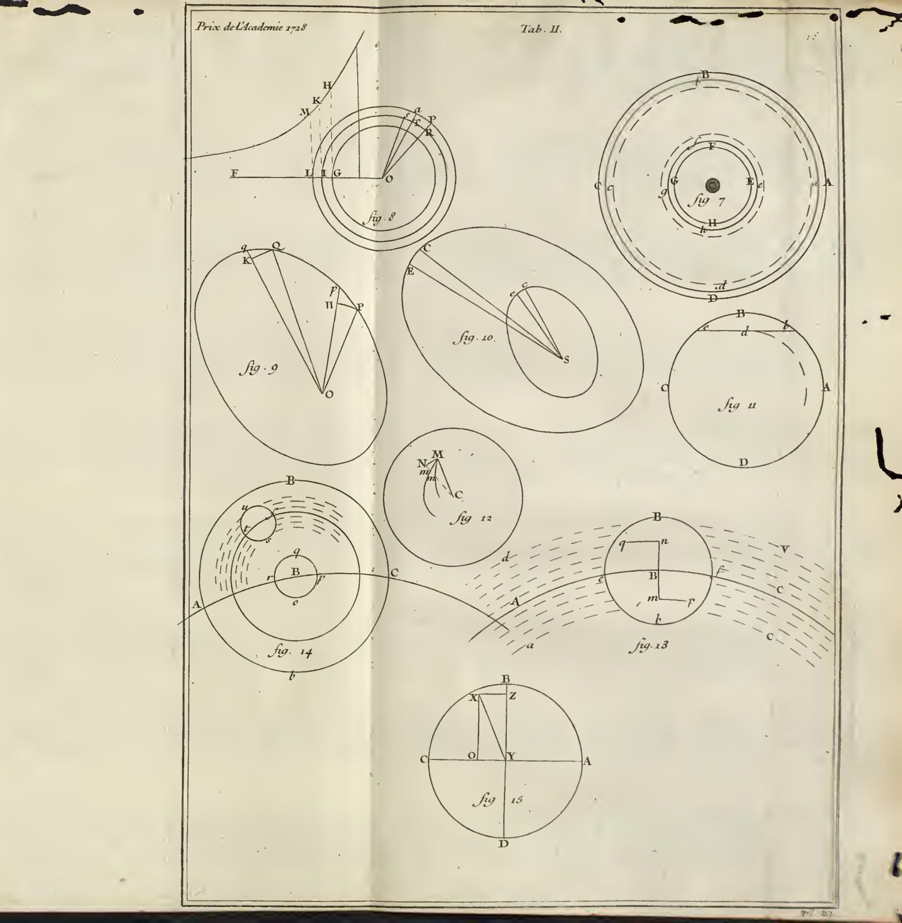
§. LVI.

..... Cartesius duos, imo tres, apud.....

FINIS.


Prix de l'Academie 1728.
Tab. 9
18
fig. 4
fig. 2
B
A
C
.O
fig. 1
D
E
F
fig. 5
fig. 6
fig. 3
I
H
K
L
M
F
T
C
A
E
O
D
N
P
K
L
M
k
K
pl. 20.

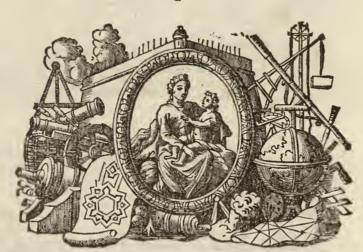



Prix de l'Academie 1728
Tab. II.
fig. 7
fig. 8
fig. 9
fig. 10
fig 11
fig 12
fig. 13
fig. 14
fig 15

DE LA METHODE D'OBSERVER EXACTEMENT SUR MER LA HAUTEUR DES ASTRES.

PIECE QUI A REMPORTE' LE PRIX proposé par l'Academie Royale des Sciences pour l'année 1729.

Par Monsieur BOUGUER, *Professeur Royal en Hydrographie au Croisic, & Membre de l'Academie Royale de Bordeaux.*



A PARIS, RUE S. JACQUES,

Chez CLAUDE JOMBERT, au coin de la ruë des Mathurins, à l'Image Notre-Dame.

M. DCC. XXIX.

Avec Approbation & Privilege du Roy.

PRIVILEGE DU ROY.

LOUIS par la grace de Dieu Roy de France & de Navarre : A nos amez & feaux Conseillers, les Gens tenans nos Cours de Parlement, Maîtres des Requêtes ordinaires de notre Hôtel, Grand Conseil, Prevôt de Paris, Baillifs, Sénéchaux, leurs Lieutenans Civils ; & autres nos Justiciers qu'il appartiendra, Salut. Notre bien amé & feal le *Sieur Jean-Paul Bignon, Conseiller ordinaire en notre Conseil d'Etat, & Président de notre Académie Royale des Sciences*, Nous ayant fait très-humblement exposer, que depuis qu'il nous a plû donner à notredite Académie, par un Réglement nouveau, de nouvelles marques de notre affection, elle s'est appliquée avec plus de soin à cultiver les Sciences, qui font l'objet de ses exercices ; ensorte qu'outre les Ouvrages qu'elle a déja donnez au Public, elle seroit en état d'en produire encore d'autres, s'il Nous plaisoit lui accorder de nouvelles Lettres de Privilege, attendu que celles que Nous lui avons accordées en datte du 6. Avril 1699. n'ayant point de tems limité, ont été déclarées nulles par un Arrêt de notre Conseil d'Etat du 13. Août 1713. Et désirant donner au Sieur Exposant toutes les facilitez & les moyens qui peuvent contribuer à rendre utiles au Public les travaux de notredite Académie Royale des Sciences, Nous avons permis & permettons par ces Présentes à ladite Académie, de faire imprimer, vendre ou débiter dans tous les lieux de notre obéïssance, par tel Imprimeur qu'elle voudra choisir, en telle forme, marge, caractére, & autant de fois que bon lui semblera, *toutes ses Recherches ou Observations journaliéres, & Relations annuelles de tout ce qui aura été fait dans les Assemblées*; comme aussi *les Ouvrages, Mémoires ou Traitez de chacun des Particuliers qui la composent*, & généralement tout ce que ladite Académie voudra faire paroître sous son nom, après avoir fait examiner lesdits Ouvrages, & jugé qu'ils sont dignes de l'impression ; & ce pendant le tems de *quinze années* consécutives, à compter du jour de la datte desdites Présentes. Faisons défenses à toutes sortes de personnes de quelque qualité & condition qu'elles soient, d'en introduire d'impression étrangere dans aucun lieu de notre Royaume ; comme aussi à tous Imprimeurs, Libraires & autres, d'imprimer, faire imprimer, vendre, faire vendre, débiter ni contrefaire aucun desdits Ouvrages imprimez par l'Imprimeur de ladite Académie ; en tout ni en partie, par extrait, ou autrement, sans le consentement par écrit de ladite Académie, ou de ceux qui auront droit d'eux : à peine contre chacun des contrevenans de confiscation des Exemplaires contrefaits au profit de sondit Imprimeur : de trois mille livres d'amende, dont un tiers à l'Hôtel-Dieu de Paris, un tiers audit Imprimeur, & l'autre tiers au Dénonciateur, & de tous dépens, dommages & interêts ; à condition que ces Présentes seront enregistrées tout au long sur le Registre de la Communauté des Imprimeurs & Libraires de Paris, & ce dans trois mois de ce jour : que l'impression de chacun desdits Ouvrages sera faite dans notre Royaume & non ailleurs, & ce en bon papier & en beaux caractéres, conformément aux Réglemens de la Librairie ; & qu'avant de les exposer en vente, il en sera mis de chacun deux Exemplaires dans notre Bibliothéque publique, un dans celle de notre Château du Louvre, & un dans celle de notre très-cher & féal Chevalier Chancelier de France le Sieur Daguesseau ; le tout à peine de nullité des Présentes. Du contenu desquelles vous mandons & enjoignons de faire jouir ladite Académie, ou ses ayans cause, pleinement & paisiblement, sans souffrir qu'il leur soit fait aucun trouble ou empê-

chement. Voulons que la copie desd. Présentes qui sera imprimée au commencement ou à la fin desd. Ouvrages, soit tenuë pour dûëment signifiée, &qu'aux copies collationnées par l'un de nos amez & feaux Conseillers & Secretaires, foi soit ajoutée comme à l'original. Commandons au premier notre Huissier ou Sergent de faire pour l'execution d'icelles tous actes requis & nécessaires, sans demander autre permission, & nonobstant clameur de Haro, Charte Normande, & Lettres à ce contraires. Car tel est notre plaisir. Donné à Paris le 29 jour du mois de Juin, l'an de grace 1717, & de notre Regne le deuxiéme. Par le Roi en son Conseil.

Signé, FOUQUET.

Il est ordonné par l'Edit du Roy du mois d'Août 1686. & Arrêt de son Conseil, que les Livres dont l'impression se permet par Privilege de Sa Majesté, ne pourront être vendus que par un Libraire ou Imprimeur.

Regiſtré le présent Privilege, ensemble la Cession écrite ci-dessous, sur le Registre IV. de la Communauté des Imprimeurs & Libraires de Paris, p. 155. N. 205. conformément aux Réglemens, & notamment à l'Arrêt du Conseil du 13. Août 1703. A Paris le 3. Juillet 1717.

Signé, DELAULNE, *Syndic.*

Nous soussigné Président de l'Académie Royale des Sciences, déclarons avoir en tant que besoin cedé le présent Privilege à ladite Académie, pour par elle & les differens Académiciens qui la composent, en jouir pendant le tems & suivant les conditions y portées. Fait à Paris le 1. Juillet 1717. *Signé*, J. P. BIGNON.



DE LA METHODE
D'OBSERVER
EXACTEMENT SUR MER
LA HAUTEUR DES ASTRES.

——— Oculosque sub astra tenebat.

Virg. Mar. Æneï. Lib. V.



LORSQUE l'Academie Royale des Sciences propose aux Sçavans de toutes les Nations, de déterminer *quelle est la meilleure Méthode d'observer les hauteurs sur Mer, par le Soleil & par les Etoiles, soit par des instrumens déja connus, soit par des instrumens de nouvelle invention*, Elle montre dans cette rencontre, comme dans toutes les autres, l'extrême attention qu'elle a pour l'utilité publique, & pour la perfection des Arts. Elle ne pouvoit pas choisir en effet de matiere plus importante, & qui interressât davantage les Marins. Car réduits en Mer à ne pouvoir trouver que la seule latitude, avec un peu de précision, les Pilotes ne

sçavent point trop ce qu'ils doivent penser des instrumens dont ils se servent; & il ne paroît pas non plus que les Hydrographes aïent pris beaucoup de soin de les en instruire. Heureusement rien n'est plus propre à porter les Sçavans à faire tous leurs efforts, pour tâcher de supléer à ce défaut, que l'invitation que fait aujourd'hui l'ACADEMIE. Je me suis aussi laissé entraîner par l'esperance, peut-être, trop flateuse, de pouvoir mériter les suffrages de cette célébre Compagnie : mais je ne propose mes idées, qu'après les avoir examinées avec le dernier scrupule; & qu'après avoir fait attention, que le Tribunal devant lequel j'ose parler, distingue le vrai du faux, à ses moindres caracteres.

§. I.

On peut diviser en deux especes différentes, tous les instrumens qu'on peut emploïer sur Mer, pour observer la hauteur des Astres. Les premiers, qui paroissent être d'un usage beaucoup plus commode à terre, ont un fil à plomb, ou bien ils prennent d'eux-mêmes, par leur pesanteur, une situation horisontale. Nous avons de ce nombre le quart de cercle ordinaire des Astronomes, l'astrolabe, l'anneau astronomique, l'Hémisphere nautique de *Michel Cognet*, &c. Les autres instrumens, comme le bâton astronomique de *Gemma*, l'arbalestrille, le quartier Anglois, &c. sont ceux qui ont besoin d'horison & qui ne peuvent servir qu'en Mer; parce que l'Observateur est obligé, pour les ajuster, de prendre pour ligne horisontale, le raïon visuel tiré de son œil à la séparation aparente de la Mer & du Ciel. C'est de ces derniers instrumens dont on se sert depuis assez long-tems dans la Marine, mais peut être s'est on déterminé un peu trop-tôt en leur faveur; car est-il certain qu'on ne pourroit pas à l'aide d'une bonne suspension, garantir les premiers des plus grandes agitations du vaisseau? Ce doute nous engage à examiner principalement les instrumens de la premiere

efpece; ceux qui prennent d'eux-mêmes leur fituation. Nous ferons enfuite nôtre choix : Et afin de ne rien omettre fur le fujet dont il s'agit, nous ajouterons une feconde Partie, dans laquelle nous parlerons des corrections, dont la hauteur a befoin.

PREMIERE PARTIE.

Examen des Inftrumens, qui font les plus propres pour obferver en Mer la hauteur des Aftres.

CHAPITRE PREMIER.

Defcription des Inftrumens qui portent avec eux leur horifon; & premierement de l'Aftrolabe.

§. II.

SI on examinoit d'abord la maniere de fufpendre les Inftrumens de la premiere efpece, & fi on trouvoit qu'on ne le peut pas faire d'une maniere affez parfaite, on pourroit fe difpenfer de parler enfuite de ces fortes d'Inftrumens. Mais comme nous nous propofons toujours d'en dire quelques chofes, nous croïons qu'il eft plus à propos de ne travailler à leur fufpenfion, qu'après que nous aurons choifi celui qui eft le plus exact & le plus commode. Les Figures 1, 2, 3, 4 & 5. repréfentent à peu près tous ces Inftrumens dont on s'eft fervi, ou dont on pourroit fe fervir dans la Marine. Le premier eft l'aftrolabe des Pilotes, bien différent des trois aftrolabes des Aftronomes, qui ne font autre chofe que des Planifpheres, qu'on attribuë à *Ptolomée*, à *Gemma*, & à *Royas*. L'aftro- Fig. 1.

labe des Marins eſt un gros cercle de cuivre de 8 ou 9 pouces de diametre, dont la circonférence eſt partagée en quatre parties égales par les deux diametres KL & HI; & dont chaque partie eſt diviſée en 90 degrez. Il a de plus une allidade ou regle mobile BD apliquée au centre C, & qui porte à ſes deux extremitez, deux pinnules B & D. On ſuſpend cet inſtrument par la boucle A; & dirigeant enſuite l'allidade BD vers l'aſtre, on trouve la hauteur marquée en F ou en E.

§. III.

Il n'eſt pas néceſſaire d'expliquer comment on graduë cet inſtrument; mais il eſt à propos de dire un mot d'un défaut conſidérable que nous avons remarqué dans la conſtruction de tous ceux que nous avons vû. C'eſt qu'au lieu de placer les deux pinnules vers les deux extremitez de l'allidade, en mettant entre elles le plus grand éloignement qu'il eſt poſſible, les Pilotes les faiſoient placer au contraire vers le centre à environ deux pouces de diſtance l'une de l'autre. Le Pere *Fournier* qui autoriſe cet uſage dans ſon *Hydrographie*, veut qu'on s'y conforme, afin que le centre de gravité de l'inſtrument ne ſoit point ſujet à changer de place lorſqu'on fait tourner l'allidade; ou pour me ſervir des propres termes de ce bon Pere, *afin que l'allidade ou regle qui porte les pinnules, ſoit inſenſible en quelque ſituation qu'elle ſoit, au reſpect du poids de l'Inſtrument.* Mais il eſt certain qu'auſſi-tôt que l'allidade eſt bien en équilibre, autour du centre C, on peut la faire tourner, ſans craindre que ſon centre de gravité change de place, ni que celui de tout l'Inſtrument en change auſſi. Il n'y a que le centre d'oſcillation qui ne reſte pas toujours dans le même endroit. Mais comme il eſt démontré que ce centre eſt toujours ſitué dans tous les corps, ſur la ligne droite qui paſſe par leur point de ſuſpenſion & par leur centre de gravité, ce centre ne doit faire ſimplement que monter ou deſcendre un peu, le

long du diametre K L, lorſqu'on fait tourner l'allidade ; & ainſi ce doit être préciſement la même choſe, que s'il reſtoit toujours dans le même endroit.

§. IV.

Pour nous, nous ſoupçonnerions que les Pilotes n'aprochoient ainſi les deux pinnules l'une de l'autre, qu'afin d'avoir enſuite plus de facilité à diriger l'allidade vers l'Aſtre. Mais ils ne remarquoient pas que cette facilité portoit préjudice à l'exactitude. Ils dirigeoient, il eſt vrai, plus aiſément l'allidade : mais ce n'étoit que parce qu'ils ſe contentoient de le faire avec moins de juſteſſe ; ou que parce qu'ils voïoient moins bien enſuite l'erreur qu'ils pouvoient commettre. En effet ſi dans un grand aſtrolabe, les deux pinnules ſont, par exemple, éloignées l'une de l'autre de 16. pouces, on ne pourra pas en dirigeant l'allidade ſe tromper de 3 ou 4 minutes, ſans qu'on s'en aperçoive auſſi-tôt : car le raïon de lumiere qui paſſe à travers d'une des pinnules, au lieu de venir tomber exactement ſur le milieu de l'autre, en tombera à un ſixiéme ou à un ſeptiéme de ligne, & cette petite quantité commence à être ſenſible. Mais ce ne ſeroit plus la même choſe, ſi on raprochoit les deux pinnules, & qu'on les mît à quatre ou cinq fois moins de diſtance l'une de l'autre : il eſt évident qu'il faudroit alors, que l'erreur fût quatre ou cinq fois plus grande, pour qu'elle ſe manifeſtât auſſi ſenſiblement. C'eſt pourquoi il n'y a point de doute, qu'on ne doive toujours mettre entre les pinnules, la plus grande diſtance qu'il eſt poſſible.

De l'Anneau Aſtronomique.

§. V.

La ſeconde figure repréſente l'anneau aſtronomique, Fig. 2.

qui est un gros anneau de cuivre, qu'on suspend par la boucle A, comme l'astrolabe; mais qui a un petit trou en B, par lequel on fait passer la lumiere du Soleil; & cette lumiere venant se projetter en D, dans la partie interieure de l'anneau, marque la hauteur de l'Astre. Le petit trou B doit être éloigné du point de suspension A, d'environ 45 degrez ou de la huitiéme partie de la circonférence, afin que l'Instrument puisse servir à observer les grandes & les petites hauteurs avec la même exactitude. On voit aussi assez que la surface interieure de la demie circonférence GDH, qui est sujette à recevoir les raïons de lumiere, doit être divisée en 90 parties, pour tenir lieu de degrez; & que ces parties doivent être subdivisées en d'autres plus petites, pour marquer les minutes.

§. VI.

Cette graduation de l'anneau astronomique est un peu plus difficile à faire que celle de l'astrolabe. Car le petit trou B étant pris pour centre, on est obligé de décrire le quart de cercle FE, compris entre la ligne horisontale BE & la ligne verticale BF; & après avoir divisé ce quart de cercle en degrez, il faut tendre un fil ou bien tirer des lignes droites du centre B à tous les points de division, & ce sont ces lignes qui déterminent les degrez sur la demie circonférence GDH de l'anneau. Tous les Auteurs qui ont parlé de cet Instrument, prescrivent ordinairement cette construction. Mais il ne paroît pas qu'ils aïent fait attention à toute la nécessité qu'il y a de la suivre; car ils n'en ont point parlé. Cependant on rendroit presque toujours la graduation très-défectueuse, si sans se donner la peine de tracer le quart de cercle EDF, & de tirer toutes les lignes BL, BN &c, on se contentoit de diviser immédiatement la demie circonférence GDH en 90 parties égales. Cette méthode reviendroit à l'autre, si le demi cercle GDH étoit géométriquement parfait; mais elle

s'en éloigneroit presque toujours sensiblement dans la pratique, parce que l'anneau n'est jamais rond dans la derniere rigueur.

§. VII.

Pour voir évidemment ce que nous avançons ici, on n'a qu'à supposer que l'arc G *r* D n'est pas exactement circulaire, & qu'il s'éloigne en *r* de l'arc de cercle GKD de la petite quantité *r*K. Cette quantité peut aller fort aisément à un cinquiéme ou à un quart de ligne sans qu'on s'en aperçoive : car ce n'est pas ici la même chose que lorsqu'il s'agit d'un cercle tracé sur un plan. On peut vérifier sans aucune peine l'exactitude de ce dernier, en appliquant un compas à son centre : mais on ne peut pas vérifier avec la même facilité la rondeur de la surface intérieure de l'anneau ; parce qu'outre que cette surface pourroit être exactement circulaire par ses deux bords, & ne l'être pas par le milieu, il y a encore assez de difficulté à déterminer son centre. Mais suposons donc qu'il s'en faut la quantité *r* K que l'anneau ne soit exactement rond en *r* : il est évident que ce défaut n'empêchera pas qu'on ne détermine, par exemple, exactement le point R du 15me degré de hauteur, si du point L qui marque le 15me degré, sur le quart de cercle EDF, on tire la ligne droite LKB au point B. Mais il y auroit de l'erreur, si pour marquer le 15me degré on prenoit sur la surface interieure de l'anneau, la moitié de l'arc GP qui répond à 30 degrez : car on trouveroit alors le point *r* qui seroit situé sur le sémi-diametre CK & qui différeroit du point R, du petit espace *r*R, presqu'égal à *r*K. Ainsi, si *r*K étoit effectivement d'un cinquiéme ou d'un quart de ligne, *r*R seroit à peu près d'autant, & causeroit parconsequent une erreur assez considérable dans la graduation. C'est ce qui montre qu'on ne doit pas diviser l'anneau astronomique, en se contentant de faire par le moïen du compas tous ses degrez égaux : mais qu'on doit emploïer le quart de cer-

cle E D F, pour trouver principalement les premieres divisions vers G & les dernieres vers H. Au surplus l'anneau astronomique est d'un usage assez commode, aussi-tôt que le peu d'agitation du Vaisseau laisse la liberté de s'en servir. Aussi raporte-t-on que feu M. de Chazelles l'emploïoit avec beaucoup de succès dans ses voïages sur la Méditerranée.

Description de quelques autres Instrumens proposez par différens Auteurs.

§. VIII.

Outre les deux Instrumens précedens dont on a fait un long usage dans la Marine, on en a proposé plusieurs autres, ausquels on attribuoit quelques avantages particuliers. On a de ce nombre l'Hémisphere nautique de *Michel Cognet*, d'Anvers, qui prétendoit non-seulement observer en Mer la hauteur du Soleil, mais qui vouloit aussi que son Instrument servît de Cadran, & qu'il fit trouver en même-tems la latitude de l'endroit où l'on est. Le seul nom d'Hémisphere suffit pour donner une idée de la figure de cet Instrument. On l'orientoit par le moïen d'une Boussole; & la hauteur du Soleil se mesuroit sur un demi cercle mobile qui servoit d'azimuth ou de vertical, & qui représentoit la moitié supérieure d'un astrolabe.

§. IX.

Fig. 3. On voit dans la Figure 3 le demi cercle de M. *Meynier*, actuellement Professeur Royal en Hydrographie au *Havre de Grace*. Ce demi cercle se suspend par la boucle A; & le raïon du Soleil passant par la pinnule C, qui répond au centre, vient se rendre en E dans la partie interieure de l'arc, & fait connoître la hauteur comme dans l'anneau astronomique. Cet instrument peut être aussi d'usage

la

la nuit, pour obſerver la hauteur des Etoiles : mais aparemment qu'on le ſuſpend dans un ſens contraire, & qu'on viſe à l'Etoile par la pinnule du centre & par une autre pinnule ſituée ſur la circonférence. Nous ne connoiſſons ce demi cercle que pour en avoir vû une deſcription très-ſuccinte * : mais nous ne doutons point que ſon ſçavant Auteur ne lui procure une ſituation conſtamment horiſontale, malgré le poid de la pinnule qui eſt ſituée ſur la circonférence, & qu'on eſt obligé de faire monter ou deſcendre ſelon que les hauteurs ſont plus ou moins grandes.

§. X.

La Figure 4 repréſente un quart de cercle, dont on pourroit ſe ſervir de la même maniere que du demi cercle de M. *Meynier ;* mais qui ne ſeroit propre que pour obſerver la hauteur du Soleil. On ſuſpendroit ce quart de cercle par la boucle A, & faiſant paſſer la lumiere du Soleil par le petit trou C, elle viendroit marquer en E la hauteur. Enfin on voit dans la Figure 5 un autre quart de cercle qui ne differe du précédent qu'en ce qu'il ne prend pas de lui-même ſa ſituation & qu'il faut la lui donner, en plaçant horiſontalement ſon côté BC, par le moïen d'un niveau à air HI qui y eſt attaché. On peut apliquer le niveau de la même façon à pluſieurs autres inſtrumens [a] : c'eſt ce qui fut propoſé la premiere fois dans les aſſemblées qui ſe tenoient à Paris, chez le fameux M. *Thevenot*, & ce qu'on communiqua enſuite aux Académies de Londres & de Florence.

Fig. 4.

Fig. 5.

§. XI.

Au ſurplus, comme tous les Inſtrumens qui portent

* Dans l'Hiſtoire de l'Academie Royale des Sciences de l'année 1724. *pag.* 93.

a Voyez la quatriéme partie des voyages de M. Thevenot.

leur horison avec eux, se raportent aisément à ceux dont nous venons de parler, il n'est nullement besoin de nous répandre dans de plus longues descriptions, ni de multiplier davantage nos Figures. Nous ne faisons point mention ici du quart de cercle des Astronomes; parce qu'il paroît assez que cet Instrument, qui est très-exact à terre, le seroit très-peu sur un Vaisseau, à cause de la double agitation à laquelle il seroit sujet; sçavoir à son agitation propre, & à celle de son fil à plomb. Il n'en est pas de même de la plûpart des Instrumens dont on vient de parler; car ils ne sont exposez qu'à leurs seuls & propres balancemens, & ils sont donc par cette raison beaucoup plus commodes pour la Mer. On ne gagneroit rien aussi de substituer à la place du fil à plomb, une regle chargée d'un poid par son extremité d'enbas: car outre qu'elle seroit exposée à la même agitation, elle donneroit encore beaucoup plus de prise au choc du vent. Ainsi dans le dessein où nous sommes de marquer quels sont les Instrumens qu'on doit préferer sur Mer, nous n'avons qu'à examiner simplement ceux que nous avons représentez dans nos cinq premieres Figures.

CHAPITRE II.

Du choix qu'on doit faire entre les Instrumens décrits dans le Chapitre précédent.

§. XII.

IL semble d'abord que quelques-uns de ces Instrumens sont préférables aux autres, parce qu'ils peuvent servir la nuit pour prendre hauteur aux Etoiles. Mais pour peu qu'on y fasse attention, on reconnoît qu'il n'y en a aucun de cette espece, qui soit propre à cette observation, & qui ait à cet égard un avantage bien réel sur les autres.

Qu'on ſe ſerve de l'aſtrolabe ou du demi cercle de la Figure ; en le changeant de diſpoſition, il faudra pour obſerver la hauteur d'une Etoile, la regarder par deux pinnules ; mais comme la premiere de ces pinnules ne ſera percée que d'un très-petit trou, il ſera extrémement difficile de viſer exactement à l'Etoile, pendant que l'Inſtrument d'un côté & l'Obſervateur de l'autre, ſeront toujours expoſez à quelque mouvement. Pour ſe convaincre de ce que nous diſons ici, on n'a qu'à tâcher de prendre à terre la hauteur de quelque Etoile avec l'aſtrolabe, ou avec quelqu'autre Inſtrument ſuſpendu de la même maniere : on verra combien on eſt incommodé par les plus petits balancemens que le vent imprime à l'aſtrolabe. L'Etoile ſera difficile à ſaiſir ; on perdra du tems à diriger la regle mobile ; & l'Inſtrument une fois agité par le vent ou par la main de l'Obſervateur, ne reprendra pas enſuite tout d'un coup ſa ſituation verticale. Voilà déja bien des difficultez : mais on en trouvera encore de bien plus conſidérables, ſur un Vaiſſeau : car l'agitation de l'Inſtrument ſera entretenuë & continuée par le mouvement qu'a toujours le Navire, & le Pilote ſera obligé en même-tems, pour ſe ſoutenir, de s'apuïer alternativement ſur l'une & l'autre jambe, de s'incliner de part & d'autre, & de prendre je ne ſçai combien de différentes poſtures. Il n'eſt pas poſſible d'exprimer toutes ces ſituations : mais il eſt toujours évident qu'elles ne permettront point de regarder par les pinnules, ni d'apliquer l'œil à l'allidade. Il faut en un mot, pour qu'un Pilote puiſſe obſerver en Mer la hauteur des Etoiles, qu'il ôte à ſon Inſtrument la liberté de ſe mouvoir & qu'il l'aſſujetiſſe contre ſon œil, de maniere qu'il ne ſoit ſujet à aucune autre agitation qu'à celle qu'il reçoit lui-même du Vaiſſeau. Mais il faudroit pour cela que l'Inſtrument eût raport à l'arbaleſtrille ou au quartier Anglois : car, comme il ne prendroit plus de lui-même ſa ſituation horiſontale, le Pilote ſeroit obligé, pour la lui donner, de ſe ſervir de l'horiſon ſenſible ou viſuel.

§. XIII.

Il faut remarquer que ceci est conforme à ce que pensent les gens du Métier sur ce sujet. Car le *Pere Fournier*, par exemple, qui avoit une longue expérience de la Mer, & dont l'autorité doit être par consequent d'un très-grand poid dans un pareil fait, insinuë (pag. 370.) de son *Hydrographie*, qu'on ne peut point se servir de l'astrolabe, pour observer la hauteur des Etoiles. Il est vrai qu'on n'avoit point encore réussi de son tems à diminuer l'agitation de l'Instrument, en le suspendant d'une maniere particuliere. Mais on peut assurer que quelque parfaite que soit la suspension qu'on inventera, l'Instrument sera toujours sujet à quelques balancemens, & à quelques secousses irrégulieres, qui ne s'accorderont point avec celles de l'Observateur : & il est clair qu'il n'en faut pas davantage pour empêcher d'apliquer l'œil à une pinnule fort étroite, & de viser à un objet tel qu'une Etoile.

§. XIV.

Cela supose, on ne doit considerer les Instrumens qui portent leur horison avec eux, que dans le simple usage qu'on en peut faire pour observer la hauteur du Soleil, & on n'a donc ici simplement qu'à examiner lesquels sont les plus propres pour cette observation. Il faut choisir d'abord ceux qui ont de plus grands degrez : car on sçait que c'est de cette grandeur que dépend principalement l'exactitude des opérations. Elle en dépend même de deux manieres ; parce que, 1°. Le Fabricateur commet moins d'erreur en construisant l'Instrument ; & parce que, 2°. L'Observateur en commet aussi moins lorsqu'il s'en sert. Il est certain que quelque soin qu'aporte un Ouvrier lorsqu'il place les pinnules, & lorsqu'il fait les divisions des degrez, il peut toujours se tromper de quelques petites

quantitez ; au moins de celles qui se refusent à nos regards. Or ces petites erreurs deviennent moins considérables à mesure que les degrez de l'Instrument sont plus grands. Si, par exemple, ces erreurs sont de la dixiéme partie d'une ligne, elles ne produiront qu'une minute dans un certain Instrument: au lieu qu'elles en produiroient trois ou quatre dans un autre dont les degrez seroient trois ou quatre fois plus petits. Ce sera aussi la même chose pour l'Observateur ; il croira que l'allidade se trouvera précisement sur une certaine division, ou que le raïon de l'Astre viendra s'y rendre exactement : mais il s'en manquera toujours quelque chose ; & cette erreur se trouvera d'un plus grand nombre de minutes si les degrez sont plus petits. Voilà ce qui oblige de choisir les Instrumens dont les degrez ont le plus d'étenduë : mais on a aussi quelqu'autre chose à considerer. Il est certain que tout le reste étant égal, on doit préferer les Instrumens qui se placent d'eux-mêmes ; ceux qui n'ont point d'allidade ou de regle mobile ; ceux qui n'obligent point l'Observateur à partager son attention ; ceux enfin qui sont d'une figure moins embarassante.

§. XV.

Mais il suffit de considerer les Instrumens que nous venons de décrire, pour reconnoître que l'anneau astronomique & le quart de cercle de la Figure 4 sont les seuls qui ont à peu près tous ces avantages. On voit d'abord que les degrez de l'anneau sont beaucoup plus grands que ceux de l'astrolabe & que ceux du demi cercle de la Figure 3 ; & cette grandeur des degrez nous promet donc déja une plus grande exactitude. Mais une autre raison nous engage encore à préferer en particulier l'anneau à l'astrolabe : c'est qu'il suffit de tourner le côté de l'anneau vers le Soleil, pour que la hauteur se trouve marquée comme d'elle-même en D sur la surface interieure : au

lieu qu'après avoir fait la même chose à l'astrolabe, il faut encore toucher bien des fois à sa regle mobile, avant de pouvoir la diriger exactement vers le Soleil; & on a quelquefois beaucoup de peine à réussir. L'Hémisphere nautique de *Michel Cognet* est sujette à plusieurs défauts, qu'on pourroit peut-être venir à bout de corriger: mais ce même inconvénient lui resteroit toujours; & on peut reprocher aussi quelque chose de semblable au quart de cercle de la Figure 5 proposé chez M. *Thevenot.* S'il est difficile en effet d'ajuster la regle mobile de l'astrolabe, il doit l'être encore incomparablement davantage, & on peut même dire qu'il doit être impossible de mettre sur un Navire le niveau HI, dans une situation exactement horisontale, & de l'entretenir pendant quelque tems, précisement dans le même état. D'ailleurs on est obligé de regarder en deux endroits à la fois lorsqu'on se sert de ce dernier instrument: on est obligé de prendre garde à la situation du niveau, & de considerer en même-tems le point où se termine le raïon de lumiere; & ainsi il faudroit toujours deux personnes pour observer la hauteur.

§. XVI.

Mais ne pourroit-on pas imaginer quelqu'autre Instrument qui n'eût point besoin d horison, & qui fût encore plus parfait que l'anneau astronomique ou que le quart de cercle de la Figure 4? On voit assez que cela n'est pas possible: car dans une opération aussi simple que celle de prendre hauteur, on ne doit emploïer que des Instrumens très-simples; & de pareils Instrumens ont dû s'offrir les premiers & comme d'eux-mêmes à l'esprit. Ainsi, s'il est très-facile d'en imaginer encore de nouveaux, il n'y a cependant aucun lieu de croire qu'on puisse en inventer de préférables: ou bien ils ne représenteroient pas si naturellement la partie du Ciel qu'on veut mesurer; ou

bien ils ne feroient pas fi faciles à ajufter; ou bien leurs degrez ne feroient pas fi grands à proportion. C'eft auffi ce que l'expérience juftifie en quelque maniere; puifque dans le genre des Inftrumens dont il s'agit ici, nous ne voïons pas que ceux qu'on a propofez depuis un certain tems, comme, par exemple, le quart de cercle de la Figure 5 l'emporte le moins du monde fur ceux * qui furent mis en ufage il y a trois fiecles, par les premiers Inftituteurs de la nouvelle Navigation.

§. XVII.

Ainfi il ne refteroit plus qu'à choifir entre l'anneau aftronomique & le quart de cercle de la Figure 4. Mais ces deux Inftrumens font affez égaux: car s'il eft un peu plus facile de bien graduer le dernier, il paroît auffi qu'il eft un peu plus aifé de bien fufpendre l'autre. Cette derniere confidération fait que nous nous déterminons en faveur de l'anneau. Il s'agit à préfent d'examiner s'il eft poffible de lui donner effectivement une fufpenfion affez parfaite; car cela eft encore néceffaire pour qu'on puiffe s'en fervir en Mer avec fuccès, & qu'on ne foit pas obligé de revenir aux Inftrumens qui font actuellement en ufage. C'eft ce que nous allons voir dans le Chapitre fuivant.

* Les Portugais imaginerent l'Aftrolabe, & commencerent à s'en fervir fous le Regne de Jean II.



CHAPITRE III.

De la ſuſpenſion de l'Anneau Aſtronomique, & des autres Inſtrumens dont on peut ſe ſervir pour obſerver la hauteur des Aſtres.

§. XVIII.

IL n'eſt difficile de ſuſpendre les Inſtrumens de la premiere eſpece, qu'à cauſe des ſecouſſes auſquelles le Vaiſſeau eſt ſujet. Il en reçoit dans le ſens horiſontal & dans le vertical : & comme ces ſecouſſes ſont produites par l'agitation de la Mer, & par le choc continuel des vagues, il n'eſt pas poſſible de les arrêter entierement ; tout ce qu'on peut faire c'eſt de les rendre moins violentes. On doit eſperer qu'on y réüſſira mieux maintenant qu'on a des régles plus ſûres pour mâter les Vaiſſeaux. Les trois piéces ſur ce ſujet qui viennent de paroître par les ſoins de l'Académie, ne peuvent pas manquer de renfermer beaucoup d'inventions très-utiles. Mais quelque choſe qu'on faſſe, nous oſons cependant aſſurer qu'on ne pourra jamais détruire toute l'agitation du Vaiſſeau. Il ne dépend pas de l'adreſſe des hommes, d'empêcher qu'une vague qui vient choquer le Navire par la prouë, ne l'arrête toujours un peu en lui cauſant une ſecouſſe vers l'arriere ; ni qu'une vague qui le choque par la poupe, ne lui imprime auſſi quelques nouveaux degrez de viteſſe en le pouſſant vers l'avant. Outre cela le Vaiſſeau ſera toujours ſujet à des ſecouſſes dans le ſens vertical ; puiſqu'en même-tems que les vagues le pouſſent horiſontalement, elles le pouſſent auſſi toujours en haut, à cauſe de l'inclination de ſa proüe & de ſes flancs : ainſi il doit s'élever avec force, & retomber enſuite par ſa peſanteur lorſque le choq de la vague eſt accompli. Ce ſont ces dernieres ſecouſſes que

que l'Auteur de la premiere des Piéces qu'on vient de citer a bien vû qu'il ne pouvoit pas empêcher ; mais qu'il a tâché de rendre moins irrégulieres & moins dangereuſes, en faiſant en ſorte que le Navire conſervât toujours ſa ſituation horiſontale lorſqu'il ſort de l'eau, & lorſqu'il s'y enfonce.

Remarques ſur les différentes ſuſpenſions qu'on a propoſées juſques ici.

§. XIX.

Il n'eſt pas néceſſaire d'un plus long examen des mouvemens du Vaiſſeau, pour ſe mettre en état de mieux juger de la bonté de toutes les ſuſpenſions qu'on a propoſées juſques ici. On a voulu ſe ſervir de *genoux*, de *reſſorts* à boudin, de *manches* de cuir, capables d'extenſion & de compreſſion, &c. Mais il ſemble qu'on n'a toujours eu en vuë que de remédier aux ſecouſſes qui ſe font dans le ſens vertical ; quoique ce ne ſoient pas celles-là qui alterent le plus la ſituation des Inſtrumens. Il eſt vrai que ſi elles les ſurprennent lorſqu'ils ſont déja inclinez, elles peuvent faire augmenter leur inclinaiſon : mais généralement parlant, ce ſont les ſecouſſes qui ſe font dans le ſens horiſontal qui produiſent le mal, & qui cauſent les balancemens, qu'il ſeroit important d'empêcher. Repréſentons-nous un Pendule, un poid ſuſpendu à l'extremité d'un fil : ce pendule demeurera exactement vertical tant que le Navire ſinglera avec un mouvement parfaitement uniforme : mais il commencera à faire des vibrations, auſſi-tôt que la viteſſe du ſillage ſouffrira quelque changement ; parce que le mouvement du poid ne s'accordera plus avec celui du point de ſuſpenſion. Si une vague, par exemple, en choquant la proüe, fait diminuer tout à coup la viteſſe du Navire d'une certaine quantité ; le poid ira enſuite plus vite que le point de ſuſpenſion de

cette même quantité : & ainſi il avancera vers l'avant, en décrivant un arc de cercle par raport au Navire, juſqu'à ce qu'il ait perdu en montant toute ſa viteſſe relative. Mais lorſqu'il l'aura perduë, il retournera en arriere par ſa peſanteur ; il fera donc pluſieurs vibrations de part & d'autre, & comme l'agitation de la Mer eſt continuelle, ces vibrations ne ceſſeront preſque jamais. Or la même choſe doit arriver auſſi aux Inſtrumens propres à prendre hauteur : car ce ne ſont toujours que des eſpeces de pendules, malgré tous les reſſorts & tous les genoux auſquels ils ſont attachez. Supoſé qu'on ſuſpende, par exemple, l'Inſtrument à des reſſorts AX & AZ (*Fig.* 2.) ces reſſorts obéïront un peu lorſque l'Inſtrument tendra à avancer d'un certain côté : mais le bas de l'Inſtrument avancera cependant toujours avec beaucoup plus de facilité que le haut.

§. XX.

Il peut venir en penſée de ſuſpendre l'Inſtrument d'une maniere toute différente ; de le poſer ſur un morceau de bois ou ſur quelqu'autre corps léger, & de le faire floter ſur une liqueur. Mais lorſqu'après le choc d'une nouvelle vague, l'Inſtrument avancera avec une viteſſe différente de celle du Vaiſſeau, il trouvera toujours de la difficulté à fendre la liqueur qui le ſuporte ; & ainſi ſa partie ſupérieure avancera plus promptement que l'inférieure, & il ſera par conſéquent encore ſujet à s'incliner, & à faire des balancemens. Lorſqu'on ſuſpend l'Inſtrument avec des reſſorts, ces reſſorts après qu'ils ſe ſont comprimez tendent avec force à reprendre leur premier état, & ils font des vibrations qui doivent contribuer à rendre irrégulieres celles de l'Inſtrument. Ce n'eſt pas ici la même choſe : car après que la liqueur a cedé au mouvement de l'Inſtrument, elle ne le repouſſe point en arriere avec la même force qu'un reſſort, qui en ſe reſtituant eſt ſujet à un retour. C'eſt pourquoi cette derniere ſuſpenſion eſt

préférable à la premiere : mais cependant elle doit être encore toujours très-défectueuse ; puisque pendant que le haut de l'Instrument peut avancer avec sa premiere vitesse, le bas n'a pas la même liberté à cause de la résistance de la liqueur.

§. XXI.

En un mot, tant que l'Instrument sera suspendu par un point différent de son centre de gravité, il sera sujet à s'incliner & à faire des balancemens ; parce qu'une de ses extrémitez recevra par l'entremise des ressorts ou de la liqueur les secousses du Navire, au lieu que l'autre ne les recevra pas avec la même facilité, & qu'elle avancera toujours pendant quelque tems avec sa premiere vitesse. Ainsi pour rendre la suspension entierement parfaite, il faudroit pouvoir soutenir l'Instrument par son centre de gravité même : alors une partie ne pourroit point avancer sans l'autre, & comme le Vaisseau communiqueroit ensuite ses agitations à toutes les parties de l'Instrument à la fois, il ne tendroit point à lui faire perdre sa situation verticale. Mais ne tomberoit-on pas aussi dans un autre inconvenient ? Car on sçait qu'un corps suspendu par son centre de gravité n'affecte de lui-même aucune situation particuliere, & qu'il demeure aussi-bien dans un état que dans un autre ; de sorte qu'il ne peut se trouver ensuite de niveau, que par hazard. Il faudroit donc pouvoir réünir ces deux conditions, qui paroissent néanmoins incompatibles : que l'instrument, 1°. Fût suspendu par son centre de gravité, & que, 2°. Il affectât toujours de prendre une certaine situation. Il faudroit qu'il fût suspendu par son centre de gravité ; afin que les secousses du Navire ne lui causassent point de balancemens : & il faudroit qu'il affectât toujours un certain état ; afin qu'il pût toujours se trouver de niveau, & nous tenir continuellement lieu d'Horison.

Maniere de soutenir l'Instrument par son centre de gravité, & de faire cependant ensorte qu'il affecte toujours de prendre une certaine situation.

§. XXII.

Si ces deux conditions ne sont pas incompatibles, il n'y a selon toutes les aparences qu'un seul moïen de les concilier. C'est de faire floter l'Instrument sur une liqueur, comme dans le §. 20: Mais en faisant ensorte que le centre de gravité du tout, de l'Instrument & du corps qui le suporte, se trouve dans le milieu de la partie
Fig. 6. sumergée. C'est-à-dire, que si SQRT (*Fig. 6.*) est la surface d'une certaine quantité d'eau ou d'huile, contenuë dans un grand vase, & que l'anneau astronomique ABC soit soutenu par le corps cilindrique & plat DEGF, qui flote dans le vase, il faut que ce corps DEGF soit tellement chargé, que le centre de gravité V du tout, se trouve enfoncé dans la liqueur & situé précisement au milieu de la partie sumergée QRGF. Il est certain que l'Instrument affectera ensuite une situation constante: car le corps DEGF tendra toujours à se mettre de niveau, & il s'y metroit quand même le centre de gravité V seroit beaucoup plus élevé. D'un autre côté l'Instrument & le corps DEGF seront comme suspendus par leur centre de gravité V: car l'Hydrostatique nous aprend que la force de la liqueur qui les soutiendra, en poussant de bas en haut, agira comme si elle étoit réunie, dans le centre de gravité de l'espace QRGF qu'occupe la partie sumergée. Si l'Instrument tend aussi à avancer de côté ou d'autre, la direction de la résistance de la liqueur passera par le centre de gravité V; & ainsi cette résistance s'oposera au mouvement de toutes les parties de l'Instrument en même-tems, & elle ne le fera par consequent point incliner. Voilà ce qui montre que nôtre suspension satisferoit éga-

lement aux deux conditions qu'il s'agiſſoit de remplir. Fig. 6.

§. XXIII.

Pour rendre ceci encore plus ſenſible, ſupoſons pour un moment, que le corps DEFG s'incline de la plus petite quantité. La force avec laquelle la liqueur le pouſſera en haut, ne ſe réunira plus dans le centre de gravité V, mais dans le centre de gravité de la partie qui ſera alors ſumergée; & cette force agiſſant de bas en haut ſur une direction qui ne paſſera plus par le centre de gravité V, & qui ſera ſituée par raport à ce centre du côté de l'inclinaiſon, travaillera à rétablir la ſituation horiſontale. Il eſt vrai que lorſque le corps DEFG eſt de niveau, la force relative qui l'entretient dans cette ſituation eſt nulle ou infiniment petite: mais il ſuffit que cette force ſoit toujours prête à agir en cas d'inclinaſion, & qu'elle augmente lorſque l'inclinaiſon eſt plus grande. C'eſt en effet préciſement de la même maniere que les Pendules conſervent leur ſituation verticale: car la force relative qui les retient dans le même état, lorſqu'ils ſont ſituez verticalement eſt nulle ou infiniment petite; mais comme cette force augmente à meſure que le poid s'éloigne de la ligne verticale, elle l'oblige toujours d'y revenir. Toute la différence qu'il y a, c'eſt que le pendule ne peut pas conſerver ſa ſituation verticale dans un Navire; parce que comme on l'a déja aſſez dit, ſon poid n'eſt pas diſpoſé à ſuivre ſur le champ tous les mouvemens du point de ſuſpenſion. Au lieu que les ſecouſſes du Vaiſſeau ne doivent pas alterer de la même maniere la ſituation de notre Inſtrument; parce qu'elles doivent ſe communiquer d'abord à ſon centre de gravité, par l'entremiſe de la liqueur, & quelles doivent tendre à faire avancer toutes ſes parties en même-tems.

§. XXIV.

Fig. 6. Pour faire maintenant enforte que le centre de gravité V de l'Inftrument ABC & du corps DEGF, fe trouve effectivement au milieu de la partie fumergée QRGF; on fupofera que ce corps DEGF eft creux comme une boëte ou que c'en eft même une; & que lorfqu'elle eft tout-à-fait vuide & qu'elle n'eft chargée que du poid de l'Inftrument ABC, elle n'enfonce dans la liqueur que jufqu'à la ligne KL. Nous nommerons *e* la quantité verticale FK ou GL de cet enfoncement; & nous défignerons par la lettre *a* la hauteur HI du centre de gravité commun H de cette boëte DEGF & de l'Inftrument. Si nous voulons enfuite nous fervir d'une plaque de plomb ou de quelqu'autre métail NOGF, pour charger la boëte & pour faire defcendre le centre de gravité de H en V; nous nommerons *z* l'épaiffeur NF ou OG de cette plaque, & nous exprimerons par les letres *p* & *q* le raport qu'il y a entre les pefanteurs fpécifiques du plomb & de la liqueur dont nous nous fervirons pour foutenir notre Inftrument. Cela fupofé lorfqu'on mettra la plaque de métail dans le fond de la boëte DEGF, l'enfoncement augmentera de la quantité KQ ou LR qui fera égale à $\frac{pz}{q}$. La boëte lorfqu'elle eft vuide n'enfonce que jufqu'à la ligne KL; mais auffi-tôt que fon poid deviendra plus grand, elle enfoncera davantage & elle ne s'arrêtera que lorfqu'elle occupera la place d'un nouveau volume de liqueur qui foit précifement du même poid que la charge qu'on lui aura ajoutée. Or *z* étant l'épaiffeur FN ou GO de la plaque de métail, & *p* & *q* défignant le raport des pefanteurs fpécifiques de ce métail & de la liqueur, il eft évident que $\frac{pz}{q}$ doit marquer ici l'épaiffeur du volume de

liqueur qui eſt de même poid que la plaque NOGF. Fig. 6.
Ainſi $\frac{pz}{q}$ déſigne l'enfoncement KQ ou LR, produit par la peſanteur de cette plaque : & comme la boëte DEGF enfonçoit déja de la quantité FK ou GL $= e$, nous aurons $e + \frac{pz}{q}$ pour l'enfoncement total.

§. XXV.

Mais en même-tems que la plaque de métail NOGF fait que la boëte enfonce d'une plus grande quantité, elle fait auſſi que le centre de gravité H du tout change de place & qu'il ſe trouve plus bas. Pour découvrir le point V où il ſe trouve enſuite, on n'a qu'à faire attention que le centre de gravité commun de l'Inſtrument & de la boëte étant en H, & que celui de la plaque étant en S au milieu de ſon épaiſſeur IP; le centre de gravité V du tout, doit partager la diſtance HS, en raiſon réciproque de la peſanteur de la plaque, & de la peſanteur de l'Inſtrument & de la boëte : c'eſt-à-dire, que VS doit être à VH, comme le poid de l'Inſtrument & de la boëte joints enſemble, eſt au poid de la plaque NOGF : & il ſuit de-là *componendo* que HS eſt à VH, comme la peſanteur du tout, de l'Inſtrument, de la boëte & de la plaque, eſt à la peſanteur particuliere de la plaque. Mais la boëte étant cilindrique, les enfoncemens ſont proportionels aux peſanteurs qui les produiſent, & ainſi nous pouvons mettre à la place de la peſanteur totale, l'enfoncement total FQ ou GR $= e + \frac{pz}{q}$, & à la place de la peſanteur particuliere de la plaque, l'enfoncement KQ ou LR $= \frac{pz}{q}$ que cauſe ſa peſanteur. On aura donc cette analogie ; HS $=$ HI $-$ SI $= a - \frac{1}{2}z$ | VH || $e +$

Fig. 6. $\frac{pz}{q} \mid \frac{pz}{q}$: & si après avoir déduit de cette analogie, la valeur $\frac{\frac{apz}{q} - \frac{pz^2}{2q}}{e + \frac{pz}{q}}$ de VH, on l'ôte de IH $= a$, il viendra $\frac{ae + \frac{pz^2}{2q}}{e + \frac{pz}{q}}$, pour la quantité requise IV, dont le centre de gravité V est élevé au-dessus du fond de la boëte. Mais puisque cette quantité doit être égale à la moitié de FQ ou de GR ($= e + \frac{pz}{q}$), pour que le centre de gravité V réponde au milieu de la partie sumergée FQRG, nous aurons l'équation du second degré $\frac{ae + \frac{pz^2}{2q}}{e + \frac{pz}{q}} = \frac{1}{2} e + \frac{pz}{2q}$ qui nous fournit la *formule* $z = \frac{-epq + q\sqrt{2ae \times \overline{p^2 - pq} + e^2pq}}{p^2 - pq}$; & cette formule exprime en grandeurs entierement connuës l'épaisseur z, qu'on doit donner à la piéce de métail NOGF.

§. XXVI.

On voit assez sans qu'il soit nécessaire que nous le disions, qu'on ne se servira dela formule précédente, qu'après qu'on aura déja construit l'instrument ABC & la boëte DEGF. On jugera par le poid qu'ils auront ensemble & par la pesanteur spécifique de la liqueur, de la quantité FK ou GL $= e$ dont la boëte doit d'abord enfoncer : ou bien pour trouver cette quantité d'une maniére plus simple, on la cherchera par l'experience, en faisant floter l'instrument sur la liqueur. Il sera aussi plus commode & plus

plus exact de déterminer le centre de gravité H par l'expérience, que de le chercher par le calcul, sur les dimensions de l'instrument & de la boëte. Enfin on connoîtra aussi toûjours le rapport de p & de q, des pesanteurs spécifiques du métail dont on formera la plaque NOGF, & de la liqueur dont on se servira pour faire floter l'instrument. Ainsi rien n'empêchera d'employer la formule $z = \frac{-epq + q.\sqrt{2ae \times p^2 - pq + e^2pq}}{p^2 - pq}$ pour découvrir l'épaisseur que doit avoir la plaque.

§. XXVII.

Au surplus il faudra faire l'Instrument plus ou moins grand, selon qu'on voudra observer les hauteurs avec plus ou moins d'exactitude: mais il suffiroit peut-être de lui donner toujours 17 ou 18 pouces de diametre, & d'en donner 24 à la boëte cilindrique DG, avec 8 de hauteur. Supposé qu'on fît cette boëte d'étain & qu'on lui donnât effectivement les dimensions que nous disons, avec une ligne d'épaisseur à son pourtour & à ses deux fonds, elle peseroit environ 37 livres, ausquelles on pourroit ajouter encore 7 livres pour le poid de l'Instrument. Ce seroit en tout 44 livres: cette pesanteur feroit enfoncer la boëte dans l'eau de Mer d'environ $2\frac{1}{3}$ pouces, & le centre de gravité commun H de la boëte & de l'Instrument, seroit élevé au-dessus du fond FG de $6\frac{1}{4}$ pouces. Ainsi il faudroit introduire $6\frac{1}{4}$ & $2\frac{1}{3}$, à la place de a & de e, dans nôtre formule; & si on se déterminoit à faire aussi la plaque NG d'étain, il n'y auroit qu'à mettre 43 & 6 à la place de p & de q; parce que les pesanteurs spécifiques de l'étain & de l'eau de Mer, sont à très-peu de chose près comme 43 est à 6. C'est de cette sorte que j'ai trouvé que la plaque NOGF doit avoir un peu plus de $5\frac{1}{3}$ lignes d'épaisseur: & il est facile de voir ensuite qu'elle doit avoir Fig. 6.

presque 202 pouces cubiques de solidité, & qu'elle doit peser environ 60 livres 5 onces, à proportion du pied cubique qui pese 516 livres 2 onces. Il sera facile sur ces mesures de donner à la plaque sa juste grandeur : mais comme il peut cependant se glisser toujours quelques erreurs, & que d'ailleurs nous avons aussi négligé quelque chose, afin de rendre notre solution plus simple, il sera à propos de faire la plaque un peu plus pesante, afin que le centre de gravité se trouve un peu trop bas; & l'on apliquera au haut de l'Instrument un petit poid Z, comme
Fig. 7. on le voit dans la Figure 7, qu'on fera monter ou descendre le long de la vis PQ, jusqu'à ce qu'on reconnoisse par la stabilité de l'Instrument, que le centre de gravité est dans sa véritable place. On a représenté dans la Figure 7 la machine entiere : RO est le vase qui contient la liqueur & qui est soutenu comme les boussoles de Mer; & DE est la boëte cilindrique qui flote sur la liqueur, & qui porte l'anneau astronomique ABC. On voit bien que nous n'avons pas pu marquer dans cette Figure la plaque d'étain qui doit être dans le fond de la boëte; n'y représenter des ressorts qu'on doit mettre au tour du vase RO par dedans, pour obliger la boëte DE à demeurer toujours à peu près dans le milieu : mais deux de ces ressorts paroissent en Z
Fig. 6. & en Y dans la Figure 6; & il est clair qu'ils doivent répondre au milieu de la partie sumergée de la boëte; afin que la direction de leur effort, lorsqu'ils agissent, passe toujours précisément par le centre de gravité V.

Remarques sur la suspension précedente.

§. XXVIII.

Enfin on néglige de raporter ici différentes autres précautions, parce qu'elles sont assez faciles à imaginer, & qu'on craint aussi de se trop étendre. Il est, par exemple, évident qu'au lieu de soutenir le vase RO [Fig. 7.) com-

me les bouſſoles de Mer ou comme les lampes de *Cardan*, on pourroit le faire floter dans un autre vaſe, en faiſant enſorte que ſon centre de gravité & de toute ſa charge ſe trouvât au milieu de la partie ſumergée. Il eſt clair qu'il faut auſſi choiſir l'endroit du Vaiſſeau où il y a le moins de mouvement : cet endroit ſe trouve vers le centre de gravité du Navire ; ou plûtôt vers le centre de gravité de la coupe horiſontale de la carene faite à fleur d'eau, comme on pourroit le démontrer aſſez aiſément. Avec toutes ces attentions on rendroit la machine aſſez parfaite : mais on eſt cependant obligé d'avoüer qu'elle ſera encore toujours ſujette à faire quelques balancemens. Elle conſerveroit ſa ſituation verticale ſi la ſurface de la liqueur reſtoit continuellement de niveau : mais comme cette ſurface ſe trouvera ſouvent inclinée, à cauſe de l'agitation du Navire ; l'Inſtrument ſera auſſi toujours un peu expoſé à perdre ſa ſituation horiſontale.

§. XXIX.

En effet lorſque pluſieurs vagues viennent choquer le Navire, elles doivent faire changer ſenſiblement la viteſſe de ſon ſillage, elles doivent la faire accélerer ou la faire diminuer ; & le changement doit ſe faire par des degrez ſenſiblement égaux, tant que les vagues n'impriment qu'une petite partie de leur viteſſe au Navire ; parce qu'elles doivent toujours le fraper alors à peu près avec la même force. Or ſi la viteſſe du Vaiſſeau ne diminuë, par exemple, que d'un pied dans une ſeconde, la diminution ſe fera par des degrez environ vingt-ſix fois plus petits que ceux qu'imprime la peſanteur aux corps qui tombent ; car la peſanteur communique, comme on le ſçait, environ 26 pieds de viteſſe par ſeconde Mais pendant que le Vaiſſeau perdra ainſi continuellement de petits degrez de ſa viteſſe, les particules de la liqueur contenuës dans le vaſe RTSX (Fig. 8.) tendront à avancer Fig. 8.

avec ces mêmes degrez, puiſqu'elles ne peuvent pas faire ſur le champ la même perte que le Vaiſſeau. Ainſi en même-tems que chaque molecule C tendra à deſcendre verticalement par ſa peſanteur CD, elle tendra à avancer horiſontalement avec la force CE, qui dans la ſupoſition que nous avons faite, ſera la vingt-ſixiéme partie de CD: c'eſt-à-dire donc que chaque molecule tendra à deſcendre le long de la direction compoſée CF, par le concours de ſa peſanteur & de ſa force horiſontale: & comme la même choſe doit arriver à toutes les autres molecules, il eſt ſenſible qu'on peut les conſiderer comme ſi leur peſanteur avoit changé de direction, & comme ſi elle s'exerçoit ſur CF au lieu de le faire ſur CD. C'eſt pourquoi la ſurface AB de la liqueur ne doit plus ſe trouver de niveau ni être perpendiculaire à CD; mais elle doit l'être à CF: & ainſi elle ſera ici inclinée d'environ $2^{deg.}$ 12^{min}; puiſque CE étant la vingt-ſixiéme partie de CD, la diagonale CF du rectangle ECDF, doit faire avec CD un angle de $2^{d.}$ $12^{min.}$ Cette inclinaiſon eſt déja aſſez conſidérable: mais lorſque les vagues ſeront plus fortes & qu'elles cauſeront un plus grand changement dans la viteſſe du Navire, la ſurface AB ſe trouvera encore plus inclinée: & il eſt clair qu'on ne doit point attendre pendant une ſemblable diſpoſition de la liqueur, que les corps qui floteront deſſus, puiſſent conſerver exactement leur ſituation verticale. Il eſt vrai que les choſes ne demeureront gueres long-tems dans cet état; mais l'Inſtrument, avant de reprendre ſa ſituation naturelle, fera pluſieurs vibrations de part & d'autre, & peut-être qu'il ne ſe ſera point encore mis en repos, lorſqu'une nouvelle ſuite de vagues viendra reproduire une nouvelle inclinaiſon.

§. XXX.

Si encore les vibrations de l'Inſtrument étoient regulieres; elles n'empêcheroient pas tout à fait d'obſerver

exactement la hauteur. Il n'y auroit qu'à remarquer le point le plus haut & le point le plus bas, où se termineroit le raïon de lumiere; & deux vibrations immédiates étant sensiblement égales, il n'y auroit qu'à prendre le milieu entre les deux points. Il arriveroit même que les vibrations allant en diminuant, les points où le rayon du Soleil viendroit se rendre, s'aprocheroient de plus en plus les uns des autres; de sorte que ces points marqueroient continuellement la hauteur avec plus d'exactitude, à peu près de la même maniere que les termes d'une série convergente, dónnent toujours avec plus de précision la quantité exprimée par la série. Mais il suffit d'avoir vû la Mer, pour avoüer qu'on ne peut pas compter sur cette régularité des vibrations. Car les ondes ne gardant aucun ordre ni aucune mesure dans leur choc, & imprimant des secousses au Navire vers différens côtez, elles seront cause que les balancemens de notre anneau seront non-seulement irréguliers, mais qu'ils ne se seront point aussi dans le même plan. Ainsi, quoique notre Instrument soit peut-être suspendu de la maniere la plus parfaite qu'il est possible, nous devons craindre qu'il ne puisse pas être d'usage dans toutes sortes de rencontres. C'est à l'expérience à nous en aprendre le succès: mais on a cru qu'on devoit toujours en attendant examiner les Instrumens de la seconde espece; ceux qui ne se placent pas d'eux-mêmes, mais que le Pilote ajuste par le moïen de l'horison sensible ou visuel.



CHAPITRE IV.

Examen des Inſtrumens qu'on ajuſte par le moïen de l'horiſon viſuel.

§. XXXI.

ON peut regarder comme une incommodité dans ces ſortes d'Inſtrumens, que pour les ajuſter, on ſoit obligé de viſer à l'horiſon ſenſible ou aparent : mais nous ne doutons point qu'il ne ſoit cependant toujours plus facile de leur donner de cette maniere, la ſituation qu'ils doivent avoir, que de la leur procurer par le moïen de quelque ſuſpenſion particuliere. Supoſons que le Pilote prenne hauteur avec l'Inſtrument repréſenté
Fig. 9. dans la Figure 9, qu'on apelle ordinairement *Quartier Anglois*; le Pilote mettra la pinnule E ſur un certain nombre de degrez de l'arc BA; & tournant le dos vers le Soleil, il apliquera l'œil à la pinnule F qui eſt ſituée ſur l'autre arc HD, & il la fera monter ou deſcendre juſqu'à ce qu'il voïe l'horiſon par la pinnule C & que l'ombre de la pinnule E tombe en même-tems ſur la pinnule C : & la hauteur du Soleil ſera meſurée par les deux arcs BE & HF joints enſemble, puiſque ces deux arcs meſurent la grandeur de l'angle SCF, formé par le raïon SC de l'Aſtre & par la ligne horiſontale FC. Sans doute que pendant cette obſervation, le Vaiſſeau ſera expoſé au choc de pluſieurs vagues; mais l'Inſtrument ne recevra toujours point d'autres ſecouſſes que celles que lui communiquera le Pilote, puiſqu'il n'a point ici la liberté de ſe mouvoir à part & que le Pilote le tient fermement. Je ſçai bien auſſi que le Pilote ſera obligé, pour ſe tenir debout, de s'incliner de côté & d'autre, & de ſe mettre ſucceſſivement en différentes ſituations : mais on

doit remarquer que tous ces mouvemens lui ſerviront en même-tems pour ne point perdre l'horiſon de vuë, & que lorſqu'il lui arrivera de s'en écarter, il lui ſera toujours facile d'y revenir & de s'y fixer: au lieu qu'une machine qui revient à ſa ſituation naturelle, ne s'y arrête jamais d'abord; parce que l'action de la peſanteur ou des reſſorts qui l'y fait revenir, lui communique toujours un mouvement qui la tranſporte au-delà. C'eſt ce qui montre que l'homme même, ſi on peut s'exprimer de la ſorte, eſt la machine de ſuſpenſion la plus parfaite de toutes. Auſſi voïons-nous que ſi on ne peut pas conſtruire un Inſtrument qui reſte toujours, malgré l'agitation du Navire, dirigé exactement vers un certain point, les Marins ne laiſſent pas de bien ajuſter leurs fuſils ſur les oiſeaux qui ſont en l'air, & de les tirer en volant.

§. XXXII.

Ainſi il ſuffit que l'Inſtrument ſoit conſtruit avec ſoin, & qu'il ſoit capable de recevoir un certain degré de perfection dans ſa graduation, pour qu'on puiſſe obſerver la hauteur avec exactitude. On n'entreprend point ici l'examen de tous les Inſtrumens: cette diſcuſſion ſeroit longue & ennuïeuſe; & d'ailleurs il eſt certain que le quartier Anglois eſt le meilleur. Nos Pilotes ſe ſervent cependant beaucoup de l'arbaleſtrille; mais outre que les degrez de cet Inſtrument ſont inégaux, ce qui augmente beaucoup la difficulté de le conſtruire exactement, il eſt encore ſujet à pluſieurs inconvéniens. Les marteaux ne ſont quelquefois pas bien perpendiculaires à la fleche; les marteaux s'uſent par les extremitez; la fleche ſe courbe; & enfin la forme de cet Inſtrument ne permet pas de le tenir avec aſſez de force, lorſque le vent eſt violent. Mais ce qui fait principalement qu'on préfere ici le quartier Anglois; c'eſt qu'on croit qu'il eſt plus facile de le perfectioner, en lui faiſant quelque changement.

Des changemens qu'il faut faire au quartier Anglois, pour lui donner toute la perfection possible.

§. XXXIII.

Les Pilotes n'ont fait ſans doute l'arc BA d'un plus petit raïon que l'arc HD, qu'afin de rendre l'Inſtrument plus portatif : mais ils l'ont auſſi rendu en même-tems beaucoup plus défectueux. Car c'eſt en vain qu'ils répondent qu'ils ont toujours le ſoin de mettre la pinnule E ſur un nombre juſte de degrez, afin que s'il y a des minutes dans la hauteur du Soleil, elles ſe trouvent marquées ſur l'autre arc HD, où elles ſont plus faciles à diſtinguer à cauſe de la plus grande étenduë des degrez Rien n'eſt plus foible que cette raiſon ; car une partie de la hauteur eſt toujours meſurée avec peu d'exactitude, puiſque les degrez de l'arc BA ſont trés-petits. Il n'eſt pas néceſſaire de répéter ici, ce qu'on a dit dans le §. 14. Il y aura toujours quelque erreur dans la graduation de l'arc BA ; le Pilote ſe trompera toujours de quelque petite quantité en voulant mettre la pinnule E ſur un certain nombre de degrez, & il ſe trompera encore en croïant faire tomber exactement l'ombre de cette pinnule ſur la pinnule C du centre. Or ces trois erreurs, quoiqu'elles ſoient peut-être toujours d'une quantité conſtante, comme de la cinquiéme ou de la quatriéme partie d'une ligne, ſeront cependant d'un plus grand nombre de minutes, à meſure que l'arc BA ſera d'un plus petit raïon. Ainſi il eſt très certain qu'on doit augmenter ce raïon ; & que pour rendre l'Inſtrument parfait, il faut ne le faire que d'un ſeul arc de cercle comme dans la Figure 10. Nous convenons qu'il ne ſera plus tout-à-fait ſi commode à tranſporter : mais on doit aiſément ſacrifier ce leger avantage, lorſqu'il s'agit d'ôter un défaut conſidérable dans un Inſtrument.

Fig. 10.

§. XXXIV.

§. XXXIV.

Quant à la grandeur qu'on doit donner enſuite à ce quart de cercle, il eſt certain qu'à meſure qu'on l'augmentera on ſe trouvera plus en état de placer exactement la pinnule E, & de diſtinguer les ſcrupules du degré. Mais cette grandeur ne contribuera pas à rendre toutes les Parties de l'obſervation plus exactes: car comme l'œil ſera enſuite plus éloigné de la pinnule C, il ſe peut faire que l'ombre de la pinnule E ne tombe pas ſi exactement ſur la pinnule C; & que cependant l'obſervateur ne s'en aperçoive point. Quelquefois on tire avantage de toutes les manieres de la grandeur d'un Inſtrument: on le conſtruit avec plus d'exactitude; & les obſervations ſe font auſſi avec plus de préciſion. C'eſt ce qui a lieu, par exemple, dans la Méridienne que traça autrefois dans l'Egliſe de ſaint Petrone de Boulogne le célébre feu M. Caſſini. La grandeur des degrez donne de la facilité à en diſtinguer les plus petites parties: Mais ſi l'Obſervateur étoit logé au haut de la voute proche du trou par lequel entre la lumiere du Soleil, & qu'il n'eût pas la liberté de deſcendre pour venir conſiderer de près l'endroit où ſe termine cette lumiere, il eſt certain qu'il ne tireroit pas le même fruit de la grande étenduë de l'Inſtrument. Or c'eſt la même choſe pour notre quart de cercle: car en même-tems que le Pilote viſe à l'horiſon aparent par les pinnules F & C, il faut qu'il conſidere ſi l'ombre de la pinnule E tombe exactement ſur C, & il eſt ſenſible qu'il le fait avec moins d'exactitude à meſure que l'Inſtrument eſt plus grand. On nous dira peut-être que la diſtance FC eſt toujours trop petite pour qu'on puiſſe commettre une erreur conſidérable: mais nous ne ſçavons que trop que nous ne voïons pas également bien à toutes les diſtances, lorſqu'il s'agit principalement de diſtinguer de très petits objets, comme l'épaiſſeur d'un cinquiéme ou d'un quart de ligne.

Après cela il eſt permis de faire un peu plus d'attention à l'incommodité que cauſeroit un trop grand quart de cercle ; & on peut donc ſe contenter de lui donner 22 ou 23 pouces de raïon, comme on le fait ordinairement à l'arc HD du quartier Anglois.

§. XXXV.

Au ſurplus il n'eſt pas néceſſaire de parler ici de la force qu'on doit donner aux Piéces qui compoſent cet Inſtrument, pour que fait en bois il puiſſe ſe ſoutenir. Nous ne dirons rien auſſi de la maniere de diviſer les dégrez en minute. Les Fabricateurs d'Inſtrumens de Mathématique, ſçavent que cette diviſion ſe fait en traçant ſur le limbe pluſieurs cercles concentriques, qu'on coupe par des lignes obliques ou tranſverſales qui doivent être courbes, auſſi-tôt que les cercles ſont tous à une égale diſtance les uns des autres ; mais qu'on fait cependant droites ſans erreur ſenſible ; pourvû qu'il y ait peu d'intervale entre les cercles. Ces tranſverſales doivent être dans la rigueur de petites portions de ſpirale (de celle d'Archimede :) mais en rendant inégales les diſtances des cercles ; on peut faire en ſorte que les tranſverſales deviennent des arcs de cercles, & alors on peut diviſer le limbe par une méthode Géométrique & très-connuë. Nous nous propoſions d'apliquer à la pinnule E une eſpece de micrometre, qui nous eût diſpenſé de diviſer le limbe en minutes, & que nous euſſions fait avancer d'un mouvement continu par le moïen d'une vis : mais comme les deux mains du Pilote ſont déja occupées à tenir le quart de cercle, il ſeroit aſſez difficile de ſe ſervir de ce micrometre ; & d'ailleurs cette petite machine ſeroit trop délicate pour pluſieurs Marins. Nous ne pouvons pas non plus enchaſſer dans la pinnule F un verre convexe pour ſervir d'oculaire, & pour mettre l'obſervateur en état de mieux diſtinguer en C le point où ſe termine le raïon de l'Aſtre. Car il faudroit en-

ſuite, comme nous l'aprend la Dioptrique, placer un autre verre au-delà du point C, afin que l'Obſervateur pût auſſi découvrir l'horiſon : mais ce dernier verre formeroit avec le premier une lunette très-incommode & très-facile à déranger.

§. XXXVI.

Tout ce qu'on peut faire pour rendre les obſervations plus exactes, c'eſt d'apliquer à la pinnule E un petit verre convexe, dont le foïer ſe trouve en C ; & on marquera ſur la pinnule C du centre, non-ſeulement ce foïer, mais on tracera auſſi le contour de l'ombre du corps même de la pinnule E. On a repréſenté ici en grand la pinnule du centre, en lui faiſant tourner vers nous le côté qu'elle doit préſenter à l'œil de l'Obſervateur. P eſt le trou par le moïen duquel on aplique cette pinnule au centre du quart de cercle, de la même maniere qu'on le fait dans le quartier Anglois : MN eſt une fente d'une vingtaine de lignes de longueur par laquelle on regarde l'horiſon ; C eſt le point où doit venir ſe rendre le raïon du Soleil ; & OQRT eſt l'eſpace où doit ſe faire la projection de l'ombre du corps de la pinnule E. Ainſi lorſque le Pilote voudra prendre hauteur, il n'aura qu'à avoir égard à l'une ou à l'autre de ces choſes ; ou faire tomber l'ombre de la pinnule E ſur le rectangle OQRT, ou faire tomber le raïon de l'Aſtre dans le point C, & viſer enſuite à l'horiſon par la pinnule F & par la fente MN. Si on mettoit la pinnule E en différens endroits, la projection de ſon ombre changeroit conſidérablement de largeur, & ne pourroit pas être renfermée dans le rectangle OQRT : c'eſt pourquoi nous placerons toujours préciſement la pinnule E dans le même endroit au commencement de la graduation ; & il n'y aura donc que la pinnule oculaire qu'il faudra faire gliſſer en haut ou en bas, ſelon que la hauteur ſera plus ou moins grande. Ce mouvement de la pinnule F ſe fera fort aiſément avec le pouce de la main gauche ; parce

que cette main ſera apliquée ſur le limbe proche de la pinnule, pendant que l'autre main ſera alongée derriere l'Inſtrument pour le ſaiſir par quelqu'autre endroit : c'eſt ce que nous avons éprouvé pluſieurs fois ſur le quartier Anglois.

§. XXXVII.

Il faut remarquer qu'il eſt abſolument néceſſaire de mettre toujours un petit verre convexe à la pinnule E, ou bien de ſe ſervir de l'ombre entiere de cette pinnule, afin d'éviter l'erreur que cauſeroit le pénombre. Nos Auteurs de Marine prétendent qu'on peut fort bien n'avoir égard qu'au bord ſupérieur de l'ombre, & que comme ce bord eſt terminé par les raïons qui viennent du haut du diſque du Soleil, la hauteur ſe trouve trop grande du demi diamettre aparent du Soleil; & qu'ainſi il faut retrancher ce demi diametre pour avoir la hauteur véritable. Mais on reconnoît fort aiſément que ce précepte eſt tout-à-fait défectueux. Si nos yeux étoient parfaitement bons & pouvoient diſtinguer les plus foibles degrez de lumiere, ſans doute qu'en obſervant la hauteur du Soleil par l'ombre d'un ſtile, on trouveroit la hauteur du bord ſupérieur de l'Aſtre & non pas la hauteur du centre. Mais comme il s'en faut beaucoup que nos yeux aïent tant de délicateſſe, nous prenons toujours une partie de la pénombre pour l'ombre même; & cela fait que l'erreur de la hauteur n'eſt jamais égale au demi diametre entier du Soleil. Pour vérifier ce que j'avance ici, j'expoſai au Soleil le 19 de Juin de cette année (1728.) un morceau de bois très-plat & large de $5\frac{1}{3}$ lignes & je faiſois tomber ſon ombre à environ deux pieds de diſtance ſur un arc de cercle diviſé en degrez & en minutes. Cette ombre ſe trouva plus étroite que le morceau de bois d'environ $2\frac{2}{3}$ lignes qui valoient environ 26 minutes ſur l'arc; & ainſi cette ombre n'étoit pas terminée par des raïons qui venoient des deux bords du Soleil; puiſqu'elle eût été dans ce cas plus étroite que

le morceau de bois de 31^{min} 38^{sec}, ou de tout le diametre aparent du Soleil. Je ne voulus pas m'en raporter à mes ſeuls yeux ; pluſieurs perſonnes ſe mettant toujours à deux pieds de diſtance de l'ombre, trouverent toutes qu'elle étoit plus étroite que le morceau de bois ; mais de différentes quantitez ; les unes de 2 $\frac{2}{3}$ lignes, qui valoient, comme je l'ai déja dit, 26 minutes, & les autres de 2 lignes, qui ne valoient que 20 minutes. Or cette obſervation fait voir qu'on ſe trompe très-ſenſiblement lorſqu'on prend la hauteur par le moïen de l'ombre de quelque ſtile ou de quelque marteau, & qu'on retranche enſuite le demi diametre du Soleil ; puiſque l'erreur n'eſt pas égale à ce demi diametre, & qu'elle eſt différente ſelon que les yeux de l'Obſervateur ſont différemment conformez.

§. XXXVIII.

Enfin il n'a été queſtion juſques ici que de la maniere d'obſerver la hauteur du Soleil : mais notre Inſtrument pourra auſſi ſervir à obſerver celle des Etoiles ; pourvû qu'elles ne ſoient point trop élevées. Il faudra faire exprès pour cela un très-petit trou à l'extremité de la fente de la pinnule C du centre ; on y apliquera l'œil ; & on aprochera les deux pinnules E & F l'une de l'autre, juſqu'à ce qu'on voïe l'horiſon par le bord de l'une & l'Aſtre par le bord de l'autre, & la hauteur ſera enſuite compriſe, comme il eſt évident, entre les deux pinnules. On pourra de cette maniere obſerver la hauteur des Etoiles qui ſont au-deſſous du 10me degré d'élévation, mais lorſqu'elles ſeront plus hautes, cette méthode ne pourra plus être d'uſage ; parce qu'on ne pourra plus gueres voir du même coup d'œil l'Horiſon & l'Etoile. Il faudroit quitter un de ces objets pour regarder l'autre ; on ſeroit même obligé de remuer la tête ; & cela ne pourroit pas manquer de cauſer du dérangement dans la ſituation de l'Inſtrument. Au ſurplus tous les autres Inſtrumens ſeront ſujets au même dé-

faut, & nous avons assez fait voir (§. 12.) que ceux qui prennent d'eux-mêmes leur situation horisontale, sont encore moins propres pour ces sortes d'observations. Ainsi tout ce que nous pouvons faire, c'est de choisir des Etoiles qui soient peu élevées ; mais qui soient cependant au-dessus du 2me degré de hauteur, afin que la réfraction soit plus réguliere & plus connuë. Il reste maintenant à parler de cette réfraction & des autres corrections dont la hauteur a besoin. Nous ne dirons rien de la paralaxe ; parce que celle des Etoiles est absolument insensible, & que la plus grande du Soleil n'est que de 10″ selon M. *Cassini*, ou même que de 6″ selon M. *de la Hire*. Mais nous ne pouvons pas nous dispenser de parler de l'inclinaison de l'horison visuel, puisque l'erreur que produit cette inclinaison est particuliere aux Instrumens de la seconde espece. On prend ordinairement pour ligne droite, le raïon visuel conduit de notre œil à l'horison sensible : cependant ce raïon est une ligne courbe ; puisque c'est une portion de la ligne que décrit la lumiere en traversant l'Atmosphere. Il est à propos de considerer ce raïon dans son état de ligne courbe ; quand ce ne seroit que pour reconnoître s'il est permis de négliger sa courbure : mais avant d'examiner cette portion de ligne, il faut que nous tâchions de découvrir la nature de la courbe entiere.

Fin de la premiere Partie.



SECONDE PARTIE.

Des corrections qu'il faut faire à la hauteur aparente des Astres, pour avoir la hauteur véritable.

CHAPITRE PREMIER.

De la réfraction Astronomique.

§. XXXIX.

PLusieurs grands Géometres ont cherché la nature de la *Solaire*, ou de cette ligne courbe que tracent dans l'air les raïons qui nous viennent des Astres : mais ils ont toujours négligé la sphéricité des différentes couches, dont on peut concevoir que l'Atmosphere est formée. Cependant il est certain qu'on doit y faire une expresse attention ; & qu'il ne suffit pas, comme on le pourroit croire d'abord, de chercher la nature de la *Solaire* pour des couches planes, & de courber ensuite cette ligne à proportion qu'on supose que les couches se courbent elles-mêmes pour devenir Sphériques. Car un raïon de lumiere qui avance ici horisontalement, fait avec les couches supérieures des angles de 30 min. d'un degré, de deux degrez &c. & cette diversité d'angles d'incidence, qui vient principalement de la courbure des couches, doit aporter de la différence dans la refraction même. C'est aussi par cette raison qu'on ne peut pas apliquer à l'Atmosphere, le fameux Théorême avancé par M. *Newton* dans son Opti-

que,* qu'un raïon de lumiere qui paſſe à travers pluſieurs milieux de différentes denſitez, & compris entre des ſurfaces paralelles, ſouffre préciſement par le trajet de tous ces milieux, la même réfraction que s'il paſſoit immédiatement du premier au dernier. Cette propoſition n'eſt vraïe que lorſque les ſurfaces ſont planes, & il s'en faut extrêmement qu'on puiſſe s'en ſervir pour déterminer les réfractions aſtronomiques, ni pour découvrir *le pouvoir refringent* qu'a l'air groſſier d'ici-bas, par raport à celui qu'a l'air ſubtil du haut de l'Atmoſphere.

§. XL.

Peut-être donc qu'on entreprend ici de donner la premiere ſolution légitime du problême de la *Solaire*. Pour Fig. 11. entrer en matiere, on ſupoſera que KAO (*Fig.* 11.) eſt une portion de la ſurface de la terre, dont le point C eſt le centre: on concevra le ſemidiametre CA prolongé indéfiniment vers D, & on imaginera une courbe BGI qui ait CD pour axe, & dont les ordonnées AB, FG, DI repréſentent les différentes dilatations de l'air à chaque hauteur au-deſſus de la terre; ou plûtôt ces ordonnées doivent marquer les diverſes dilatations de la matiere réfractive répanduë dans l'air. Concevant après cela un raïon de lumiere NPA, qui à cauſe de la réfraction continuelle qu'il ſouffre en paſſant toujours dans un milieu plus denſe, décrit avant de parvenir à nous la courbe N PA, nous conſidererons les trois parties conſécutives & infiniment petites Pp, $p\pi$, $\pi\varpi$; & les aïant prolongées indéfiniment vers le bas, afin d'avoir les trois tangentes PL, pl, $\pi\lambda$ à la courbe NPA, nous abaiſſerons du centre C de la terre, les trois perpendiculaires CL, Cl, & Cλ ſur ces tangentes. Enfin on tirera les lignes CP, Cπ; & aïant décrit du point C comme centre, les trois arcs PF, Spf,

* Dans la propoſ. X de la troiſiéme Partie du ſecond Livre.

$s\pi\phi$, on élevera perpendiculairement à l'axe CD de la courbe BGI, les trois ordonnées FG, fg, $\phi\gamma$.

LEMME.

§. XLI.

Cela ſupoſé, il eſt évident qu'à cauſe de l'infinie petiteſſe des épaiſſeurs Ff, $f\phi$, on peut ſupoſer que l'ordonnée GF exprime la dilatation de l'air ou de la matiere réfractive qui eſt compriſe dans toute la couche ſphérique, dont $FPpf$ eſt une portion, & dont Ff eſt l'épaiſſeur; & que l'ordonnée gf repréſente pareillement la dilatation de la matiere refractive, compriſe dans toute la couche qui eſt imédiatement au-deſſous, & dont $f\phi$ ou ps eſt la petite épaiſſeur. Ainſi le raïon de lumiere fera le petit trajet Pp ſans ſe courber : mais rendu en p, il s'y rompra, parce qu'il rencontrera en cet endroit de l'air plus condenſé; & par conſequent, au lieu de continuer le long de pL, il ſe détournera ſelon pl; & le détour ſera tel, qu'il y aura même raport de FG au ſinus de l'angle d'incidence que de fg au ſinus de l'angle de réfraction. C'eſt ce qui doit arriver ſelon la loi ordinaire des réfractions : mais ſi on conſidere que CpL, eſt égal à l'angle d'incidence, & que Cpl eſt l'angle même de réfraction, on conclura que FG eſt à CL, comme fg eſt à Cl; puiſque dans les deux trianges CpL, Cpl qui ont même hypoteneuſe Cp, les côtez CL, & Cl ſont en même raiſon que les ſinus des angles CpL, Cpl, & que par la nature de la réfraction, FG doit être au ſinus de l'angle CpL, comme fg au ſinus de l'angle Cpl. On prouvera avec la même facilité que fg eſt à Cl, comme $\phi\gamma$ eſt à $C\lambda$: car le raïon étant parvenu en π en faiſant avec la verticale $C\pi$, un angle d'incidence $C\pi l$, il ſouffrira dans ce point un ſecond détour, enſuite duquel il avancera ſelon $\pi\lambda$ & fera avec la même verticale $C\pi$, l'angle de réfraction C

F

$\pi\lambda$. Mais comme les deux triangles rectangles $C\pi l$, $C\pi\lambda$ ont encore une même hypoteneuſe $C\pi$, il eſt clair que Cl ſera à $C\lambda$, comme le ſinus de l'angle $C\pi l$ ſera au ſinus de l'angle $C\pi\lambda$: & qu'ainſi les ordonnées gf & $\gamma\varphi$ qui expriment le raport qui doit être entre les ſinus des angles d'incidence & de refraction $C\pi l$ & $C\pi\lambda$, exprimeront auſſi le raport qui doit ſe trouver entre Cl & $C\lambda$; & il y aura donc par conſequent même raiſon de gf à Cl, que de $\gamma\varphi$ à $C\lambda$. Or il réſulte de tout cela que GF eſt à CL, comme $\lambda\varphi$ eſt à $C\lambda$; puiſque l'un & l'autre de ces raports, eſt égal à celui de gf à Cl. Et comme on peut apliquer le même raiſonnement à toutes les autres Parties de la ſolaire ou de la courbe tracée par le raïon de lumiere; il s'enſuit que les perpendiculaires tirées du centre de la terre ſur les tangentes de cette courbe, ſeront continuellement proportionelles aux ordonnées correſpondantes de la courbe IGB des dilatations : c'eſt-à-dire, que ſi on tire du centre C de la terre des perpendiculaires CR, CM &c. ſur les tangentes NR, AM &c. de la Solaire, il y aura continuellement même raport de ID à CR que de AB à CM, que de GF à CL, &c.

Trouver la courbe des dilatations lorſqu'on connoît la Solaire ou la courbe que ſuit le raïon de lumiere.

§. XLII.

Fig. 11. Cette propriété de la Solaire & de la courbe des dilatations, peut ſervir également à découvrir la premiere ou la ſeconde de ces lignes courbes, lorſque l'autre ſera donnée. Il ſera toujours très-facile de trouver la ſeconde auſſi-tôt qu'on connoîtra la premiere. Car la connoiſſance qu'on aura de cette premiere, fera qu'on pourra lui tirer des tangentes par tous ſes points, & ſi on mene enſuite du centre de la terre des perpendiculaires ſur ces tangentes, elles exprimeront par leurs longueurs combien

l'air ou la matiere réfractive doit être dilatée en chaque point de la Solaire, & il n'y aura donc qu'à faire les ordonnées correſpondantes de la courbe BGI de la même longueur que ces perpendiculaires. Si on cherche par cette méthode quelle proportion il faut que ſuivent les dilatations à différentes hauteurs au-deſſus de la terre, pour que les raïons de lumiere décrivent des logarithmiques ſpirales, en traverſant l'Atmoſphere ; on verra tout d'un coup qu'il faut que ces diverſes dilatations ſoient en même raiſon, que les diſtances au centre de la terre ; de ſorte que BGI doit être alors une ligne droite. C'eſt ce qui eſt évident. Car la logarithmique ſpirale faiſant toujours le même angle avec ſes apliquées, tous les triangles rectangles CPL, formez par ces apliquées CP, par les tangentes PL & par les perpendiculaires CL à ces tangentes, doivent être ſemblables ; & ainſi il y a toujours même raport entre les perpendiculaires CL & les apliquées CP : mais il ſuit de là que les dilatations GF, qui ſont proportionelles aux perpendiculaires CL (ſelon le lemme précédent) le ſont auſſi aux apliquées CP, ou aux diſtances C P au centre de la terre. On trouvera par la même méthode que pour que les raïons de lumiere tracent des arcs d'Epicycloïde, il faut que les dilatations ſoient comme les ordonnées d'une hyperbole, dont C ſeroit le centre, & CD l'axe déterminé prolongé.

Connoiſſant la courbe des dilatations, trouver la ligne courbe que tracent dans l'Atmoſphere les raïons de lumiere.

§. XLIII.

On peut auſſi, mais avec un peu plus de difficulté, réſoudre le problême inverſe du précédent ; c'eſt-à-dire, découvrir la courbe que tracent les raïons de lumiere, lorſque les diverſes dilatations de la matiere refractive ſont connuës. Pour donner ici une ſolution générale de ce pro-

blême, on nommera a le raïon CA de la terre; c la perpendiculaire CM abaissée du centre C sur la ligne AM, qui est tangente de la solaire, dans le point A où cette
Fig. 11. courbe parvient à nous. On voit assez que CA étant pris pour le sinus total, cette perpendiculaire $CM = c$ est le sinus de l'angle CAM, qui est le complement de la hauteur aparente de l'Astre; puisque CAM est l'angle que fait la solaire NPA avec la verticale CAD, lorsque nous la recevons ici bas. Nous nommerons de plus a la premiere ordonnée AB de la courbe BGI des dilatations: c'est ce que nous pouvons faire, puisque les ordonnées de cette courbe ne représentent point des grandeurs absoluës, mais simplement le raport des dilatations. Enfin z designera toutes les autres ordonnées, comme GF, DI de la même courbe; y ses abscisses CF, CD qui sont égales aux apliquées CP, CN de la solaire APN; & prenant sur la circonférence de la terre les abscisses AP, AO de cette seconde courbe, on les nommera u. Nous aurons après cela, $dy = Ff = SP$; & $du = eE$.

§. XLIV.

Si on fait maintenant attention au Lemme demontré §. 41. que les ordonnées de la courbe des dilatations sont continuellement proportionelles aux perpendiculaires tirées du centre C sur les tangentes de la solaire, on pourra faire cette proportion $AB = a \mid CM = c \parallel GF = z \mid CL = \frac{cz}{a}$. Ainsi la question se réduit à faire ensorte que la courbe ANP que décrit le raïon de lumiere, ait effectivement dans tous ses points, $\frac{cz}{a}$ pour les perpendiculaires comme CL tirées du centre C, sur ses tangentes PL. Pour cela je cherche la petite ligne ou le petit arc pS, par cette analogie; $CE = a \mid eE = du \mid Cp = y \mid pS =$

$\frac{ydu}{a}$; & ajoutant le quaré de pS avec celui de SP $= dy$, & tirant la racine quarée de la ſomme, il me vient $\sqrt{\frac{y^2du^2}{a^2}+dy^2} = \frac{\sqrt{y^2du^2+a^2dy^2}}{a}$ pour la valeur de pP. La reſſemblance du petit triangle pSP & du grand CLP me fait enſuite découvrir la valeur de la perpendiculaire CL par cette analogie, $p\text{P} = \frac{\sqrt{y^2du^2+a^2dy^2}}{a} \mid pS = \frac{ydu}{a} \parallel \text{CP} = y \mid \text{CL} = \frac{y^2du}{\sqrt{y^2du^2+a^2dy^2}}$. Et comme cette perpendiculaire CL que nous trouvons ainſi égale à $\frac{y^2du}{\sqrt{y^2du^2+a^2dy^2}}$, le doit être auſſi à $\frac{cz}{a}$, nous aurons l'équation $\frac{y^2du}{\sqrt{y^2du^2+a^2dy^2}} = \frac{cz}{a}$, dont nous tirons $a^2y^4du^2 = c^2z^2y^2du^2 + a^2c^2z^2dy^2$, & $a^2y^4du^2 - c^2z^2y^2du^2 = a^2c^2z^2dy^2$, & enfin la formule $du = \frac{aczdy}{y\sqrt{a^2y^2-c^2z^2}}$, ou $du = \frac{czdy}{y\sqrt{y^2-\frac{c^2}{a^2}z^2}}$. Or on voit aſſez qu'on peut toujours conſtruire aiſément la ſolaire par cette formule; pourvû qu'on ſupoſe connuë la quadrature des courbes. C'eſt ce qu'il n'eſt pas neceſſaire d'expliquer. Nous pourrions auſſi nous diſpenſer de dire que pour trouver la valeur de u ou de l'arc AE par le calcul, il n'y a qu'à tirer l'expreſſion de z en y, de l'équation qui marque la nature de la courbe BGI des dilatations, & qu'introduiſant cette expreſſion à la place de z, dans la formule $du = \frac{czdy}{y\sqrt{y^2-\frac{c^2}{a^2}z^2}}$, le ſecond membre ne contiendra plus que y de ſeule variable avec ſa différentielle; ce qui nous permetra toujours d'en prendre l'intégrale, & de trouver au moins par aproximation, la valeur de l'arc u qui répond à chaque apliquée y. Fig. 11.

§. XLV.

On peut non-ſeulement conſtruire de cette ſorte la ligne APN que tracent dans l'air les raïons de lumiere; mais on peut toujours auſſi découvrir la quantité de la réfraction aſtronomique, ou la quantité dont ces raïons ſe courbent depuis leur entrée dans l'Atmoſphere juſqu'à nous. La courbure qu'ils ſouffrent en chaque point p, eſt meſurée par l'angle infiniment petit que font deux tangentes voiſines PL, pl; & la courbure totale eſt égale à l'angle que font les tangentes aux deux extremitez de la courbe. Il ſuit de là que ſi nous abaiſſons du centre C de la terre, des perpendiculaires CL, Cl ſur les deux tangentes PL, pl; nous pourrons regarder le petit arc xX compris entre ces deux perpendiculaires, comme l'élement de la réfraction aſtronomique, puiſqu'il meſurera l'angle LCl, qui eſt égal à celui que font les deux tangentes : & par la même raiſon l'arc entier KZ intercepté entre les deux lignes CMK & CR, qui ſont perpendiculaires aux tangentes AM & NR, aux deux extremitez de la courbe, pourra être pris pour la courbure que ſouffre le raïon dans tout ſon trajet. Or ſi on ſe ſouvient que CL $=\frac{cz}{a}$, on aura $\frac{cdz}{a}$ pour la petite partie LH dont CL ſurpaſſe Cl; & on pourra découvrir la valeur de ce petit arc Xx par cette analogie PL $= \sqrt{\overline{CP}^2 - \overline{CL}^2} = \sqrt{y^2 - \frac{c^2}{a^2}z^2}$ | LH $= \frac{cdz}{a}$ || CX $= a$ | Xx. Il vient de cette ſorte $\frac{cdz}{\sqrt{y^2 - \frac{c^2}{a^2}z^2}}$ pour l'expreſſion de ce petit arc : expreſſion qui eſt générale, & qui convient également à toutes les différentes hypotheſes des dilatations de l'air.

Mais on la réduira, comme on le ſçait, à chaque hypotheſe particuliere, en ſubſtituant à la place de z ſa valeur exprimée en y; & il ne reſtera plus enſuite qu'à en prendre l'intégrale, pour avoir la quantité $\int \frac{cdz}{\sqrt{y^2 - \frac{c^2}{a^2}z^2}}$ de la réfraction aſtronomique.

§. LXVI.

Il ſeroit aſſez facile ſelon cela, ſi on connoiſſoit les diverſes dilatations z de la matiere réfractive à différentes hauteurs au-deſſus de la terre, de découvrir la nature de la courbe que décrivent les raïons de lumiere; & le raport des réfractions: car on n'auroit toujours qu'à ſe ſervir pour la premiere de ces déterminations de la formule $u = \int \frac{czdy}{y\sqrt{y^2 - \frac{c^2}{a^2}z^2}}$ & pour la ſeconde de la formule $\int \frac{cdz}{\sqrt{y^2 - \frac{c^2}{a^2}z^2}}$. Mais malheureuſement on ne connoît point les dilatations de la matiere réfractive, dont on auroit beſoin. On a bien quelque connoiſſance des différentes dilatations de l'air; mais il eſt certain que les réfractions n'en ſuivent pas le raport. En effet l'air pris à une grande hauteur au-deſſus de la terre, eſt mille fois & dix mille fois plus dilaté qu'ici bas; & ainſi, ſi les ſinus des angles d'incidence & de réfraction, ſuivoient le raport ſimple de ces dilatations, comme l'ont ſupoſé preſque toutes les perſonnes qui ont traité ce ſujet, un raïon de lumiere qui ſeroit d'abord horiſontal, devroit ſe rompre ſi conſidérablement dans l'Atmoſphere, qu'il deviendroit preſque vertical, avant de parvenir juſqu'à nous.

C'eſt ce qui nous a obligé de ſupoſer que les réfractions étoient cauſées dans l'Atmoſphere par une matiere différente de l'air, & que nous avons apellée *réfractive.* Mais ſi on ne veut point admettre l'exiſtence de cette matiere, nous ne nous en mettons point en peine. Car les ſinus des angles d'incidence & de réfraction, qui ne ſont point proportionels aux dilatations de l'air, le ſont certainement à quelque puiſſance ou à quelque fonction de ces dilatations : or on n'a qu'à regarder la courbe BGI, comme exprimant les dilatations de l'air élevées à ces puiſſances ou à ces fonctions quelles quelles ſoient.

Déterminer la Solaire pour toutes les Hypotheſes dans leſquelles les dilatations z *ſont proportionelles aux diſtances* y *au centre de la terre, élevées à une puiſſance quelconque* m.

§. XLVII.

Mais enfin, puiſque nous ne connoiſſons point la courbe BGI des dilatations, nous allons ſupoſer que ſes ordonnées FG $= z$ ſont égales à une puiſſance quelconque m des diſtances y au centre de la terre ; c'eſt-à-dire, que nous ſupoſerons $z = y^{m}$, ou plûtôt $z = a^{1-m} y^{m}$, afin d'obſerver la loi des Homogenes. De cette ſorte nous comprendrons dans notre calcul une infinité de différentes hypotheſes de dilatations, puiſque m peut repréſenter une infinité de différentes puiſſances. Cette ſupoſition donne $dz = ma^{1-m} y^{m-1} dy$, & ſi on introduit cette valeur à la place de dz, & $a^{1-m} y^{m}$ à la place de z, dans les formules générales $\frac{cz\,dy}{y\sqrt{y^2 - \frac{c^2}{a^2} z^2}}$ & $\int \frac{c\,dz}{\sqrt{y^2 - \frac{c^2}{a^2} z^2}}$; la premiere qui exprime l'élement du des abſciſſes AE ou

ou AO de la Solaire, ſe changera en . . . .

$$\frac{ca^{1-m}y^{m}dy}{y\sqrt{y^2-\frac{c^2a^{2-2m}}{a^2}y^{2m}}}=\frac{ca^{2-m}y^{m-2}dy}{\sqrt{a^2-c^2a^{2-2m}y^{2m-2}}}$$ & on aura

donc par conſéquent $u=\int\frac{ca^{2-m}y^{m-2}dy}{\sqrt{a^2-c^2a^{2-2m}y^{2m-2}}}$, pour ces abſciſſes, ou pour les arcs AE, ou AO qui répondent à chaque apliquée CP ou CN $=y$. D'un autre côté, la ſeconde formule $\int\frac{cdz}{\sqrt{y^2-\frac{c^2}{a^2}z^2}}$, qui exprime la quantité de la réfraction aſtronomique, ſe changera par de pareilles ſubſtitutions, en $\int\frac{mca^{1-m}y^{m-1}dy}{\sqrt{y^2-\frac{c^2a^{2-2m}}{a^2}y^{2m}}}=$

$\int\frac{mca^{2-m}y^{m-2}dy}{\sqrt{a^2-c^2a^{2-2m}y^{2m-2}}}$ & c'eſt donc là la quantité de la réfraction. Il nous reſte maintenant à trouver les valeurs de ces deux intégrales $\int\frac{ca^{2-m}y^{m-2}dy}{\sqrt{a^2-c^2a^{2-2m}y^{2m-2}}}=u$, & $\int\frac{mca^{2-m}y^{m-2}dy}{\sqrt{a^2-c^2a^{2-2m}y^{2m-2}}}$. Mais c'eſt aſſez que nous en trouvions une, pour que nous aïons les deux; car on voit qu'elles ſont dans un raport conſtant, que la premiere ou que le progrès horiſontal OA du raïon de lumiere à meſurer ſur la circonférence de la terre, eſt à la ſeconde intégrale ou à la réfraction aſtronomique, comme l'unité eſt à *m*: & c'eſt ce qui eſt très-remarquable.

§. XLVIII.

On peut trouver très-aiſément ces deux intégrales, en ſupoſant la rectification des arcs de cercle. On n'a d'abord qu'à tirer du centre C de la terre (Figure 12.) une Fig. 12.

Fig. 14. ligne CΔ parallele à AM, qui est tangente à l'extremité A de la Solaire NPA; l'arc AΔ sera du même nombre de degrez, que l'angle CAM, qui est le complement de la hauteur aparente de l'Astre; & le sinus droit AΣ sera égal à CM $= c$. Si on regarde ensuite quelque apliquée CP (y) de la Solaire, comme connuë; on n'aura qu'à faire le sinus droit TV $= ca^{1-m}y^{m-1}$, & multiplier l'arc compris entre le point A & le point T par $\frac{1}{m-1}$ pour avoir l'arc AE, par l'extremité E duquel on doit faire passer l'apliquée CP: & multipliant ce même arc AT par $\frac{m}{m-1}$, il viendra la quantité de la réfraction que souffre le raïon de lumiere dans le trajet PA. Pour démontrer cela, je conçois la ligne tv parallele & infiniment proche de TV; & du point t je tire la petite ligne $t6$ parallelement à CΔ. Il est clair que $ca^{1-m}y^{m-1}$ étant la valeur de TV, nous aurons $\sqrt{a^2 - c^2a^{2-2m}y^{2m-2}} = \sqrt{\overline{CT}^2 - \overline{TV}^2}$ pour celle de CV, & si nous prenons la differentielle de $ca^{1-m}y^{m-1}$, il nous viendra $\overline{m-1} \times ca^{1-m}y^{m-2}dy$ pour T6. Mais comme le grand triangle CVT est semblable au petit T$6t$, nous pouvons faire cette proportion CV $= \sqrt{a^2 - c^2a^{2-2m}y^{2m-2}}$ | CT $= a$ || T$6 = \overline{m-1} \times ca^{1-m}y^{m-2}dy$ | Tt, & nous trouverons de cette sorte que T$t = \frac{\overline{m-1} \times ca^{2-m}y^{m-2}dy}{\sqrt{a^2 - c^2a^{2-2m}y^{2m-2}}}$. Or il suit de là que l'arc entier AT, qui est la somme de tous les petits arcs Tt, sera la valeur de l'intégrale $\int \frac{\overline{m-1} \times ca^{2-m}y^{m-2}dy}{\sqrt{a^2 - c^2a^{2-2m}y^{2m-2}}}$: car y étant supposée égale à a, comme cela arrive au point



A, le ſinus TV $= ca^{1-m}y^{m-1}$ ſe trouve égal à $A\Sigma = c$, & l'arc eſt par conſéquent nul ; mais à meſure que y augmente, le ſinus TV s'éloigne de $A\Sigma$, & l'arc AT croît d'une nouvelle partie Tt qui eſt, comme on le voit, continuellement égale à $\frac{\overline{m-1} \times ca^{2-m}y^{m-2}dy}{\sqrt{a^2 - c^2a^{2-2m}y^{2m-2}}}$. Mais enfin puiſque l'arc AT eſt la valeur de l'intégrale . . . $\int \frac{\overline{m-1} \times ca^{2-m}y^{m-2}dy}{\sqrt{a^2 - c^2a^{2-2m}y^{2m-2}}}$, il eſt évident qu'il ne reſte plus qu'à le multiplier par $\frac{1}{m-1}$ pour avoir l'intégrale . . $\int \frac{ca^{2-m}y^{m-2}dy}{\sqrt{a^2 - c^2a^{2-2m}y^{2m-2}}} = u$, qui eſt la valeur de l'abſciſſe AE, qui répond à chaque apliquée CP de la Solaire ; & que ſi on multiplie ce même arc AT par $\frac{m}{m-1}$, on aura l'intégrale $\int \frac{mca^{2-m}y^{m-2}dy}{\sqrt{a^2 - c^2a^{2-2m}y^{2m-2}}}$ qui exprime la quantité de la réfraction. Rien n'empêchera de faire la même choſe pour toutes les autres apliquées y. Mais il eſt évident que ſi DN eſt la ſurface ſupérieure de l'Atmoſphere, ou que ſi la matiere réfractive ne change plus de denſité au-deſſus de cette ſurface ; il faudra prendre CN, pour derniere apliquée, puiſque le raïon de lumiere ne ſouffrira aucune réfraction au-deſſus du point N. Ainſi ſi on fait le ſinus droit $\Theta\Xi$ égal à ca^{1-m} CN^{m-1}, ce ſera l'arc $A\Theta$ intercepté entre les ſinus $A\Xi$ & $\Theta\Xi$ qu'il faudra multiplier par $\frac{1}{m-1}$ pour avoir l'abſciſſe correſpondante AO ; & qu'il faudra multiplier par $\frac{m}{m-1}$ pour avoir la réfraction aſtronomique, ou la courbure totale que reçoit le raïon de lumiere, en traverſant toute l'épaiſſeur de l'Atmoſphere, depuis N juſqu'en A. Fig. 12.

Fig. 12.

§. XLIX.

Il ſuit de tout cela qu'il n'importe que l'expoſant m ſoit un nombre poſitif ou négatif, entier ou rompu, & que pourvû qu'il ne ſoit pas irationel, on peut toujours déterminer géometriquement la quantité de la réfraction, & tracer géometriquement la Solaire. Car il ſera toujours poſſible de trouver la valeur $ca^{1-m}y^{m-1}$ des ſinus TV & ⊙♃ pour les apliquées CP & CN : & l'arc AT ou A⊙ étant déterminé, ou pourra toujours découvrir la réfraction, auſſi-bien que l'arc AE ou AO qui ſert d'abſciſſe à l'apliquée CP ou CN : puiſque ces arcs ſont des multiples ou des ſoûmultiples de l'arc AT ou A⊙, & que nous avons des méthodes géometriques, pour diviſer un arc, ou pour le multiplier, ſelon quel raport nous voulons, auſſi-tôt que ce raport eſt de nombre à nombre. Il faut cependant qu'outre l'irationalité de l'expoſant m, nous exceptions encore un cas, dans lequel la Solaire ſe trouve être une courbe méchanique. C'eſt lorſque les différentes dilatations de la matiere réfractive ſont en même raiſon que ſes diſtances au centre de la Terre. Dans ce cas z eſt égale ou proportionelle à y ; m deſigne l'unité, & la Solaire eſt une logarithmique ſpirale. C'eſt ce qu'on reconnoît par la formule $u = \int \frac{ca^{2-m}y^{m-2}dy}{\sqrt{a^2 - c^2a^{2-2m}y^{2m-2}}}$, qui ſe réduit à $u = \frac{c}{\sqrt{a^2 - c^2}} \int \frac{ady}{y}$, laquelle apartient à la logarithmique ſpirale. C'eſt auſſi ce qui eſt conforme à ce qu'on a vû cy-devant, (§. 42.) que pour que les raïons de lumiere ſuivent cette ligne courbe, il faut que les dilatations des différentes couches de l'Atmoſphere, ſoient proportionelles à leurs diſtances au centre de la terre.

Fig. 12.

De la construction de la Table des réfractions ; & du choix d'une hypothese des dilatations de l'air.

§. L.

On n'insistera pas davantage sur la nature de la Solaire, & on se bornera à parler des réfractions. Il est évident que puisqu'elles sont toujours proportionelles à l'arc A⊝ intercepté entre le sinus A≥ (c) du complement de la hauteur aparente, & le sinus ⊝≥ ($ca^{1-m}y^{m-1}$) qui a un raport constant avec le sinus A≥, & qui est toujours égal au produit de ce sinus par $a^{1-m}y^{m-1}$ ou par a^{1-m} CN $^{m-1}$; il est, dis-je, évident qu'il sera toujours facile de les calculer (les réfractions), par le moïen des tables des sinus ; pourvû qu'on connoisse l'exposant m, & la plus grande apliquée CN. On pourra aussi en venir à bout par le moïen des séries : car si continuant de nommer a le semi-diametre CA de la Terre & C le sinus complement A≥ de la hauteur aparente, nous désignons par b le sinus de cette même hauteur, & nous suposons $\frac{1}{h} = \frac{m}{m-1}$ & $1-g = a^{1-m}$ CN $^{m-1}$; nous aurons $c \times \overline{1-g}$ ou $c - cg$ pour le sinus ⊝≥ & la série infinie $\frac{acg}{b} - \frac{ac^3}{2b^3}g^2 + \frac{3ac^5 + ab^2c^3}{6b^5}g^3$, &c. pour la valeur de l'arc A⊝, comme on peut le voir aisément ; & il ne restera donc plus qu'à multiplier cette série par $\frac{1}{h} = \frac{m}{m-1}$ pour avoir $\frac{ac}{bh}g - \frac{ac^3}{2b^3h}g^2 + \frac{3ac^5 + ab^2c^3}{6b^5h}g^3$, &c. pour la quantité de la réfraction. Mais il est clair que faute de connoître les quantitez g & h, nous ne pouvons point faire usage de cette série. Nous ne connoissons point h,

Fig. 12. parce que nous ignorons la valeur de m, ou que nous ne ſçavons pas laquelle de toutes les hypotheſes repréſentées par l'équation $z = a^{1-m} y^{m}$ eſt la plus conforme à la nature : & nous ne connoiſſons pas non plus g, parce qu'outre que la valeur de m nous eſt inconnuë, nous ne connoiſſons point auſſi la hauteur de l'Atmoſphere, ou la longueur de la plus grande apliquée CN.

§. L I.

Mais rien n'eſt plus facile que de découvrir ces deux grandeurs b & g, auſſi-tôt qu'on a ſeulement trouvé par des obſervations exactes, la réfraction aſtronomique pour deux différentes hauteurs aparentes. Car comparant l'expreſſion générale $\frac{ac}{bh} g - \frac{ac^3}{2b^3h} g^2 + \frac{3ac^5 + ab^2c^3}{6b^5h} g^3$, &c. avec ces deux réfractions connuës par obſervation ; on aura deux différentes équations, & on ſçait qu'il n'en faut pas davantage, pour pouvoir déterminer deux inconnuës. C'eſt ce qu'on va tâcher d'exécuter ici ; mais en emploïant comme cela eſt abſolument néceſſaire la methode des ſuites & celle de leur retour, parce que, comme il s'agit d'arcs & de ſinus, l'opération apartient à la géometrie tranſcendante. Nous ſupoſons d'abord pour une plus grande facilité que la réfraction horiſontale eſt une des deux que nous connoiſſons, & nous la déſignerons par e : l'autre réfraction connue, nous la nommerons f, & nous nommerons q le ſinus de la hauteur aparente & p le ſinus de complement. Si nous introduiſons enſuite q & p à la place de b & de c dans l'expreſſion générale $\frac{ac}{bh} g - \frac{ac^3}{2b^2h} g^2 + \frac{3ac^5 + ab^2c^3}{6b^5h} g^3$ — &c. des réfractions, nous aurons $\frac{ap}{qh} g - \frac{ap^3}{2q^2h} g^2 + \frac{3ap^5 + ap^2q^3}{6q^5h} g^3$ — &c. pour la réfraction f qui convient à la hauteur aparente, dont q eſt

Fig. 12.

le sinus & p le cosinus ; & ainsi nous aurons $f = \frac{ap}{qh}g - \frac{ap^3}{2q^2h}g^2 + \frac{3ap^5 + ap^2q^3}{6q^5h}g^3 -$ &c. Je change cette équation en $h = \frac{ap}{qf}g - \frac{ap^3}{2q^2f}g^2 + \frac{3ap^5 + ap^2q^3}{6q^5f}g^3 -$ &c. & je trouve par la methode qu'on apelle le retour des suites ; $g = \frac{qf}{ap}h + \frac{f^2}{2a^2}h^2 - \frac{f^3q}{6a^3p}h^3 - \frac{f^4}{24a^4}h^4 +$ &c. Voilà donc une valeur de g qui nous est fournie par la seconde hauteur aparente & par la réfraction astronomique f qui lui convient : mais la premiere hauteur & la premiere réfraction ; c'est-à-dire, la réfraction horisontale e peut nous fournir aussi une valeur de g, & il est évident que pour la trouver tout d'un coup, nous n'avons qu'à metre e à la place de f ; & *zero* & a à la place de q & de p, parce que lorsqu'un Astre paroît dans l'horison, le sinus de sa hauteur aparente est nul, & le sinus complement de cette hauteur est égal au sinus total a. Il viendra de cette sorte $g = \frac{e^2}{2a^2}h^2 - \frac{e^4}{24a^4}h^4 +$ &c ; & combinant cette seconde valeur de g avec la premiere, on fera disparoître g, & on aura l'équation $\frac{qf}{ap}h + \frac{f^2}{2a^2}h^2 - \frac{f^3q}{6a^3p}h^3 - \frac{f^4}{24a^4}h^4 +$ &c. $= \frac{e^2}{2a^2}h^2 - \frac{e^4}{24a^4}h^4 + \frac{e^6}{720a^6}h^6 -$ &c. qui ne contient plus que la seule inconnuë h. Mais cette derniere équation se réduit à $\frac{qf}{ap} = \frac{e^2 - f^2}{2a^2}h + \frac{f^3q}{6a^3p}h^2 - \frac{e^4 + f^4}{24a^4}h^3 - \frac{f^5q}{120a^5p}h^4 +$ &c, & elle donne par le retour des suites $h = \frac{2aqf}{p \times \overline{e^2 - f^2}} - \frac{4af^5q^3}{3p^3 \times \overline{e^2 - f^2}^3}$

Fig. 12.

$$+ \frac{16\,af^9q^5 + 6aq^3f^3p^2 \times \overline{e^2 - f^2} \times \overline{e^4 - f^4}}{9p^5 \times \overline{e^2 - f^2}^5}$$

$$+ \frac{300aq^5p^2f^7 \times \overline{e^2 - f^2} \times \overline{f^4 - e^4} - 400aq^7f^{13} + 36aq^5p^2f^9 \times \overline{e^2 - f^2}^2}{135p^7 \times \overline{e^2 - f^2}^7}$$

&c. Ainsi on peut maintenant regarder h, comme connuë; puisque la série précédente qui l'exprime, n'est formée que de grandeurs connuës, & que d'ailleurs il est facile de voir que cette série est très-convergente. Enfin il ne reste plus qu'à introduire cette valeur de h dans l'équation $g = \frac{e^2}{2a^2} h^2 - \frac{e^4}{24a^4} h^4 + \frac{e^6}{720a^6} h^6$ &c. pour avoir $g = \frac{2q^2e^2f^2}{p^2 \times \overline{e^2 - f^2}^2} - \frac{8q^4e^2f^6 - 2q^4e^4f^4}{3p^4 \times \overline{e^2 - f^2}^4}$

$$+ \frac{400q^6e^2f^{10} + 160q^6e^4f^8 + 8q^6e^6f^6 + 120q^4p^2e^2f^4 \times \overline{e^2 - f^2} \times \overline{e^4 - f^4}}{90p^6 \times \overline{e^2 - f^2}^6}$$

&c. & il viendra donc $1 - g = 1 - \frac{2q^2e^2f^2}{p^2 \times \overline{e^2 - f^2}^2} +$

$$\frac{8q^4e^2f^6 + 2q^4e^4f^4}{3p^4 \times \overline{e^2 - f^2}^4}$$

$$\frac{-400q^6e^2f^{10} - 160q^6e^4f^8 - 8q^6e^6f^6 - 120q^4p^2e^2f^4 \times \overline{e^2 - f^2} \times \overline{e^4 - f^4}}{90p^6 \times \overline{e^2 - f^2}^6}$$

$+$ &c.

§. LII.

Connoissant ainsi les valeurs de h & de g, rien n'empêche de trouver à présent la réfraction astronomique, pour quelle hauteur aparente on voudra. On n'a qu'à introduire les valeurs de h & de g dans la formule générale $\frac{ac}{bh} g - \frac{ac^3}{2b^3h} g^2 +$ &c. du §. 50. Ou si on veut découvrir la même chose par les tables des sinus, on multipliera le sinus $A\ge = c$ du comnlement de la hauteur proposée par la valeur de $a^{1-m}y^{m-1}$ ou de a^{1-m}

CN^{m-1}

CN^{m-1} que fournit la derniere férie du §. 51. en donnant Fig. 12.
la valeur de $1-g$; & on aura au produit le finus $\Theta\Xi = ca^{1-m} CN^{m-1}$. On cherchera enfuite dans les Tables à quel arc $\Theta\Delta$ ce finus répond ; & retranchant cet arc de celui $A\Delta$ du complement de la hauteur aparente, il viendra l'arc $A\Theta$, qu'il ne reftera plus qu'à multiplier par

$\frac{1}{h} = \frac{m}{m-1}$, ou qu'à divifer par h, dont la férie

$\frac{2aqf}{p \times \overline{e^2-f^2}} - \frac{4af^3q^3}{3p^3 \times \overline{e^2-f^2}}$, &c. eft l'expreffion ; & il viendra au quotien la réfraction qu'on vouloit découvrir. On fera la même chofe pour toutes les autres hauteurs aparentes, & on trouvera donc de cette forte toutes les réfractions, en fupofant fimplement qu'on en connoît deux par les obfervations ; fçavoir l'une (e), lorfque l'Aftre paroît dans l'horifon ; & l'autre (f), lorfque l'Aftre eft élevé d'une hauteur aparente, dont q eft le finus & p le finus de complement, pendant que a défigne le finus total.

§. LIII.

Le Livre de la connoiffance des Tems marque 32′ 20″ pour la réfraction horifontale ; mais comme les obfervations donnent prefque toujours cette réfraction un peu plus grande, on l'a fupofée de 33′ complettes. On a pris enfuite la réfraction qui apartient au 26me degré de hauteur, & on l'a fixée à 2′ 12″, en fe conformant aux Tables de M. de la Hire. Si après cela on prend 10000000 pour le finus total, & qu'on cherche combien valent à proportion les petits arcs de 33′ & de 2′ 12″ de réfraction, on trouvera 95944 & 6400, comme on le peut voir tout d'un coup en cherchant dans les Tables les finus de ces arcs, parce que leurs finus leur font fenfiblement égaux. Ainfi 10000000 étant la valeur de a ; 95944 fera celle de e & 6400 celle de f ; & on aura de plus 4383712 pour le finus q de 26 degrez, & 8987940 pour le finus p de complement. Or introduifant ces nombres

Fig. 12.

dans la série $1-g = 1 - \frac{2q^2e^2f^2}{p^2 \times \overline{e^2-f^2}^2} +$
$\frac{8q^4e^2f^6 + 2q^4e^4f^4}{3p^4 \times \overline{e^2-f^2}^4}$

$$\frac{-400q^6e^2f^{10} - 160q^6e^4f^8 - 8q^6e^6f^6 - 120q^4p^2e^2f^4 \times \overline{e^2-f^2} \times \overline{e^4-f^4}}{90p^6 \times \overline{e^2-f^2}^6}$$

$+$ &c, on trouvera $\frac{9978668785}{10000000000}$ pour la valeur de $1-g$ ou de $a^{1-m}CN^{m-1}$: & il faut remarquer que cette série est si convergente, qu'il n'est pas nécessaire de pousser l'aproximation au-delà du second terme. L'autre série $h = \frac{2aqf}{p \times \overline{e^2-f^2}^2} - \frac{4af^5q^3}{3p^3 \times \overline{e^2-f^2}^3}$
$\frac{+16af^9q^5 + 6aq^3f^3p^2 \times \overline{e^2-f^2} \times \overline{e^4-f^4}}{9p^5 \times \overline{e^2-f^2}^5}$ $+$ &c. qui est également convergente, donnera en même-tems $\frac{22458}{3300}$ pour la valeur de h, & on aura donc $\frac{3300}{22458}$ pour celle de $\frac{1}{h}$ ou de $\frac{m}{m-1}$.

§. LIV.

Ainsi c'est la fraction $\frac{9978668785}{10000000000}$ qui exprime le raport constant des sinus AΣ & ⊖Ξ, entre lesquels l'arc A⊖ est intercepté, & c'est $\frac{3300}{22458}$ qui marque le raport de cet arc & de la réfraction. C'est-à-dire qu'on doit toujours multiplier le sinus de complement AΞ de chaque hauteur aparente, par $\frac{9978668785}{10000000000}$ pour avoir le sinus ⊖Ξ; & que lorsque l'arc A⊖ est trouvé en degrez, minutes & secondes, il faut le multiplier par $\frac{3300}{22458}$ pour avoir la réfraction requise. Si on nous propose, par exemple, 10 degrez de hauteur aparente, nous multiplierons le sinus complement 9848077 de cette hauteur par $\frac{9978668785}{10000000000}$, ou ce qui est la même chose, nous retrancherons du logarithme 9. 9933515 de ce sinus, le nombre constant 9274, parce que $-$ 9274 est le logarithme de $\frac{9978668785}{10000000000}$. Il nous viendra 9. 9924241, pour le logarithme du sinus ⊖Ξ

qui répond à 79°. 19′. 45″; & ainsi l'arc A⊖ sera de 40′. 15″ ou de 2415″; & si on le multiplie par le nombre constant $\frac{2300}{22458} = \frac{1.}{h} = \frac{m}{m-1}$ on trouvera 355″ ou 5′. 55″ pour la quantité de la réfraction qu'on vouloit découvrir. C'est de cette sorte que nous avons calculé la Table suivante. Fig. 12.

Nouvelle Table des réfractions Astronomiques.

Hauteurs apparentes.	Réfractions.		Hauteurs apparentes.	Réfractions.		Hauteurs apparentes.	Réfractions.	
Deg.	Min.	Sec.	D.	Min.	Sec.	D.	Min.	Sec.
0	33		31	1	47	61		35
1	25	20	32	1	43	62		34
2	19	47	33	1	39	63		32
3	15	50	34	1	35	64		30
4	13	1	35	1	32	65		29
5	10	58	36	1	29	66		28
6	9	25	37	1	26	67		27
7	8	5	38	1	23	68		26
8	7	18	39	1	20	69		25
9	6	3	40	1	17	70		24
10	5	55	41	1	15	71		22
11	5	24	42	1	12	72		21
12	4	57	43	1	9	73		20
13	4	35	44	1	6	74		19
14	4	15	45	1	4	75		17
15	3	58	46	1	2	76		16
16	3	43	47	1	0	77		15
17	3	29	48		58	78		13
18	3	17	49		56	79		12
19	3	6	50		54	80		11
20	2	56	51		52	81		10
21	2	47	52		50	82		9
22	2	39	53		48	83		8
23	2	32	54		46	84		7
24	2	25	55		45	85		6
25	2	18	56		43	86		4
26	2	12	57		42	87		3
27	2	6	58		40	88		2
28	2	1	59		38	89		1
29	1	56	60		37	90		0
30	1	52						

Fig. 12.

§. LV.

Il n'eſt pas néceſſaire de s'arrêter ici à expliquer l'uſage de cette Table. Tous les Pilotes un peu inſtruits dans la théorie de leur art, ſçavent aſſez que les réfractions ſont communes aux hauteurs meſurées par toutes ſortes d'inſtrumens; & que puiſque ces réfractions ſont paroître les Aſtres un peu plus élevez qu'ils ne ſont en effet, on doit toujours retrancher la réfraction de la hauteur aparente, pour avoir la hauteur véritable. On n'inſiſte pas davantage ſur cet article. Mais les Lecteurs ſeront ſans doute bien-aiſes de connoître la valeur de m, afin de ſçavoir le degré de l'équation $z = a^{1-m} y^{m}$ & de connoître quelle eſt l'hypotheſe qui ſert de fondement à nôtre table. Nous avons trouvé (§. 15.) que $\frac{1}{h}$ ou $\frac{m}{m-1} = \frac{3300}{22458}$: mais cette fraction $\frac{3300}{22458}$ doit être regardée comme *négative*, parce qu'elle marque le raport de l'arc A⊙ à la réfraction aſtronomique, & que l'arc A⊙ eſt *négatif*, parce que les ſinus TV ou ⊙Ƶ diminuent ici à meſure que les apliquées AP, ou AN $= y$ augmentent. Ainſi au lieu de l'équation $\frac{m}{m-1} = \frac{3300}{22458}$, nous avons $\frac{m}{m-1} = -\frac{3300}{22458}$; d'où nous tirons $25758\, m = 3300$ & $m = \frac{3300}{25758}$ & ſi nous mettons cette valeur à la place de m dans l'équation $z = a^{1-m} y^{m}$ de la courbe BGI des dilatations, il viendra $z = a^{\frac{22458}{25758}} \times y^{\frac{3300}{25758}}$ ou $z^{25758} = a^{22458} y^{3300}$; & c'eſt donc là l'équation qui repréſente nôtre hypotheſe particuliere; hypotheſe qui eſt préferable à la multitude infinie d'autres renfermées dans l'équation $z = a^{1-m} y^{m}$. Il eſt vrai que quelque ſiſtême qu'on embraſſe ſur cette matiere, il arrive preſque toujours que les réfractions ſont proportionelles à un arc A⊙ intercepté entre deux ſinus AƵ, ⊙Ƶ qui ont entr'eux un raport conſ-

tant. Mais il suffit que ce raport soit différent, ou que les deux sinus soient pris en quelqu'autre endroit du quart de cercle, pour que les réfractions suivent une autre progression, & que la Table soit différente ; & enfin nôtre hypothese a toujours cet avantage singulier, d'être choisie entre une infinité d'autres. On pouvoit bien avoir fait quatre ou cinq différentes supositions & examiné ensuite laquelle étoit la meilleure : mais ce n'est qu'en suivant une méthode semblable à celle qu'on vient d'expliquer qu'on pouvoit pousser la discussion infiniment plus loin ; & choisir, non pas entre quatre ou cinq hypotheses, mais entre une infinité. Fig. 12.

§. LVI.

Nous pouvons dire aussi à l'avantage de nos calculs, qu'ils s'accordent assez exactement avec les observations des plus sçavans Astronomes. Après que *Tycho* eut donné dans le premier livre de ses *Progymnasmata* des Tables des réfractions déduites de ses observations, personne ne toucha à cette matiere, jusqu'au tems du célébre feu M. *Cassini*, qui l'examina le premier avec des yeux de Géometre, qui inventa une hypothese très-ingénieuse, & qui démontra que les réfractions devoient alterer, jusqu'au zénit, la hauteur des Astres. La Table de la connoissance des Tems est calculée sur cette hypothese ; mais M. *Cassini* qui ne travaille pas aujourd'hui avec moins d'assiduité ni moins de succès que son illustre pere, à perfectioner l'Astronomie, a remarqué que les réfractions sont un peu plus grandes qu'elles ne sont marquées dans la table, lorsque l'Astre est tout-à-fait proche de l'horison ; qu'à très-peu de hauteur, elles deviennent un peu plus petites, & qu'ensuite elles commencent de rechef à surpasser celles de la table. Il suit de là que l'hypothese ancienne ne représente pas bien la progression des réfractions ; & c'est aussi ce qu'a observé feu M. *de la Hire*. Mais si on examine la nouvelle table que nous

Fig. 12. donnons ici, on reconnoîtra que cette progreſſion y eſt beaucoup mieux obſervée ; & nous pourrions montrer en particulier, que nos réfractions ſont effectivement plus petites que celles de la connoiſſance des tems depuis environ la 5[me] minute de hauteur aparente juſqu'un peu au-deſſous du 4[me] degré, & qu'enſuite elles deviennent un peu plus grandes. Après tout notre table ne doit être principalement exacte dans ces climats-ci, que pendant l'été ; & il eſt certain que ſi on vouloit en conſtruire une autre pour l'hyver, il faudroit ſupoſer la réfraction horiſontale beaucoup plus forte, & telle qu'on l'obſerve ordinairement dans cette ſaiſon. On ſe ſerviroit également pour cela des ſéries $1 \frac{-2q^2e^2f^2}{p^2 \times \overline{e^2-f^2}^2} + \frac{8q^4e^2f^6 + 2q^4e^4f^4}{3p^4 \times \overline{e^2-f^2}^4}$ $-$ &c. & $\frac{2aqf}{p \times \overline{e^2-f^2}} - \frac{4af^5q^3}{3p^3 \times \overline{e^2-f^2}^3} +$ &c : de la premiere pour trouver l'expoſant $1-g$ du raport qu'il faudroit metre entre les ſinus A Ξ & ⊖Ξ ; & de la ſeconde, pour découvrir l'expoſant $\frac{1}{h}$ ou $\frac{m}{m-1}$ du raport de l'arc A⊖ à la réfraction.

CHAPITRE II.

De l'Inclinaiſon de l'Horiſon viſuel.

§. LVII.

SI on s'étoit déterminé dans la premiere Partie, en faveur d'un Inſtrument qui portat ſon horiſon avec lui, on n'auroit ſimplement qu'à retrancher la réfraction aſtronomique de la hauteur aparente pour avoir la hauteur véritable. Mais comme on a choiſi un Inſtrument d'une autre eſpece, on eſt obligé de faire encore une cor-

rection à la hauteur. Car lorsqu'on est élevé au-dessus de la Mer, & qu'on regarde son extremité aparente, le raïon visuel n'est pas de niveau, il est incliné du côté de la Mer; & il est plus ou moins incliné, selon qu'on est plus ou moins élevé. Or cette inclinaison doit alterer la hauteur des Astres; puisque la hauteur n'est autre chose que l'angle formé par le raïon de l'Astre & par une ligne parfaitement horisontale; & qu'au lieu de cette derniere ligne on en emploïe une qui est inclinée. Si (par exemple) le cercle ADM (Fig. 13.) représente la circonférence de la terre, & si un observateur est situé en B & élevé de la quantité AB au-dessus de la surface de la Mer, il n'y a qu'à tirer du point B la ligne BD qui touche la circonférence du cercle en quelque point D, & cette tangente représentera le raïon de l'horison visuel: de sorte que ce sera au-dessus de cette ligne que l'observateur prendra la hauteur des Astres, faute de pouvoir la prendre immédiatement au-dessus de la ligne FBG, qui est parfaitement de niveau. Mais on voit que l'observateur se trompera de l'angle FBD dont l'horison visuel est incliné: & que pour corriger l'erreur, il faut ajouter cet angle FBD à la hauteur aparente de l'Astre, lorsqu'on observe cette hauteur * *par derriere.*

Fig. 12.

Fig. 13.

§. LVIII.

Nous disons qu'il faut ajouter à la hauteur observée de l'Astre, l'inclinaison de l'horison aparent, lorsqu'on prend hauteur *par derriere*: c'est ce qui est sensible; car si l'Astre est en I & qu'on lui tourne le dos, pour observer sa hauteur, la tangente BD sera l'horison visuel, & nôtre Instrument nous donnera l'angle IBE formé par le raïon

* Prendre hauteur *par derriere*, c'est prendre hauteur en tournant le dos à l'Astre, comme nous l'avons expliqué au commencement du dernier Chapitre de l'autre Partie, & les Pilotes disent qu'ils prennent hauteur *par devant* lorsqu'ils visent à l'Astre même, comme nous l'avons expliqué à la fin du même Chapitre, en parlant de la maniere d'observer la hauteur des Etoiles.

Fig. 12. IB de l'Aftre & par le prolongement BE de la tangente BD: mais on voit que cet angle eft plus petit que celui IBG de la véritable hauteur, de la quantité dont l'horifon eft incliné. Ce feroit tout le contraire fi on prenoit *par devant* la hauteur d'un Aftre H: car on trouveroit par le moïen de l'Inftrument l'angle HBD qui eft trop grand; & ainfi il faudroit alors retrancher l'angle de l'inclinaifon.

§. LIX.

Au furplus il eft très-facile de calculer cette inclinaifon de l'horifon pour toutes les différentes élévations de l'obfervateur au-deffus de la Mer, auffi-tôt qu'on fupofe que le raïon vifuel eft une ligne droite. Il eft fenfible que cette inclinaifon eft égale à l'angle fait au centre de la terre, par la ligne BC & par le femi-diametre CD qui fe rend au point D où le raïon touche la furface de la Mer. Ainfi fi dans le triangle rectangle BCD, on compare le raïon DC de la terre au finus total; BC qui eft connuë, puifque c'eft la diftance de l'obfervateur au centre de la terre, repréfentera la fecante de l'angle BCD & en même-tems celle de l'angle de l'inclinaifon BFD. En un mot on peut toujours faire cette proportion, le raïon de la terre eft au finus total, comme la diftance BC de l'obfervateur au centre de la terre eft à la fecante de l'inclinaifon, & il n'y aura qu'à renverfer cette analogie pour trouver la diftance de l'obfervateur au centre de la terre, lorfque l'inclinaifon de l'horifon fera donnée. C'eft de cette forte qu'on a calculé la Table fuivante.

Table

Fig. 15.

Table des inclinaisons de l'Horison sensible.

Elévations au-dessus de la Mer.		*Inclinais. de l'horison visuel.*	*Elévations au-dessus de la Mer.*	*Inclinais. de l'horison visuel.*	*Elévations au-dessus de la Mer.*	*Inclinais. de l'horison visuel.*
Pieds	Pouc.	Min.	Pieds.	Min.	Pieds.	Min.
0	10	1	365	21	1395	41
3	4	2	401	22	1470	42
7	5	3	439	23	1534	43
13	3	4	478	24	1607	44
20	9	5	519	25	1681	45
29	11	6	561	26	1756	46
39	9	7	605	27	1833	47
53	2	8	651	28	1912	48
67	3	9	698	29	1993	49
83	0	10	747	30	2074	50
100	5	11	798	31	2159	51
119	5	12	850	32	2244	52
140	3	13	904	33	2331	53
162	8	14	960	34	2420	54
186	8	15	1017	35	2511	55
212		16	1076	36	2603	56
240		17	1136	37	2697	57
269		18	1198	38	2792	58
299		19	1262	39	2889	59
331		20	1328	40	2988	60

§. LX.

Comme les plus grands Vaiſſeaux ne ſont pas fort élevez au-deſſus de la ſurface de la Mer, il n'y aura que les premiers nombres de la Table précédente qui pourront ſervir. Les autres ſeroient ſeulement d'uſage, ſi étant à terre ſur quelque montagne proche de la Mer, on vouloit obſerver la hauteur des Aſtres à la maniere des Marins, en prenant pour horiſon l'extremité aparente de la Mer. Mais dans ce cas la Table précédente ne ſeroit pas aſſez exacte : car le raïon viſuel BD ſe courbe ſenſi-

Fig. 13. blement par les réfractions, dans le long trajet qu'il a à faire depuis l'œil jusques vers le point D. Le raïon visuel doit se courber sensiblement, puisqu'il est, comme nous l'avons déja dit à la fin de la premiere Partie, une portion de la *solaire* ou de la ligne courbe que tracent les raïons de lumiere, en traversant l'Atmosphere: & il est clair que cette courbure des raïons, doit rendre les inclinaisons de l'horison un peu plus petites que celles qui sont marquées ci-dessus. Si on étoit, par exemple, élevé au-dessus de la surface de la Mer de 2440 pieds ou de 2460, l'inclinaison de l'horison visuel seroit selon la Table d'environ 54′ 20″: & cependant M. *Cassini* observa le 12 Mars 1701, au pied de la tour de la *Massane*, qui est proche de *Collioure*, & qui est élevé de 408 $\frac{1}{2}$ Toises ou de 2451 pieds que l'inclinaison de l'horison visuel n'étoit que de 50′ 20″. La différence étant assez considérable, nous avons cru qu'il étoit à propos de nous servir de la Théorie établie dans le Chapitre précedent, pour tâcher de découvrir les inclinaisons de l'horison avec plus d'exactitude. C'est même ce qui nous a engagé à ne traiter ce sujet qu'après avoir examiné les réfractions; sans cela nous eussions suivi un ordre contraire. Ce que nous avons dit des réfractions nous met en effet plus en état de connoître exactement les inclinaisons de l'horison. Mais cela n'empêche pas que pour avoir la hauteur véritable d'un Astre, on ne doive toujours, à parler dans la rigueur, corriger l'inclinaison de l'horison avant de corriger la réfraction: Car les réfractions qui sont marquées dans la Table, ne sont pas calculées pour des hauteurs mesurées au-dessus d'un horison incliné; mais pour des hauteurs mesurées au-dessus d'un horison parfaitement de niveau.

De l'Inclinaison de l'Horison aparent, lorsque les raïons visuels sont pris pour des lignes courbes.

§. LXI.

Considerons la Figure 14, dans laquelle ✝AE est une partie de la surface de la terre & BG est la courbe des dilatations de l'Atmosphere; & suposons comme ci-devant (§. 43.) que cette ligne BG est tracée de sorte que sa premiere ordonnée AB soit égale au semi-diametre AC de la terre. Cette condition fera que si AP est une portion de *solaire* ou de la ligne courbe que trace dans l'Atmosphere un raïon de lumiere, & que si cette courbe touche la surface de la terre en A; les perpendiculaires CR tirées du centre C sur les tangentes PR de cette ligne, seront non-seulement proportionelles aux ordonnées correspondantes FG de la courbe des dilatations; mais elles leur seront aussi égales. C'est ce qui suit de ce qu'on a dit dans le Chapire précédent (§. 41.) car la solaire AP rencontrant CA perpendiculairement en A, il doit y avoir même raport de CA à AB que de CR à FG: mais puisque les deux premiers termes de cette proportion sont égaux entr'eux, les deux derniers CR & FG le seront aussi. Si maintenant on fait attention que la courbe AP peut être prise pour le raïon visuel d'un observateur qui seroit situé en P, & qui étendant sa vuë aussi loin que lui permettroit la rondeur de la terre, regarderoit l'extremité aparente A de la Mer, on reconnoîtroit que l'angle RPC est le complement de l'inclinaison de l'horison aparent, puisque le raïon visuel AP est dirigé lorsqu'il entre dans l'œil de l'observateur P, comme s'il venoit du point R, & qu'il fait avec la verticale PC l'angle RPC. Il doit donc y avoir par consequent dans le triangle rectangle CPR, même raport de CP à CR que du sinus total au sinus du complement de l'inclinaison proposée de l'horison vi- Fig. 14.

Fig. 14. ſuel. Mais pour mettre ce raport entre CP & CR, on n'a qu'à le mettre entre les deux autres lignes CF & FG qui leur ſont égales ; & il eſt clair que pour le mettre entre ces deux dernieres lignes, on n'a qu'à prendre AC pour le ſinus total, & faire AΩ égal au ſinus de complement de l'inclinaiſon propoſée & tirer la ligne CG par le point Ω. Ainſi voici une conſtruction très-ſimple & très-générale. C'eſt de faire l'arc AΨ égal au complement de l'inclinaiſon de l'horiſon ou égal à l'angle RPC qu'on veut que faſſe le raïon viſuel AP avec la verticale CP de l'obſervateur ; & tirant du point Ψ la ligne ΨΩ parallelement à CA, afin de faire ΩA égale au ſinus ΨΦ, il n'y aura qu'à tirer par le point Ω la ligne CG, juſqu'à ce qu'elle rencontre la courbe BG des dilatations en quelque point G ; & menant enſuite l'ordonnée GF parallelement à BA ou perpendiculairement à CF, le point F fera connoître combien il faut que l'obſervateur P ſoit élevé au-deſſus de la Mer, pour que ſon horiſon viſuel ſoit incliné de la quantité preſcrite.

§. LXII.

Pour reſoudre le même problême pat le calcul, on continuera de nommer y les diſtances CP ou CF au centre de la terre, & z les ordonnées FG de la courbe des dilatations : & ſi on prend de plus r pour le ſinus total, & i pour le ſinus du complement de l'inclinaiſon qu'on veut qu'ait l'horiſon aparent ; on aura à cauſe du triangle rectangle CRP cette analogie, $r \mid CP = y \parallel i \mid CR = FG = z$: D'où on tire $rz = iy$. Or il ſuffit, comme il eſt ſenſible, d'introduire dans cette petite formule la valeur de z en y, (valeur qu'on connoît toujours, auſſi-tôt qu'on ſçait la nature de la courbe des dilatations,) & il viendra une autre équation qui ne contiendra plus que y de ſeule inconnuë, & dont il n'y aura plus par conſequent qu'à chercher les racines. On a ſupoſé dans l'autre Chapitre $z = a^{1-m} y^{m}$ & on a trouvé qu'entre la

multitude infinie d'hypotheſes que cette équation repré- Fig. 14.
ſente, c'eſt $z = a^{\frac{22458}{25758}} y^{\frac{3300}{25758}}$ qui eſt conforme aux obſervations. On n'a donc qu'à introduire $a^{\frac{22458}{25758}} y^{\frac{3300}{25758}}$ ou plus généralement $a^{1-m} y^{m}$ à la place de z dans la formule $rz = iy$: il viendra $r a^{\frac{22458}{25758}} y^{\frac{3300}{25758}} = iy$ ou $ra^{1-m} y^{m} = iy$; & ſi à cauſe de la trop haute dimenſion de ces équations, on les reſoud par les logarithmes, on trouvera $Ly = La + \frac{25758}{22458} \times \overline{Lr - Li}$ ou généralement $Ly = La + \frac{1}{1-m} \times \overline{Lr - Li}$. Or il eſt très-facile de trouver par ces formules, combien l'obſervateur doit être élevé au-deſſus de la Mer, pour que ſon horiſon viſuel ſoit incliné d'une quantité donnée. Il n'y a, comme on le voit, qu'à multiplier par $\frac{25758}{22458}$ ou généralement par $\frac{1}{1-m}$, l'excès du logarithme Lr du ſinus total ſur le logarithme Li du coſinus de l'inclinaiſon propoſée ; & ajoutant le produit au logarithme du ſemi-diametre terreſtre a, il viendra le logarithme de la diſtance y de l'obſervateur au centre de la terre : & il ne reſtera donc plus qu'à ſouſtraire de cette diſtance y, le ſemi-diametre a. Cette méthode nous a procuré la Table ſuivante.

Fig. 14.

Nouvelle Table des Inclinaiſons de l'Horiſon viſuel.

Elévations au-deſſus de la Mer.		Incli-naiſ. de l'horiſon ſenſible.	Elévations au-deſſus de la Mer.	Incli-naiſ. de l'horiſon ſenſible.	Elévations au-deſſus de la Mer.	Incli-naiſ. de l'horiſon ſenſible.
Pieds	Pouc.	Min.	Pieds.	Min.	Pieds.	Min.
	11	1	420	21	1601	41
3	9	2	459	22	1680	42
8	7	3	504	23	1761	43
15	3	4	548	24	1844	44
23	10	5	595	25	1928	45
34	3	6	645	26	2015	46
46	7	7	694	27	2103	47
60	11	8	747	28	2194	48
77	0	9	801	29	2286	49
95	2	10	857	30	2381	50
115	1	11	915	31	2477	51
136	11	12	975	32	2575	52
160	9	13	1037	33	2674	53
186	5	14	1101	34	2777	54
214		15	1166	35	2881	55
243		16	1234	36	2986	56
275		17	1304	37	3094	57
308		18	1375	38	3203	58
343		19	1448	39	3324	59
381		20	1524	40	3428	60

§. LXIII.

Il paroîtra peut-être que c'eſt pouſſer la délicateſſe trop loin, de vouloir obliger les Pilotes à ne ſe ſervir que de cette ſeconde Table au lieu de la premiere. Mais cependant il ſuffit que l'obſervateur ſoit élevé de trente pieds, pour que la différence ſoit déja de près d'une demie minute : & ſi on étoit obligé de monter dans la hune afin de découvrir la Mer par-deſſus quelques iſles ou quelques rochers, l'erreur pourroit aller à près d'une minute. Or nous ſommes perſuadez qu'on ne doit preſ-

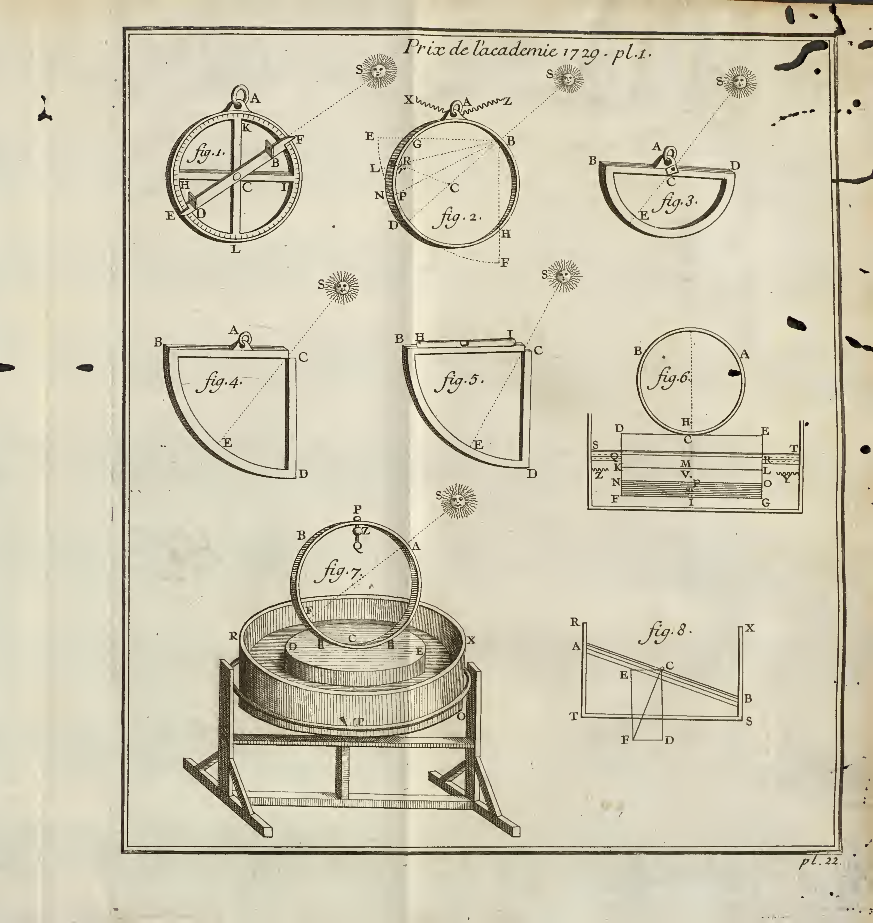
que rien négliger dans une ſemblable matiere : car quelque ſoin & quelque peine qu'on ſe donne, il arrive qu'on ſe trompe encore ſouvent d'une quantité trop ſenſible. D'ailleurs il étoit toujours néceſſaire d'entreprendre la diſcuſſion précédente, au moins pour ſçavoir, comme on l'a déja dit, ce qu'on doit penſer de l'exactitude de la Table ordinaire. Fig. 14.

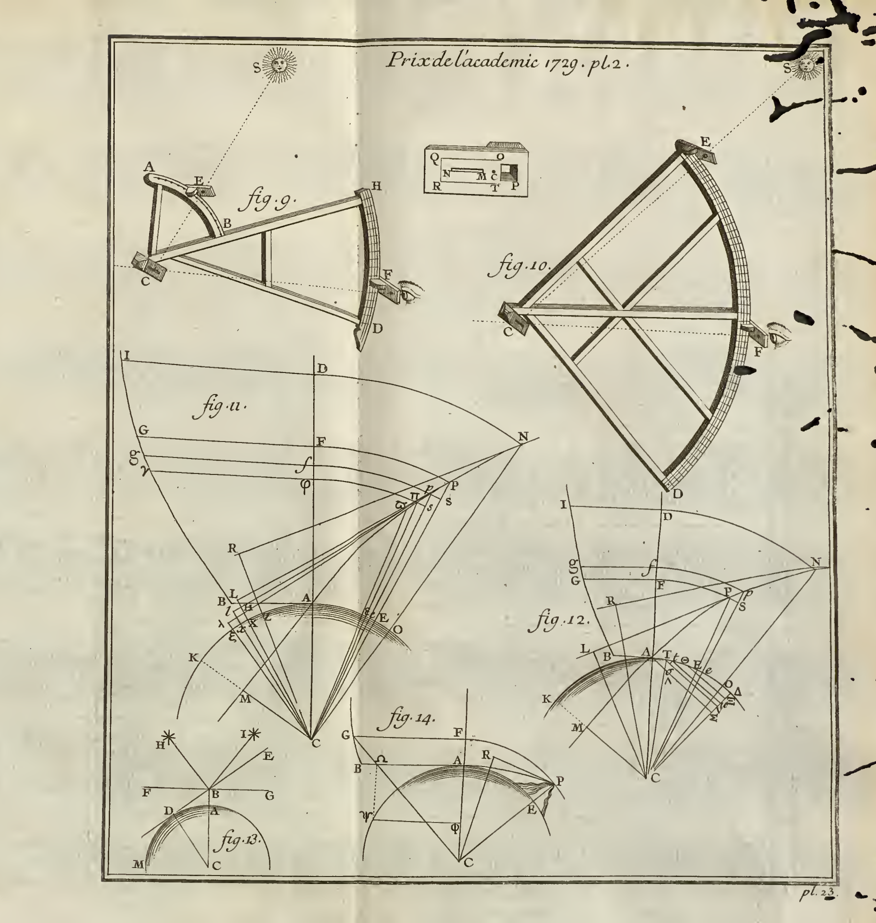
§. LXIV.

Enfin ſi dans la formule $Ly = La + \frac{25758}{22458} \times \overline{Lr - Li}$, ou $Ly = La + \frac{1}{1-m} \times \overline{Lr - Li}$, on traite le coſinus i de l'inclinaiſon de l'horiſon aparent, comme inconnu, on trouvera $Li = Lr - \frac{22458}{25758} \times \overline{Ly - La}$ ou plus généralement $Li = Lr - \overline{1 + m} \times \overline{Ly - La}$; & on pourra aiſément par le moïen de ces nouvelles formules découvrir l'inclinaiſon de l'horiſon aparent, lorſqu'on connoîtra l'élévation de l'obſervateur au-deſſus de la ſurface de la Mer. Après avoir pris l'excès du logarithme Ly de la diſtance de l'obſervateur au centre de la terre, ſur le logarithme La du raïon même de la terre, il faudra multiplier cet excès par $\frac{22458}{25758}$ ou généralement par $1 - m$, & retranchant le produit qu'on trouvera du logarithme Lr du ſinus total, il viendra le logarithme Li du ſinus de complement de l'inclinaiſon de l'horiſon viſuel. Si on vouloit après cela trouver la diſtance à l'horiſon ou à l'extremité aparente de la Mer, il n'y auroit qu'à multiplier le nombre de minutes & de ſecondes de l'inclinaiſon aparente, par $\frac{1}{1-m}$ ou par $\frac{25758}{22458}$; & il viendroit la diſtance requiſe en minutes & ſecondes de grand cercle de la terre. C'eſt ce qu'on ne demontre point, parce que cela n'eſt point néceſſaire à nôtre ſujet : Il ſuffit d'ajouter que

Fig. 14. comme les réfractions sont sujettes à plusieurs irrégularitez, tant à cause de la différente quantité de vapeurs qui se soutiennent dans la partie basse de l'Atmosphere, que parce que la masse même de l'air est sujette à changer de hauteur, on ne peut pas promettre que les déterminations précédentes s'accordent toujours dans la derniere rigueur, avec les observations qu'on pourra faire. Mais les irrégularitez se faisant tantôt dans un sens & tantôt dans un autre, les raïons de lumiere doivent être plus ou moins courbes; & c'est donc assez, pour que les calculs aïent toute l'exactitude possible, qu'ils représentent toujours la courbure moïenne des raïons. Or nous avons lieu de croire, que si les calculs qu'on a mis en usage jusques ici n'ont point eu ce degré de perfection, & que s'ils n'ont pas dû faire trouver les quantitez moïennes, parce qu'ils n'ont toujours été faits que dans la supposition que les raïons de lumiere sont des lignes droites; ce ne sera pas tout-à-fait la même chose des supputations que nous avons emploïées.

FIN.


Prix de l'academie 1729 . pl.1.
fig.1.
fig.2.
fig.3.
fig.4.
fig.5.
fig.6.
fig.7.
fig.8.
pl. 22.


Prix de l'academie 1729. pl. 2.
fig. 9.
fig. 10.
fig. 11.
fig. 12.
fig. 13.
fig. 14.

NOUVELLES PENSÉES SUR LE SYSTÊME DE M. DESCARTES,

Et la maniere d'en déduire les Orbites & les Aphélies des Planètes.

PIECE QUI A REMPORTE' LE PRIX PROPOSE' par l'Académie Royale des Sciences pour l'année 1730.

Par M. JEAN BERNOULLI *Professeur des Mathématiques à Bâle, & membre des Académies Royales des Sciences de France, d'Angleterre & de Prusse.*



A PARIS, RUE S. JACQUES.
Chez CLAUDE JOMBERT, au coin de la ruë des Mathurins, à l'Image Notre-Dame.

M. DCC. XXX.
AVEC PRIVILEGE DU ROY.

AVERTISSEMENT.

L'ACADEMIE a trouvé cinq Piéces parmi celles qui lui ont été envoyées, qui méritoient de concourir, & principalement la Piece N°. 13. dont la Devise est :

Me vero primum dulces ante omnia Musæ
Accipiant, Cœlique vias & sydera monstrent.

Les autres sont la Piece N°. 3. dont la Devise est : *Sicut tenebræ ejus, ita & lumen ejus.* La Piece N°. 26. dont la Devise est : *Multa contigit scire, sed non intelligere.* La Piece N°. 20. dont la Devise est : *Cœli enarrant gloriam Dei, & opera manuum ejus annunciat firmamentum.* Et la Piece N°. 27. dont la Devise est : *Ex minimis maxima.*

NOTA. *Page 16. après la ligne* 22. au lieu de, $\frac{vv}{x}$) nous donnera $xdx + \frac{vv}{x} = vvdx$ pour la force centrifuge.

lisez

$\frac{vv}{x}$) nous donnera $xdx \times \frac{vv}{x} = vvdx$ pour la force centrifuge



CATALOGUE
des Ouvrages contenus dans ce Recueil.

VI. Traité des petits tourbillons de la matiere subtile; pour servir d'introduction à une nouvelle Physique, & d'éclaircissement à la Piece precédente, qui a remporté le Prix en 1726. par le même Auteur, *60. pages.*

VII. Discours sur les loix de la communication du mouvement, qui a merité l'éloge de l'Academie Royale des Sciences, & qui a concouru aux Prix des années 1724. & 1726. par M. Jean Bernoulli Professeur en Mathematique à Bâle. 110. *pages & 5. planches qui sortent.*

VIII. De la Mâture des Vaisseaux : Piece qui a remporté le prix de l'Academie Royale des Sciences, l'année 1727. Par M. Bouguer Professeur Royal en Hydrographie au Croisic & Membre de l'Academie de Bordeaux, qui a remporté le Prix en 1730. *le tout en* 164. *pages & 5. planches gravées en taille douce.*

IX. *Meditationes super problemate nautico de implantatione malorum quæ proxime accessere ad præmium anno* 1727. 48 pag. *cum duobus tabulis æneis, cælo incisis.*

X. De la mâture des Vaisseaux : Piece qui a concouru au Prix de l'année 1727. par M. Camus. *65. pages & 3. planches.*

XI. *De causa gravitatis physica generali disquisitio experimentalis, quæ præmium à Regia Scientiarum Academia, anno* 1728. *retulit auctore Georg. Bernh. Bulffinger, Physicæ experimentalis, & Theoreticæ Profess. Petropoli.* 40. pag. *cum duobus tabulis aquâ forti incisis.*

XII. De la méthode d'observer exactement sur Mer la hauteur des Astres : Piece qui a remporté le Prix de l'Academie Royale des Sciences en 1729. par M. Bouguer Professeur en Hydrographie au Croisic, & qui a remporté le Prix en 1727. *pages 72. avec deux planches qui sortent.*

XIII. Nouvelles pensées sur le Systême de M. Descartes, & la maniere d'en déduire les Orbites & les Aphélies des Planètes : Piece qui a remporté le Prix de l'Academie Royale des Sciences en 1730. Par M. Jean Bernoulli Professeur en Mathematique à Bâle.



NOUVELLES PENSÉES SUR LE SYSTÊME DE M. DESCARTES,

Et la maniere d'en déduire les Orbites & les Aphélies des Planètes.

****

Virtus recludens immeritis mori
Cœlum, negata tentat iter via.
Horat. Od. 2. Lib. 3. Carm.



§. I.



L'Illustre Académie des Sciences ayant proposé pour l'année 1730. cette question : *Quelle est la cause de la figure elliptique des Orbites des Planetes, & pourquoy le grand axe de ces Ellipses change de position, ou ce qui revient au même, Pourquoy leur Aphélie, ou*

leur Apogée répond ſucceſſivement à differens points du Ciel? J'ai cru qu'il m'étoit permis d'eſſayer mes forces ſur ce ſujet. On ſera peut-être ſurpris de voir que j'oſe reproduire ſur la ſcene les Tourbillons céleſtes, dans un tems où pluſieurs Philoſophes, particulierement des Anglois, les regardent comme de pures chimeres, & n'en parlent qu'avec le dernier mépris; mais la ſavante COMPAGNIE à l'éxamen de laquelle je ſoumets mes penſées, jugera ſi on a raiſon de condamner un Syſtême bâti ſur des principes clairs & intelligibles, & de lui en ſubſtituer un autre fondé ſur des principes dont on ne peut ſe former aucune idée; ce qui en matiere de Phyſique me paroit une raiſon ſuffiſante pour rejetter un tel Syſtême, quand il ſeroit au reſte le plus heureuſement inventé pour l'explication de tous les Phénomènes, ſur tout ſi on a les moyens en main de faire voir que par le premier Syſtême bien ménagé, on eſt en état, non ſeulement de rendre raiſon de ces mêmes Phénomènes; mais auſſi de répondre aux objections les plus fortes qu'on a voulu faire valoir en Angleterre, comme des armes invincibles contre les Tourbillons. Or je montrerai dans ce petit Diſcours qu'on a effectivement ces moyens pour éxécuter l'un & l'autre. Je vais commencer par faire une courte diſcuſſion des differentes idées que l'on a ſur le Syſtême général du Monde; enſuite je répondrai à la prétendue impoſſibilité des Tourbillons fondée ſur deux Propoſitions de M. Newton; En troiſiéme lieu je donnerai la ſolution de la queſtion propoſée, par l'hypotheſe des Tourbillons.

§. II.

Les deux parties que contient cette Queſtion, conſiſtent à déterminer 1°. la cauſe des Ellipſes que les Planètes décrivent dans le Ciel, 2°. la cauſe du changement de poſition des grands axes de ces Ellipſes. On

ſuppoſe donc, comme une choſe avérée, que les Orbites des Planètes ont une figure elliptique, & que les Aphélies ſont mobiles.

§. III.

On a raiſon de le ſuppoſer ; les Phénomènes démontrent l'un & l'autre, quoique quant aux Planètes principales, le mouvement de leur Aphélie ſoit ſi lent, que pluſieurs, tant Aſtronomes que Philoſophes, ont voulu douter s'il eſt véritable, ou plûtôt apparent ; mais je le ſuppoſerai réel & véritable, d'autant plus qu'il découle fort naturellement du Syſtême dont j'entreprends la défenſe.

§. IV.

L'arrangement des parties du Monde, l'ordre & le mouvement des Aſtres, enfin la ſymmetrie entre tout ce qui compoſe l'Univers, eſt ce qu'on nomme communément le Syſtême du Monde ; mais comme c'eſt une explication phyſique qu'on demande ſur les deux points en queſtion, on voit bien qu'il ne ſuffit pas de regarder ce grand édifice avec des yeux Aſtronomes, c'eſt-à-dire de ſe contenter de ſavoir le cours & les autres ſymptomes des Aſtres, ſuivant les régles établies par les obſervations & l'idée du Syſtême qu'on adopte, ſans ſe mettre en peine comment ni pourquoy les choſes ſont ainſi faites & point autrement. Il faut de plus pénétrer dans les Cauſes phyſiques, connoître les Loix du mouvement, & les prendre de la ſource, ſi on veut être en état de rendre raiſon des effets obſervés par les Aſtronomes.

§. V.

Cependant comme les Aſtronomes ſont obligés de

choiſir un Syſtême qui convienne, autant qu'il eſt poſſible, aux Phénomenes céleſtes dans toutes les particularités qui les accompagnent; auſſi les Phyſiciens ne ſont pas moins obligés de s'y tenir préférablement à tout autre; car comment pourroit-on tirer des vérités en raiſonnant ſur une hypothèſe douteuſe, ou tout-à-fait fauſſe? Ainſi je ne m'arrêterai pas au Syſtême de Ptolomée, ni à celui de Ticho, puiſqu'il y a long-tems qu'on reconnoît l'inſuffiſance de l'un & de l'autre, tant pour l'Aſtronomie que pour la Phyſique.

§. VI.

Le Syſtême de Copernic eſt celui qui quadre le mieux pour l'Aſtronomie, comme étant le plus ſimple. On ſatisfait par ſon moyen aux principaux Phénomènes; & il eſt d'ailleurs confirmé par un grand nombre d'obſervations & par des découvertes nouvellement faites, depuis qu'on a trouvé moyen d'employer les grands tuyaux optiques pour obſerver le Ciel. Les Satellites de Jupiter & ceux de Saturne qui font leurs révolutions autour de ces Aſtres, le mouvement propre de Jupiter, celui de Mars & de Venus ſur leur centre, ſemblable au mouvement diurne de la Terre, les Phaſes croiſſantes & décroiſſantes de Venus, le mouvement du Soleil autour de ſon centre fixe & immobile, & pluſieurs autres découvertes de cette nature, ſont autant de preuves preſque certaines de la vérité du Syſtême de Copernic. Auſſi les Aſtronomes les plus habiles & de ce ſiécle & du paſſé, l'ont-ils reçû ſans difficulté, comme le ſeul qui puiſſe expliquer tous ces Phénomènes d'une maniere ſimple & naturelle.

§. VII.

Mais pour ce qui eſt des cauſes Phyſiques qui pro-

duiſent les mouvemens des corps céleſtes & les variétés de ces mouvemens, il s'en faut beaucoup que les Philoſophes ne ſoyent d'accord entre eux. Mon but n'eſt pas d'éxaminer le ſentiment de chacun; on ne l'éxige pas. Je me propoſe ſeulement, parce que cela me conduit à mon ſujet, de confronter les deux differentes opinions qui ont fait le plus de bruit dans le monde. La premiere eſt celle de M. Deſcartes; la ſeconde qui eſt la plus en vogue en Angleterre, vient du fameux M. Newton.

§. VIII.

Pour parler de cette derniere, en premier lieu, on ſait que M. Newton l'a bâtie ſur les vûës de Kepler, dont il a emprunté le fondement pour compoſer ſon Syſtême. Il ne faut pas nier qu'il n'ait éxécuté ſon deſſein fort heureuſement par la force centrifuge des Planètes contrebalancée par une force contraire de leur gravitation vers le centre du mouvement. Quant à la premiere de ces deux forces, ſa nature eſt connuë, on en conçoit clairement la cauſe, & perſonne ne fait difficulté d'accorder, qu'une pierre, par éxemple, agitée en rond par une fronde, acquiert un effort continuel pour s'éloigner du centre, parce qu'elle eſt empêchée par la fronde de ſe mouvoir en ligne droite, qui eſt la tangente du cercle en tout point où la pierre ſe trouve, & qui eſt la direction naturelle qu'elle ſuivroit, ſi elle n'étoit point retenuë par la fronde: Et comme il faut une certaine force pour détourner à tout moment la pierre de ſon mouvement rectiligne, il eſt viſible qu'elle doit faire une réſiſtance égale (puiſque l'action & la réaction ſont toujours égales) & c'eſt dans cette réſiſtance que conſiſte la force centrifuge. Ainſi cette force eſt reconnuë & admiſe comme un principe clair & intelligible.

§. IX.

Mais quand il s'agit d'expliquer la cauſe de la gravitation des Planètes ſur le Soleil, & la raiſon pourquoy elles ne trouvent point de réſiſtance de la part du milieu dans lequel elles ſe meuvent, il a falu hazarder deux ſupoſitions hardies, qui révoltent les eſprits accoûtumés à ne recevoir dans la Phyſique que des principes inconteſtables & évidens. La prémière de ces ſuppoſitions eſt d'attibuer aux corps une vertu ou faculté *attractive*, par laquelle ils s'attirent mutuellement, ſans le ſecours d'aucune autre action. La ſeconde conſiſte à ſuppoſer dans le Monde un *vuide* parfait. Voilà donc *l'attraction & le vuide* (comme dit agréablement M. de Fontenelle) *bannis de la Phyſique par Deſcartes, & bannis pour jamais ſelon les apparences, y reviennent ramenés par M. Newton, armés d'une force toute nouvelle, dont on ne les croyoit pas capables, & ſeulement peut-être un peu déguiſés*; deux principes qui tendent directement à rétablir ſur le trône le Péripathétiſme, qui a tyranniſé ſi longtems les anciens Philoſophes. Auſſi M. Newton a-t-il bien ſenti & prévû les objections qu'on lui feroit, en particulier contre la péſanteur innée des corps, c'eſt pour cela qu'il proteſte en pluſieurs endroits, qu'il n'adopte ce ſentiment que comme une hypothèſe, par exemple, à la page 389. de ſes Principes Phil. Nat. Edit. derniere: *Attamen*, dit-il, *gravitatem corporibus eſſentialem eſſe minime affirmo*, plus retenu en cela que ſes Sectateurs outrés, tels que M. Cottes, qui a fait la Préface devant cette Edition, où il prétend poſitivement & d'un air impérieux contre les Cartéſiens. pag. 8. & 9. *Que la péſanteur n'eſt pas moins eſſentielle aux corps que leur étenduë, mobilité & impetrabilité.* On voit là le Diſciple plus courageux que le Maître.

§. X.

Mais puiſque cette confiance de parler ne nous oblige en aucune maniere de donner aveuglément dans ces ſentimens incompréhenſibles, il nous ſera permis d'abandonner le Syſtême de M. Newton, quelque ingénieux qu'il ſoit, juſqu'à ce qu'il ſoit délivré de tout ce qui choque la ſaine raiſon, comme en effet, je crois avoir trouvé un expédient tout particulier pour expliquer la gravitation des Planètes par une cauſe purement méchanique, ſans recourir ni à l'attraction, ni au vuide, avec cet avantage, que je me fais fort de montrer clairement, pourquoi les gravitations des Planètes ſur le Soleil doivent être en raiſon renverſée des quarrés des diſtances au centre du Soleil, ce que M. Newton & ſes Sectateurs ont ſeulemenr ſuppoſé comme une hypothèſe ſans pouvoir le démontrer, pour en déduire les Ellipſes, au foyer deſquelles on place le Soleil, ou le centre auquel tendent les gravitations. Mais mes penſées là-deſſus me donneroient matiere à une autre Diſſertation, que j'aurai l'honneur de communiquer à l'illuſtre ACADE'MIE, quand je verrai que celle-ci aura été reçûë favorablement. Je m'attache pour le préſent à convaincre les Adverſaires des Tourbillons, qu'ils ſont beaucoup plus commodes qu'on ne l'a crû juſqu'ici, pour ſauver les Phénomènes, en particulier ceux dont il eſt ici queſtion, ce qui diſſipera en quelque façon les difficultés, auſquelles ce Syſtême étoit ſujet.

§. XI.

Les Tourbillons que M. Deſcartes a introduits, ſont trop connus des Phyſiciens pour en faire une ample deſcription. On ſait que par ces Tourbillons il a prétendu expliquer deux effets principaux, ſavoir le mou-

vement des Planètes autour du Soleil, & la nature de péſanteur, qui fait deſcendre les corps groſſiers vers le centre de la Terre ou d'une autre Planète. Mais ce Syſtême tout ſpécieux qu'il eſt d'abord, n'a pas manqué de rencontrer ſes Antagoniſtes : on y a trouvé à redire ſur tout ; que par les Tourbillons il eſt très-difficile d'expliquer la Règle de Kepler, que les obſervations les plus éxactes vérifient d'une maniere admirable. En conſéquence de cette Règle les Planètes décrivent au tour du centre du Soleil, non par des cercles excentriques, comme on croyoit, mais des Ellipſes, quoique approchantes des cercles ; le Soleil eſt dans un des foyers de chacune de ces Ellipſes ; le tems pour parcourir un arc d'une Ellipſe eſt proportionel à l'aire du Secteur Elliptique formé par cet arc & les deux lignes droites tirées du foyer aux extrémités du même arc ; Les tems périodiques des révolutions entières des Planètes ſont en raiſon ſeſquipliquée de leurs diſtances moyennes au centre du Soleil, c'eſt-à-dire, que les quarrés des tems périodiques, ſont comme les cubes de ces diſtances. D'où il ſuit, que la viteſſe moyenne des Planètes eſt réciproquement comme la racine quarrée de leur diſtance moyenne. Enfin tout cela s'obſerve auſſi dans les Planètes ſécundaires ou Satellites au tour de leur Planète principale.

§. XII.

D'ailleurs M. Deſcartes a tâché de rendre quelque raiſon pourquoy une même Planète eſt tantôt plus, tantôt moins éloignée du Soleil, ce qui ſe fait, ſelon lui & ſes Commentateurs, parce que le Tourbillon ſolaire, entouré de pluſieurs autres Tourbillons inégaux, en eſt preſſé inégalement, en ſorte que l'interſtice par où doit paſſer la matiere du Tourbillon, étant d'un côté plus étroit, & du côté oppoſé plus large, il faut que la

Planète

Planète s'approche plus du Soleil, & marche plus vite là où elle eſt ſerrée, & qu'elle s'éloigne plus du Soleil, & aille plus lentement à l'endroit où elle eſt plus au large. Quand on accorderoit cela, on voit bien que les Orbites des Planètes ne feront pas des cercles, & qu'elles auront leurs Aphélies & Perihélies; mais faut-il pour cela, dira-t-on, que les Orbites ſoyent juſtement des Ellipſes? Que le Soleil ſoit juſtement placé dans un des foyers? Que les Planètes obſervent ſi préciſément dans leur cours la loi de Kepler? Faut-il auſſi que les apſides ſoyent mobiles, nonobſtant que l'inégalité des interſtices entre le Soleil & les Tourbillons voiſins paroiſſent par cette explication devoir occuper toujours les mêmes endroits, par raport aux étoiles fixes? Voudra-t-on dire que Dieu a fait exprès un arrangement tout particulier par une eſpèce de miracle entre les Tourbillons, pour produire ces effets? en vérité cela ſeroit ce qu'on apelle *Deum accerſere ex machina.* On pourroit ſoûtenir avec le même droit, que Dieu dirige immédiatement par ſa Toute-puiſſance la machine de l'Univers, & que c'eſt ſa pure volonté, que les Corps céleſtes ſe meuvent de la ſorte, & point autrement; ou bien on pourroit rapeller ces Génies ou ces Intelligences, que Dieu a conſtituées, ſelon la groteſque idée de certains Anciens, pour tourner éternellement les Cieux & les Aſtres, en obſervant la Règle de Kepler. Mais s'il étoit permis de raiſonner ſur ce pied-là en entaſſant hypothèſes ſur hypothèſes, il n'y auroit aucun Phénomène dans la Nature des choſes, dont on ne pût imaginer ſur le champ quelque explication, ſemblable à celle que donne par plaiſanterie M. Cottes dans ſa préface que j'ai alléguée ci-deſſus, où pour ſe rire des Tourbillons Cartéſiens, il dit, quoiqu'avec un peu trop de préſomption, qu'ils ne ſont pas plus propres pour expliquer les mouvemens des Planètes, que ſeroit l'hypothèſe de celui qui pour

rendre raiſon pourquoi une pierre jettée en l'air décrit une Parabole, voudroit ſoûtenir, que c'eſt parce qu'il y a une matiere ſubtile qui ſe meut en tous ſens, & toûjours ſur des Paraboles grandes & petites, tellement que la pierre entrainée par le cours de cette matiere, ſera obligée de ſuivre la route de l'une ou de l'autre de ces Paraboles, ſelon la direction & la force avec laquelle la pierre a été jettée.

§. XIII.

Un tel uſage des Tourbillons ſeroit, en vérité, ridicule; mais d'un autre côté on leur feroit grand tort de les rejetter tout-à-fait à cauſe des difficultés qui ſe préſentent d'abord. Si on veut être équitable, il faut voir ſi on ne peut pas les lever par quelque tempérament ou explication raiſonnable. Ce ſeroit une eſpece d'ingratitude, ſi nous ne reconnoiſſions que c'eſt principalement à M. Deſcartes que nous ſommes redevables des premieres idées qu'il nous a données pour raiſonner en Phyſique, ſur des principes qu'on peut entendre clairement, au lieu de tout ce fatras de qualités occultes, de formes ſubſtantielles, de facultés, de vertus plaſtiques, & de cent autres chimeres ſemblables que l'Antiquité nous avoit laiſſées.

§. XIV.

Les Tourbillons ſe préſentent ſi naturellement à l'eſprit, qu'on ne ſauroit preſque ſe diſpenſer de les admettre. Mais pour diſſiper les inconveniens qui réſultent de la manière dont M. Deſcartes veut qu'ils emportent les Planètes, ne fera-t-on pas bien d'y apporter quelque remède, en montrant un autre effet auquel on n'a pas ſongé, qui nous mette en état d'en tirer, d'une manière ſimple & claire, les Phénomènes

des Aſtres, comme je tâcherai de faire, lorſqu'après cette diſcuſſion j'aurai l'honneur d'expoſer à mes Juges la nouvelle idée que j'ajoûte au Syſtême de Deſcartes, qui me paroît la plus ſimple & la plus naturelle, tant pour obvier aux difficultés, que pour donner une réponſe convenable au ſujet de la queſtion propoſée par l'ACADE'MIE.

§. XV.

Quoique les Tourbillons Cartéſiens ſoyent, comme nous venons de voir, ſujets à de grandes difficultés, il faut avoüer auſſi qu'il y en a, formées même par des Philoſophes célèbres, qui ne ſont qu'apparentes, & qu'on peut d'abord diſſiper par des réponſes ſolides. En effet, le Savant M. Saurin n'a-t-il pas ſolidement répondu dans les Mémoires de l'ACADE'MIE de 1709. à l'objection de M. Huguens ſur la cauſe de la Peſanteur? lorſque celui-ci avoit prétendu, que ſi la matiere céleſte ſe mouvoit proche de la Terre en même ſens, avec une viteſſe qui devroit être, ſelon ſon calcul, beaucoup plus grande que la viteſſe du mouvement journalier de la Terre au tour de ſon axe, il ne ſeroit pas poſſible que par le continuel effort d'un mouvement ſi rapide, elle n'entrainât avec elle tous les corps qui ſont ſur la ſurface de la Terre, ce qui n'arrive pas. La raiſon que M. Saurin a donnée, pourquoy ce mouvement ſi rapide ne doit pas ſe faire ſentir, ni entrainer les corps qui ſont ſur la Terre, me paroît ſi bonne, qu'elle ne ſauroit être meilleure, ni plus ſatisfaiſante.

§. XVI.

Je paſſe donc à une autre objection, qui paroît d'autant plus importante qu'on l'a voulu fonder ſur une démonſtration géométrique. Elle vient du célèbre M.

Newton, qui a donné deux propoſitions dans ſes Principes de la Phil. nat. ce ſont la 51e & la 52e du ſecond Livre, par leſquelles il prétend démontrer l'impoſſibilité des Tourbillons. Mais outre la réponſe judicieuſe de M. Saurin que lon voit à la fin de ſon Mémoire allégué, je trouve que le raiſonnement de M. Newton eſt un ſophiſme manifeſte, étant fondé ſur deux ſuppoſitions également fauſſes. Voici comme il raiſonne. Il conçoit d'abord un fluide uniforme & infini en repos, dans lequel il fait tourner un Cylindre, & puis auſſi une Sphère ſolide autour de leur axe. Il diviſe par la penſée le fluide en une infinité de couches d'une épaiſſeur égale & infiniment petite, toutes paralleles à la ſurface du Cylindre, ou de la Sphere. Cette ſurface en tournant fait une impreſſion continuelle ſur la prémière couche qui lui eſt contiguë, & l'entraine peu à peu: de même cette prémière couche met en mouvement la ſeconde, celle-ci la troiſième, & ainſi conſécutivement chacune des couches entrainera par ſon frottement ſa voiſine ultérieure, juſqu'à ce qu'une grande partie du fluide ſoit miſe dans une eſpèce de Tourbillon, qui tourne à chaque diſtance avec une viteſſe permanente & convenable à l'éloignement de l'axe du Cylindre ou de la Sphere. Pour déterminer le tems périodique qui convient à la révolution de chaque couche, M. Newton conſidere les couches comme ſolides & d'une petite épaiſſeur égale, comme je l'ai déja dit; enſuite il parle ainſi (v. pag. 375. Ed. dernière) „ Quoniam homogeneum „ eſt fluidum, impreſſiones contiguorum Orbium in „ ſe mutuo factæ erunt (per hypoth.) ut eorum tranſlationes ab invicem, & ſuperficies contiguæ in quibus „ impreſſiones fiunt. Si impreſſio in orbem aliquem „ major eſt vel minor ex parte concava quam ex parte „ convexa, prævalebit impreſſio fortior, & motum orbis vel accelerabit, vel retardabit, prout in eundem

„ regionem cum ipſius motu vel in contrariam diri-„ gitur. Proinde ut orbis unuſquiſque in motu ſuo „ uniformiter perſeveret, debent impreſſiones ex parte „ utraque ſibi invicem æquare & fieri in regiones con-„ trarias. Unde cum impreſſiones ſint ut contiguæ ſu-„ perficies & harum tranſlationes ab invicem, erunt „ tranſlationes inverſe ut ſuperficies (cylindricæ). h. „ e. inverſe ut ſuperficierum diſtantiæ ab axe; &c.

§. XVII.

Or les dernières lignes de ce Raiſonnement, qui ne ſont qu'une répétition des prémières, contiennent une double erreur. Car 1°. les impreſſions que ſe font les Couches, les unes ſur les autres, conſiſtent dans la réſiſtance que cauſe le frottement, lorſque la ſurface convexe d'une couche ſe ſépare de la ſurface concave de la couche voiſine: mais on ſait que cette réſiſtance dépend uniquement de la force avec laquelle les deux ſurfaces ſont preſſées l'une contre l'autre, & point du tout de la grandeur ou de l'étenduë dans laquelle elles ſe touchent. Nous avons ſur ce ſujet une excellente Diſſertation de feu M. Amontons dans les Mémoires de l'Academie de 1699. où il fait voir pag. 212. *Que la réſiſtance cauſée par le frottement des ſurfaces de differentes étenduës eſt toûjours la même, lorſqu'elles ſont chargées de poids égaux, ou ce qui eſt la même choſe, lorſque les preſſions ſont égales.* Cependant M. Newton conſidere ſeulement l'étenduë des Couches & la viteſſe rélative avec laquelle elles ſe ſéparent, ſans faire attention à la quantité de preſſion dont chacune eſt preſſée contre ſa voiſine. 2°. Il néglige entierement de faire intervenir l'action du Levier, dont la conſidération pourtant eſt ici abſolument néceſſaire, étant viſible que la même force appliquée ſuivant la tangente de la Circonference d'une grande rouë, a plus d'effi-

cace pour la faire tourner, qu'elle n'a lorſqu'on l'applique à la circonference d'un rayon plus petit. D'où vient donc que M. Newton, qui regarde ces couches comme autant de rouës ſolides à tourner ſur leur axe commun, ne tire pas en conſéquence le raport des diſtances au centre, qu'obſervent les forces du frottement dans les couches, pour avoir leur véritable *momentum* ou efficace? D'où vient auſſi qu'il ne met pas en ligne de compte la quantité de preſſion que chaque couche doit ſoûtenir, puiſque, ſans la preſſion, les Couches ne feroient que gliſſer l'une ſur l'autre ſans ſe frotter, comme il eſt évident par les expériences de M. Amontons.

§. XVIII.

Voilà deux erreurs qu'on ne ſauroit concevoir comment elles ſont échapées à la ſagacité d'un ſi grand Géomètre, & moins encore peut-on s'imaginer pourquoy ſes zélés Partiſans ne ſe ſont point apperçûs pendant ſi long-tems, juſques-là même qu'ils ont laiſſé paroître ces fautes dans les trois différentes éditions qu'on a faites en Angleterre de l'Ouvrage de M. Newton, fort long-tems l'une après l'autre. Voyons ce qu'il faut faire pour rémedier à ce double deffaut. Pour cette fin je donne la ſolution de ſes deux Propoſitions dans les articles ſuivans; on jugera ſi je n'ai pas mieux réüſſi.

§. XIX.

Il eſt évident que chaque couche du fluide entre deux autres voiſines, pour qu'elle puiſſe circuler avec une viteſſe uniforme, doit recevoir autant d'efficace par le frottement de la couche inférieure, pour en être avancée ou accélerée, qu'elle en reçoit en ſens con-

traire par le frottement de la ſupérieure pour en être retardée, de ſorte que les décroiſſemens de viteſſe étant à tous momens réparés par des accroiſſemens égaux, la couche conſerve ſa circulation uniforme. Or qu'eſt-ce qui produit ces deux effets égaux & contraires l'un à l'autre? C'eſt ſans doute la force du frottement que ſouffre chaque couche, en *avant* [2], & en *arriere* [1], par les deux contiguës, la ſupérieure & l'inférieure; mais cette force d'où vient-elle au frottement, puiſque ni le ſeul attouchement des ſurfaces, ni la viteſſe rélative avec laquelle elles ſe ſéparent, quelque grande qu'elle ſoit, ne produiſent encore aucune force? Voici donc d'où je dérive cette force. Pendant qu'une couche eſt en circulation, il eſt viſible qu'elle fait un continuel effort pour ſe dilater, à cauſe de la force centrifuge avec laquelle toutes ſes parties cherchent à s'éloigner du centre de la circulation; mais la dilatation actuelle étant empêchée par la couche voiſine ſupérieure, il eſt naturel que celle-ci en ſera preſſée. C'eſt donc ainſi que la premiere, ou la plus baſſe couche miſe en circulation, preſſe la ſeconde, & la ſeconde aidée de la premiere, preſſe la troiſième; celle-ci aidée des deux précédentes, preſſe la quatrième, & ainſi de couche en couche par toute l'étendue du Tourbillon. D'où il ſuit que pour eſtimer la quantité de l'impreſſion que chaque couche éxerce ſur la ſurface concave de la ſuivante, il faut prendre la force centrifuge de la matiere, non de la ſeule couche inférieure contiguë, mais de toutes les précédentes, puiſque la derniere des couches doit toûjours ſoûtenir l'effort total de la force centrifuge que toute la matiere du fluide compris ſous elle acquiert par la circulation.

§. XX.

Il ne reſte que le calcul à faire pour trouver com-

bien de preſſion chacune des couches précédentes contribuë à preſſer la derniere ; la ſomme de toutes ces preſſions donnera la preſſion totale. Soit donc le corps *S* que je ſupoſe premierement cylindrique, & qui par le mouvement au tour de ſon axe produit dans le fluide un tourbillon composé d'une infinité de couches d'épaiſſeur égale & infiniment petite. Prenons deux de ces couches, comme *ERP* & *GMC* éloignées l'une de l'autre de l'intervalle *EG*, & conſiderons *ERP* comme la derniere, dont le rayon *SE* ſoit d'abord d'une longueur déterminée & invariable $= a$, pendant que l'autre couche *GMC* conſidérée comme une des précédentes, a le rayon *SG* indeterminé & variable $= x$, & l'épaiſſeur conſtante $Gg = dx$. Soit *V* la viteſſe abſoluë avec laquelle la couche *GMC* circule au tour de *S*. La quantité de matiere contenuë dans la couche *GMC* eſt proportionelle au produit de *SG* par *Gg*; donc cette quantité s'exprimera par xdx, ce qui étant multiplié par la force centrifuge abſoluë (qui eſt, comme on ſait, en raiſon compoſée de la directe du quarré de la viteſſe & de la réciproque ſimple du rayon, c'eſt-à-dire en raiſon de $\frac{vv}{x}$) nous donnera $xdx \times \frac{vv}{x} = vvdx$ pour la force centrifuge de la matiere contenuë dans la couche *GMC*.

Fig. I.

§. XXI.

C'eſt donc avec cette force $vvdx$ que la couche particuliere *GMC* ſans le ſecours des précédentes inférieures fait un effort pour ſe dilater, je veux dire qu'elle preſſe le fluide extérieur contenu dans l'eſpace *RPEGCM*. Or c'eſt un principe d'Hydroſtatique, qu'un fluide qui remplit éxactement quelque eſpace, étant preſſé d'un côté, répand également la même preſſion

preſſion ſur toutes les parties des parois extérieures de l'eſpace qui renferme le fluide. Donc pour ſavoir quelle ſera la preſſion que toute la ſurface concave de la Couche *ERP* reçoit de l'effort dilatatif de la ſeule Couche *GMC*, il faut faire cette analogie. *Comme la circonference* GMC *eſt à la circonférence* ERP, *ou*, *comme le rayon* SG (x) *eſt au rayon* SE (a); *ainſi la force centrifuge ou l'effort dilatatif de la Couche* GMC *que nous avons trouvée* $= vvdx$ *eſt à une quatrième* $\frac{avvdx}{x}$, qui montre par conſèquent la preſſion que la ſurface concave de la derniere Couche *ERP* ſouffre de l'effort dilatatif de *GMC*. Donc la Somme ou l'Integrale de $\frac{avvdx}{x}$, c'eſt à dire $a\int\frac{vvdx}{x}$ déſignera la preſſion totale que toutes les Couches inférieures compriſes entre *S* & *GMC* tranſmettent conjointement ſur la concavité de la derniere *ERP*. Faiſons préſentement cette Couche *ERP* variable & contiguë à *GMC*, afin que nous ayons indéterminément la preſſion totale ſur chacune. Ainſi il n'y a qu'à mettre x pour a, & nous aurons $x\int\frac{vvdx}{x}$ = à l'impreſſion totale que le fluide du tourbillon communique à la ſurface concave d'une Couche quelconque, dont le rayon eſt x; donc cet $x\int\frac{vvdx}{x}$ dénotant la force avec laquelle la ſurface convexe d'une Couche eſt preſſée contre la concave de la plus voiſine ſupérieure, doit, ſelon l'expérience & le raiſonnement de M. Amontons, règler la force du frottement que ſe font les deux Couches contiguës l'une à l'autre, ce qui s'exécute en cette maniere.

§. XXII.

Ayant tiré (Fig. II.) une ligne droite *SE* qui cou-

pe les circonférences des Couches A, B, C, &c. aux points L, M, N, O, &c. Que l'on conçoive les arcs LR, MT, NV, OP, &c. qui expriment les viteſſes réelles avec leſquelles les Couches font leurs révolutions au tour de S. La Courbe RPF qui paſſe par les points R, T, V, P, &c. ſera nommée la Courbe des viteſſes. Conſiderons une de ces Couches, par éxemple B entre les deux voiſines A & C & tirons les rayons ST & SV qui coupent l'arc MT aux points T & t pour avoir le petit arc Tt, élément de *Tranſlation* comme M. Newton l'apelle, c'eſt-à-dire la viteſſe rélative avec laquelle la Couche B ſe ſépare de ſes voiſines A & C Soit donc comme auparavant la diſtance indéterminée SM ou $SN = x$, MT ou $NV = v$; nous aurons $Tt = TM - tM = TM - VN + VN - tM$; Or $TM - VN$ n'eſt autre choſe que la differentielle de l'arc TM priſe négativement, je veux dire, que $TM - VN = -dv$, & $VN - tM$ (parce que $SN. NM :: VN. VN - tM$) $= \frac{vdx}{x}$ Et partant $Tt = -dv + \frac{vdx}{x} = \frac{vdx - xdv}{x}$. La même choſe ſe peut conclure en différentiant la viteſſe angulaire, dont la meſure eſt l'angle TSM ou $\frac{v}{x}$; Car $VSN - TSM = -TST = -d\left(\frac{v}{x}\right) = \frac{vdx - xdv}{xx}$: Mais $TST = \frac{Tt}{TS} = \frac{Tt}{x}$, donc $Tt = \frac{vdx - xdv}{x}$ comme auparavant.

§. XXIII.

Tout cela étant ainſi trouvé, il en faut déduire le *momentum* ou l'efficace du frottement des Couches, en prenant les trois raiſons, qui en doivent déterminer l'effet total. 1°. La preſſion des Couches exprimée par $x\int\frac{vvdx}{x}$, 2°. La viteſſe rélative de tranſlation ou de ſé-

paration de leurs surfaces contiguës, 3°. La longueur du Levier, c'est-à-dire, le rayon des Couches qui est $= x$. Ainsi la raison composée de ces trois raisons $x \times \frac{vdx - xdv}{x} \times x\int\frac{vvdx}{x}$, ce qui fait $\overline{vxdx - xxdv} \times \int\frac{vvdx}{x}$ donnera le *momentum* du frottement, en vertu duquel la surface concave de chaque Couche est poussée en avant, pendant que sa surface extérieure ou convexe en est autant précisément repoussée en arriere; dont l'effet est que la Couche sera conservée dans sa circulation uniforme. Mais afin que cela arrive généralement à toutes les Couches, il n'y a qu'à faire $\overline{vxdx - xxdv} \times \int\frac{vvdx}{x}$ = à une quantité constante que je nommerai cdx. Ainsi j'ai cette équation $\overline{vxdx - xxdv} \times \int\frac{vvdx}{x} = cdx$, qui détermine la nature de la courbe des vitesses *RPF*, par conséquent aussi la loi de la vitesse réelle du tourbillon pour chaque distance au centre *S* Or comme je remarque que dans le facteur du prémier membre $vxdx - xxdv$ les deux indéterminées v & x montent ensemble à la même dimension, savoir à la seconde, cela me fait connoître que v peut être égal à une certaine puissance de x. Pour la trouver, suposons $v = x^{n}$, & partant $dv = nx^{n-1}dx$, & substituons ces deux valeurs dans notre équation $\overline{vxdx - xxdv} \times \int\frac{vvdx}{x} = cdx$; le prémier membre $\overline{vxdx - xxdv} \times \int\frac{vvdx}{x}$ (après avoir pris l'Integrale de $\frac{vvdx}{x}$, ou de $x^{2n-1}dx$, qui est $\frac{1}{2n}x^{2n}$) se change en $\overline{x^{n+1}dx - nx^{n+1}dx} \times \frac{1}{2n}x^{2n}$ ou $\frac{1-n}{2n}x^{3n+1}dx$. Nous avons donc cette Equation $\frac{1-n}{2n}x^{3n+1}$

$dx = cdx$, laquelle doit êtrre identique, afin qu'elle ſatisfaſſe à l'équation trouvée, c'eſt pourquoi il faut faire $3n+1 = o$, & $\frac{1-n}{2n} = c$, ce qui donne $n = -\frac{1}{3}$ & $c = -2$, par conſéquent $x^{3n+1} = x^{o} = 1$. La valeur de n, étant ainſi déterminée, je dis que notre Equation différentielle $\overline{vxdx - xxdv} \times \int \frac{vvdx}{x} = cdx$ convient à cette autre algébrique $v = x^{-\frac{1}{3}} = \frac{1}{\sqrt[3]{x}}$.

§. XXIV.

D'où l'on voit que la viteſſe v, avec laquelle la matiere du tourbillon circule, eſt reciproquement proportionelle à la racine cubique de ſa diſtance au centre S. Il eſt préſentement aiſé d'en tirer auſſi les tems périodiques; car puiſque ces tems ſont directement comme les circonferences à parcourir & reciproquement comme les viteſſes, & que les circonférences ſont comme les rayons, le tems d'une circulation ſera proportionel à $\frac{x}{v} = x\sqrt[3]{x} = x^{\frac{4}{3}}$. Je dis donc que les tems périodiques des parties du fluide ſont en raiſon ſeſquitripliquées, ou comme les racines cubiques de la quatrième puiſſance des diſtances à l'axe cylindrique, au lieu que M. Newton les a trouvées facilement en raiſon de ſimples diſtances.

§. XXV.

Examinons à préſent l'autre cas, où le corps S qui tourne uniformément ſur ſon centre eſt une Sphère, laquelle formera autour d'elle un tourbillon ſphérique, que nous diviſerons par la penſée avec M. Newton en une infinité de Couches concentriques d'épaiſſeur égale & infiniment petite. Il s'agit de trouver la loy

des viteſſes que ces Couches auront dans le plan de l'Equateur, je veux dire, dans le plan qui paſſe par le centre perpendiculairement à l'axe, lorſque chacune de ces Couches aura acquis ſon mouvement uniforme. La méthode eſt tout-à-fait la même que celle dont je me ſuis ſervi pour le cas précédent. On conſiderera ſeulement chaque Couche comme diviſée en zones d'une largeur infiniment petite par des cercles parallèles à l'Equateur. Et d'autant que ces zones d'une même Couche doivent achever leur révolution dans le même tems, parce que les Couches ſont regardées comme ſolides, il eſt viſible que nous n'avons qu'à chercher la viteſſe d'une ſeule de ces zones pour en tirer enſuite le tems d'une révolution de toute la Couche ſphérique. Prenons donc la première zone contiguë à l'Equateur. (Fig. I.) D'abord il eſt manifeſte, que ſi *GMC* répréſente l'Equateur ou le circuit de la zone conſidéré avec ſon épaiſſeur *Gg* infiniment petite & égale dans toutes les Couches ſphériques, la quantité de matière contenuë dans la zone *GMC*, dont l'épaiſſeur eſt *Gg*, ſera ici proportionelle au produit du quarré de *SG* par *Gg*, parceque les zones ſemblables en différentes Couches ſphériques ſont comme les quarrés des rayons; & partant ladite quantité de matière ſera exprimée par $xxdx$, ce qui multiplié par la force centrifuge abſoluë $\frac{vv}{x}$, me donne $xxdx \times \frac{vv}{x} = vvxdx$ pour la force centrifuge de la matière qui remplit la zone de l'épaiſſeur *Gg*. Enſuite pour connoître la preſſion que la ſurface concave de la zone ſemblable *ERP* priſe ſur la derniere Couche ſphérique doit ſouffrir par l'effort dilatatif de la ſeule zone *GMC* ſans l'aide des précédentes, il faut faire ici cette analogie. *Comme le quarré de la circonference* GMC, *au quarré de la circonférence* ERP, *ou comme le quarré du rayon* SG (*xx*) *eſt au quarré du rayon* SE (*aa*), *ainſi l'effort di-*

latatif de la zone GMC ($vvxdx$) *eſt à un quatriéme* $\frac{aavvdx}{x}$, qui marque la preſſion que ce même effort éxerce ſur la ſurface concave de la zone *ERP*; Donc l'Integrale de cela qui eſt $aa\int\frac{vvdx}{x}$ donne la preſſion totale que toutes les zones ſemblables des Couches inferieures compriſes entre *S* & *GMC* transferent conjointement ſur la ſurface concave de la derniere zone *ERP*. En changeant préſentement la déterminée, a, en, x; nous aurons pour ce cas du tourbillon ſphérique $xx\int\frac{vvdx}{x}$ pour la force de preſſion entiere que la zone dont le rayon eſt x doit ſoutenir. Et achevant le reſte comme dans le cas précédent, nous aurons le *momentum* du frottement pour faire circuler les zones ſupérieures par les inférieures $= x \times \frac{vdx - xdv}{x} \times xx \int\frac{vvdx}{x} = \overline{vxxdx - x^3dv} \times \int\frac{vvdx}{x}$, ce qui doit être égal à une quantité conſtante cdx. Suposons ici comme ci-devant, que $v = x^n$ & $dv = nx^{n-1}dx$, nous trouverons en faiſant le calcul, que $n = -\frac{2}{3}$ & $c = -\frac{5}{4}$, d'où on conclut que l'équation différentielle $\overline{vxxdx - x^3dvx} \times \int\frac{vvdx}{x}$ ſe réduit à cette algébrique $v = x^{-\frac{2}{3}} = \frac{1}{\sqrt[3]{xx}}$

§. XXVI.

Cela fait voir que, dans un tourbillon ſphérique, la viteſſe des Couches ſous l'Equateur eſt réciproquement comme la racine cubique du quarré de la diſtance au centre; ou bien, parce que chaque couche fait ſa révolution avec toutes ſes parties enſemble comme une Sphere ſolide qui tourne ſur ſon axe, il eſt clair que la viteſſe ſous tel parallele que l'on voudra

sera reciproquement proportionelle à la racine cubique du quarré de la distance pérpendiculaire à l'axe. C'est-pourquoi les tems périodiques de différentes Couches étant toûjours proportionels à $\frac{x}{v}$, s'exprimeront dans ce cas par x^{-}, c'est-à-dire, que les parties d'un tourbillon formé par le tournoyement d'une Sphère font la révolution en des tems qui sont comme les racines cubiques de la cinquiéme puissance de leurs éloignemens du centre de la Sphère. Mais M. Newton les a trouvés par son raisonnement erroné, comme les quarrés de ces éloignemens.

§. XXVII.

On peut remarquer en passant une particularité assés curieuse, c'est que les tems périodiques trouvés par M. Newton, pour le tourbillon cylindrique en raison de x sont trop petits, devant être en raison de $x^{\frac{4}{3}}$, mais au contraire ceux qu'il trouve pour le tourbillon sphérique en raison de xx sont trop grands, puisqu'ils ne sont véritablement que comme $x^{\frac{5}{3}}$. D'où il paroît que son erreur l'a fait écarter de la Regle de Kepler, pour le prémier cas dans le défaut, & pour le second dans l'excés, de part & d'autre plus qu'il n'étoit juste. En effet, chacune de nos deux proportions aproche bien plus de l'éxactitude de cette regle, qui veut, que les tems periodiques des Planètes soient en raison sesquipliquée des distances moyennes, ou comme $x^{\frac{3}{2}}$. Or $x^{\frac{4}{3}}$ que nous avons trouvé, marque une raison un peu plus petite que celle de $x^{\frac{3}{2}}$, & $x^{\frac{5}{3}}$ en donne une un peu plus grande que $x^{\frac{3}{2}}$.

§. XXVIII.

Ne seroit-il donc pas permis de hazarder à cette occasion quelque conjecture en faveur des tourbillons

Cartéſiens? On pourroit dire que puiſque la figure cylindrique du Soleil donne un peu trop peu, & la figure ſphérique un peu trop, il y a peut-être, une figure à donner au Soleil entre le cylindrique & la Sphère, qui produiroit au juſte ce qu'il faut. Mais donnera-t-on au Soleil une autre figure que celle d'un Globe? Je répondrois, pourquoi non? Les Phyſiciens d'aujourd'hui ne ſont-ils pas du ſentiment, que la Terre, les Planètes, enfin tous les Corps céleſtes qui tournent ſur leur centre doivent avoir une figure, non pas tout-à-fait ſphérique, mais celle d'un Sphéroïde, ſoit oblong, comme M. de Mairan en a montré la poſſibilité (voy. les Mém. de l'Académie de 1720.) ſoit aplati fait par la converſion d'une Ellipſe autour de ſon petit axe? Au moins, les obſervations des Aſtronomes ont vérifié cela dans Jupiter, dont la diſtance d'un Pole à l'autre a été obſervée plus petite que le diamètre de ſon Equateur. Pourquoi donc le Soleil qui tourne auſſi ſur ſon axe, témoin le mouvement de ſes taches, en ſeroit-il éxempt? au lieu qu'il ſemble qu'il devroit être le plus ſujet à cet aplatiſſement vers ſes poles, à cauſe qu'il eſt vraiſemblablement compoſé d'une matière entiérement fluide: Il faut peut-être peu de différence entre la longueur de ſon axe & le diamètre de ſon Equateur, pour que les tems périodiques des Couches du tourbillon ſolaire ſuivent éxactement la Règle de Kepler.

§. XXIX.

D'ailleurs nous avons ſupoſé juſqu'ici avec M. Newton une parfaite uniformité dans tout le fluide du tourbillon; mais outre l'inégale fluidité qui s'y trouve ſelon toutes les aparences, à meſure qu'on s'éloigne du centre, ce que M. Saurin a fort bien remarqué, on peut & même on doit ſupoſer auſſi une différente denſité dans la matiere céleſte, je parle de cette matiere

tiere qui compoſe proprement le tourbillon, & laquelle par le continuel éffort de s'éloigner du centre, retient les Planètes dans leurs Orbites & les entraine, en ſorte que les Planètes occuperont chacune telle ou telle région dans le tourbillon, où la matière céleſte leur eſt convenable en denſité. Car ſi le tourbillon étoit, par toute ſon étenduë, uniformément denſe, & que les Planètes fuſſent auſſi d'une même denſité, il eſt viſible qu'elles feroient toutes également éloignées du Soleil, & feroient leurs périodes en tems égaux. Voyons donc quelle loi de denſité doivent obſerver les differentes couches du tourbillon, afin que les tems périodiques ſuivent préciſément la Règle de Kepler. Le calcul n'en eſt pas trop difficile, après celui que j'ai fait pour l'uniformité de la matière du tourbillon. Le voici en conſidérant le Soleil de figure ſpherique, qui eſt le cas le plus convenable; ſans avoir beſoin de recourir au ſphéroïde oblong ou aplati.

§. XXX.

Puiſque tout revient à bien ſupputer la preſſion, que les couches inférieures communiquent aux ſupérieures, & que nous avons montré §. 25. que ſi toutes les couches étoient également denſes, la preſſion de chacune ſous l'Equateur feroit proportionelle à $xx \frac{\int vvdx}{x}$, il faut ici faire entrer la denſité que je ſupoſe proportionelle à x^p, je veux dire à une certaine puiſſance de la diſtance x, dont je chercherai l'expoſant p. Je raiſonne donc ainſi. La quantité de matiere contenuë dans la zone GMC (Fig. I.) qui eſt contiguë à l'Equateur du tourbillon, ou plûtôt de ſa couche, dont le rayon eſt x, eſt proportionelle au produit, non ſeulement du quarré SG par Gg, mais encore par la puiſſance cherchée de SG, c'eſt-à-dire qu'elle eſt

D

proportionelle à $xx \times dx \times x^p$; Donc cette quantité de matière ſera exprimée par $x^{p+2} dx$. D'où l'on tire, comme j'ai fait §. 25. $xx\int vvx^{p-1} dx$ pour la preſſion entiere de la zone, dont le rayon eſt x. Ainſi le *momentum* du frottement ſera $= x \times \frac{vdx - xdu}{x} \times xx\int vvx^{p-1} dx = \overline{vxxdx - x^3 dv} \times \int vvx^{p-1} dx$; faiſons cela $= cdx$, & ſupoſons (pour le réduire à une équation algébrique) que $v = x^n$ & $dv = nx^{n-1} dx$; Nous trouverons que $n = \frac{-p-2}{3}$ & $c = \frac{p+4}{p+5}$; On aura donc la viteſſe $v = \frac{1}{\sqrt[3]{x^{p+2}}}$ & le tems périodique $\left(\frac{x}{v}\right) = x\sqrt[3]{x^{p+2}} = x^{\frac{p+5}{3}}$. Si nous voulons rendre préſentement les tems périodiques conformes à la Règle de Kepler, il faut que $x^{\frac{p+5}{3}}$ ſoit $= x^{\frac{3}{2}}$, & partant $\frac{p+5}{3} = \frac{3}{2}$, ce qui donne $p = -\frac{1}{2}$. Donc afin que cette Règle ait lieu, il faut que la denſité de la matiere du tourbillon ſoit réciproquement comme la racine quarrée des diſtances au centre ſubſtituant cette valeur de $p = -\frac{1}{2}$ dans l'expreſſion de la viteſſe $v \frac{1}{\sqrt[3]{x^{p+2}}}$, nous aurons $v = \frac{1}{\sqrt[3]{x^{-\frac{1}{2}+2}}} = \frac{1}{\sqrt[3]{x^{\frac{3}{2}}}} = \frac{1}{x^{\frac{1}{2}}} = x^{-\frac{1}{2}}$, c'eſt-à-dire que la viteſſe ſera auſſi comme la racine quarrée des diſtances, conformément à la Règle de Kepler. Ainſi la viteſſe & la denſité ſont en même raiſon.

§. XXXI.

On trouvera peut-être étrange que la matiere ſoit plus denſe près du centre que loin de-là, vû qu'il ſemble, que le fluide du tourbillon étant compoſé de parties héterogènes, les plus denſes ayant une plus grande force centrifuge devroient gagner le deſſus, & ſe ranger vers la circonférence du tourbillon; mais pour obvier à cette difficulté, on peut concevoir deux ſortes de denſité, l'une qui conſiſte dans une plus grande

grosseur des particules, l'autre dans une plus grande multitude de particules contenuës dans un volume égal, lesquelles, quoique moins grossieres, peuvent être si serrées, que, prises ensemble, elles feront une plus grande quantité de matiere. Or il est fort probable, que vers le centre du tourbillon, les particules, quoiqu'extrêmement subtiles, sont aussi beaucoup plus serrées que celles qui sont vers la circonférence, lesquelles, quoique plus grossieres, ne laissent pas d'être beaucoup plus écartées les unes des autres, nageant dans un fluide infiniment subtil qui passe librement par les plus petits interstices des particules du tourbillon, lequel fluide, par conséquent, ne fait que remplir le vuide, sans faire aucune résistance aux Corps célestes emportés par le tourbillon.

§. XXXII.

Nous voilà donc, enfin, débarassés de la grande objection, que l'on a fait tant valoir contre le Systême des tourbillons. Les Adversaires ne manqueroient pas, sans doute, d'y insister perpétuellement, si je n'avois pas démontré, une bonne fois, la fausseté des deux Propositions de M. Newton, qui ont fourni la matiere à cette objection. Ainsi on m'accordera que j'ai fait voir par des principes incontestables, que l'effet des tourbillons peut conspirer merveilleusement avec la Règle de Kepler, quant à la loi des tems périodiques des Planètes.

§. XXXIII.

Après tout ce détail, dans lequel il m'a falu entrer nécessairement pour mettre les tourbillons à l'abri des objections, & par lequel je ne crois pas avoir fait une chose inutile, ni désagréable aux Fauteurs des tourbillons, qui m'en sauront, peut-être, bon gré, après

ce détail, dis je , je me ſuis frayé le chemin pour rendre raiſon, avec plus de ſuccès de ce qu'on demande. C'eſt , ſans doute , une autre difficulté , pour le moins auſſi grande que celles que nous venons de diſſiper , qui eſt de dire pourquoi les Orbites des Planètes ne ſont pas des cercles éxacts, mais des Ellipſes ; pourquoi le Soleil ou le centre des tourbillons n'eſt pas auſſi le centre de ces Ellipſes ; Enfin la plus grande difficulté eſt d'expliquer la cauſe qui fait que les axes de ces Ellipſes ſont mobiles, c'eſt en quoi conſiſte précisément la queſtion de l'illuſtre ACADÉMIE. Je vais donc ſatisfaire aux deux points de notre ſujet, ſelon l'ordre de diviſion que j'ai faite §. 2. en montrant 1°. que la figure Elliptique des Orbites peut fort bien ſubſiſter avec les tourbillons dans toutes les circonſtances qu'on remarque. 2°. Que les Apſides doivent être mobiles , ou ce qui eſt la même choſe, que le grand axe des Orbites Elliptiques change de poſition par raport aux étoiles fixes , dont je dois expliquer la cauſe.

§. XXXIV.

Je ne veux rien changer dans la figure ſphérique des Couches du tourbillon ſolaire ; je les laiſſe même parfaitement concentrique au Soleil, au moins juſqu'à une vaſte étenduë au-delà de Saturne, ce qui rendra entierement infructueuſe l'objection de M. Newton qui veut prouver que les parties du tourbillon ne peuvent pas décrire des Ellipſes ; (voy. le *Scholium* à la fin du ſecond Livre de ſes Principes) ſa démonſtration contre laquelle on pourroit faire bien des exceptions, ne nous touche pas. Il eſt certain qu'une Planète qui ſeroit d'abord placée dans une Couche, dont la matiere fût avec elle de la même denſité, ſuivroit éxactement le cours de cette Couche, & décriroit par conſéquent un cercle parfait au tour du centte du tour-

billon. Mais voyons ce qui doit arriver, ſi une Planète au commencement de ſon éxiſtence ne ſe trouve pas placée dans une Couche qui ſoit également denſe que la Planéte ; Il eſt naturel, que ſuivant ce que j'ai expliqué ci-deſſus, cette Planète n'étant pas dans ſon point d'équilibre, elle doit ou deſcendre, ou monter, ſelon qu'elle eſt ou plus, ou moins denſe que la matiere du tourbillon qui l'environne : Remarqués que je prends toûjours le mot de denſité dans le ſens que je lui ai donné §. 31. Mais pendant qu'elle change ainſi de place en ligne droite, par raport au centre du tourbillon ; elle eſt auſſi emportée au tour de ce centre par le mouvement circulaire de la matiere celeſte ; il en réſultera donc dans la Planète un mouvement compoſé, qui lui fera décrire une ligne différente de la circonférence d'un cercle. Il s'agit de faire comprendre que cette ligne ſera une Ellipſe, dont le grand axe ne changera ſenſiblement de poſition qu'après un grand nombre de révolutions.

§. XXXV.

Soit *S* le centre d'un cercle *CAB.* qui repréſente la ſection d'une couche ſphérique, de la même denſité que la Planète *P* placée un peu au-delà de cette couche. Si on fait abſtraction du mouvement circulaire, ou que l'on ſuppoſe que la Planète *P* ſoit empêchée d'être emportée par le tourbillon ; mais en ſorte qu'elle puiſſe pourtant deſcendre ou ſe mouvoir librement ſur le rayon *PS*, on conçoit aiſément qu'elle deſcendra, en effet, avec accéleration, pendant qu'elle ſe trouve encore au-deſſus de *C* dans une matiere moins denſe, & qu'étant parvenuë en *C*, elle aura acquis ſa plus grande viteſſe ; delà elle continuera de deſcendre, mais avec un mouvement retardé, à meſure qu'elle paſſe par des couches plus denſes, juſqu'à ce que le mouvement de deſcente ſoit entierement détruit en *D* par la réſiſtance Fig. III.

de la matiere des couches inférieures ; Or la Planète ne pouvant subsister en *D*, parce qu'elle seroit dans une matiere trop dense, elle sera obligée de remonter en *P* avec un mouvement, d'abord acceleré, & puis retardé. De *P* elle redescendra en *D*, puis remontera, & de cette maniere, il se fera une reciprocation comme les oscillations des Pendules, ou comme les balancemens du vif-argent dans le tuyau du Baromètre, que l'on observe quand on le secouë un peu. Il faut remarquer que *CD* doit être plus petit que *CP*, parce que les couches inférieures ayant plus de densité que les supérieures, la Planète en descendant depuis le point d'équilibre *C* où elle a acquis sa plus grande vitesse, rencontre plus de résistance, qu'en montant du même point *C* avec la même vitesse qu'elle avoit acquise en descendant.

§. XXXVI.

Donnons à présent aussi à la Planète le mouvement translatif, je parle de celui auquel elle s'accommode en entrant successivement dans une autre couche qui l'emporte au tour de *S* par un petit arc élémentaire. Concevons donc que la Planète entrainée par le fluide du tourbillon parte du point de sa plus grande hauteur *P*, en sorte que si elle ne descendoit pas, elle iroit conjointement avec la couche *PHR*, ne faisant autre chose qu'obéïr à son mouvement & recevoir sa vitesse. Mais puisque la Planète est obligée de descendre en même tems qu'elle est emportée par le tourbillon, elle quittera à tout moment la couche où elle est, pour entrer dans une autre dont elle va prendre le mouvement de circulation. Il est manifeste, comme je l'ai déja insinué, que la Planète pour satisfaire à ses deux mouvemens, continuëra son chemin suivant une courbe particuliere *PLEM*, dont je chercherai la figure.

§. XXXVII.

Supoſons d'abord, qu'il faille précifément le même tems à la Planète pour deſcendre de *P* en *D*, qu'il faut à la matiere céleſte pour lui faire décrire la moitié d'une révolution *PLE*; il ſuit de cette ſupoſition, que pour achever l'autre moitié *EMP*, il faut encore le même tems qui eſt auſſi celui dans lequel la Planète remonteroit de *D* en *P*. Et puiſque les viteſſes accélerées & retardées de *P* en *D* ſont les mêmes dans un ordre renverſé, que celles de *D* en *P*, il faut que la même choſe ſe faſſe à rebours, lorſque la Planète décrit la moitié *EMP*, qui ſe faiſoit en décrivant la premiere moitié *PLE*; Donc ces deux moitiés *PLE* & *PME* ſont deux courbes égales & ſemblables, ou plûtôt deux branches d'une même courbe; Donc elles font enſemble la courbe entière *PLEMP*, en forme d'Ellipſe, qui a pour axe la droite *PE*, dont l'extrêmité *P* eſt l'Aphélie & l'autre *E* le Périhélie. Ayant prolongé l'axe *PE* qui coupera les cercles *PHR* & *CAB* en *E* & *G*, nous aurons $GE = PD$, dont $SE\ (SG - GE) = SP - PD = SD$, c'eſt-à-dire, que la diſtance de l'Aphélie *P* au Soleil *S* ſurpaſſe celle du Perihélie *E*, de l'intervalle *PD* entre les deux couches extrêmes, qui ſont les limites de toutes celles que la Planète traverſe, en faiſant chaque révolution.

§. XXXVIII.

Mais pour connoître la nature de cette courbe Elliptique *PLEM*, & afin d'être aſſuré que c'eſt une véritable Ellipſe, une des ſections coniques, & que le point *S* en eſt le foyer. On voit bien, ſans que je le diſe, que cela dépend en partie de la viteſſe des couches, qui eſt connuë, étant comme $\frac{1}{\sqrt{x}}$, ou en raiſon ſoudou-

blée réciproque de leurs distances au Soleil, & en partie de la vitesse accélerée & ensuite retardée de la descente de *P* en *D*. Or la loi suivant laquelle la variation de cette vitesse se doit faire, afin que ce mouvement combiné avec la circulation des couches, oblige la Planète de décrire une telle Ellipse, cette loi, dis-je, se découvre en faisant attention, avec combien de force la Planète est poussée ou repoussée, quand elle se trouve dans une couche d'une densité différente de la sienne. Connoissant ainsi les loix de la vitesse translative, & de celle de la descente, on sera en état de déterminer la nature de l'Ellipse *PLEM*. Car soit *N* un point quelconque, auquel la Planète soit parvenuë, & que l'on tire la droite *SN*, & une autre *Sn*, infiniment proche. Soit aussi décrit du centre *S* l'arc *NI* & son plus proche *ni* qui coupe *SN* au point *e*, il est clair que *Ii* ou *Ne* est à *ne*, comme la vitesse acquise en *I* si la Planète tomboit perpendiculairement de *P* en *I*, est à la vitesse de la couche *IN*; Ainsi le raport de *Ne* à *en* du triangle élémentaire *N en* étant déterminé, on en trouvera la nature de la courbe *PLM* par la méthode des tangentes inverse. Ou bien on pourra proceder synthetiquement, en supofant que *PLM* est une Ellipse ordinaire, dont *S* soit le foyer, & chercher ensuite par la méthode différentielle directe le raport de *Ne* à *ne*, pour en tirer la vitesse requise en *I*, afin que nôtre courbe devienne l'Ellipse supofée. Je n'ajoute pas le calcul, parce qu'il seroit long & pénible. Il suffit pour la premiere partie de la question, d'avoir indiqué la cause qui peut produire la figure Elliptique des Orbites des Planètes, les principes d'où je l'ai déduite sont clairs, intelligibles & admis de tous ceux qui entendent la Méchanique, c'est, je crois, tout ce qu'on prétend sur cet article, & je ne pense pas qu'on trouve la moindre difficulté dans la supposition que je fais, que les oscillations des Planètes perseverent sans être alterées

rées par la résistance externe que leur opose la matiere du tourbillon, comme il arrive à une Pendule agitée dans notre air grossier, où nous voyons que l'étenduë des oscillations diminuë enfin sensiblement par la résistance de l'air, jusqu'à l'entiere extinction du mouvement. Car l'énorme grosseur des Globes des Planètes, jointes à l'extrême rareté de la matiere du tourbillon où elles nagent, fait concevoir aisément, sans le secours du calcul de M. Newton, que dans une centaine de siécle, il n'arrivera point de changement sensible, ni à la durée, ni à l'étenduë des oscillations que les Planètes ont une fois commencé de faire. Passons donc à l'autre partie, où on demande pourquoi le grand axe de ces Ellipses change de position, c'est à quoi il me sera facile de satisfaire, toute la réponse pouvant être tirée de mon explication comme un simple Corollaire, de la maniere qui suit.

§. XXXIX.

Il est visible que les Apsides *P* & *E* répondroient constament aux mêmes points du Ciel, si le tems périodique pour achever une révolution enitere *PLMP* étoit précisément égal au tems que la Planète employeroit (si elle n'étoit point emportée) à descendre de *P* en D & à remonter de *D* en *P*, poussée & repoussée par la seule force qui vient de l'inégalité de densité, comme je l'ai expliqué ci-dessus. Mais qu'est-ce qui empêche de supposer, que le tems périodique d'une révolution n'est pas parfaitement égal au tems des deux oscillations? d'autant plus que nous savons d'ailleurs, que dans la nature des choses il est presque impossible de trouver deux productions d'une égalité parfaite & prise à la rigueur géométrique. Il nous est donc permis de supposer que la Planète fait sa révolution un peu plûtôt que deux de ses oscillations. Ainsi supposons cela

comme une chose fort naturelle, & voyons quel effet il en résultera.

§. XL.

La Planète qui quitte le point *P* & qui après avoir parcouru tout le Ciel, revient à la ligne *SP* n'aura pas encore achevé, tout-à-fait, de remonter à la même hauteur *SP*, c'est-à-dire, il lui manque encore quelque chose pour revenir à son Aphélie. Donc la Planète après la premiere révolution, croisera la ligne *SP* obliquement, quoique bien après, au-dessous de *P*, & consumera encore un peu de tems avant que d'atteindre la circonférence *PHR* dans un point π qui sera le lieu de l'Aphélie après la prémiere révolution. On voit donc une raison physique déduite du Systéme des tourbillons. 1°. Pourquoi les Orbites des Planètes sont des Ellipses. 2°. Pourquoi le grand axe de ces Ellipses change de position, ou pourquoi leur Aphélie répond successivement à différens points du Ciel. Ce sont les deux articles ausquels j'avois à satisfaire.

§. XLI.

Il faut suivant mon explication, que le mouvement de l'Aphélie soit uniforme, & qu'il se fasse d'Occident en Orient selon l'ordre des Signes, au moins pour les Planètes principales; mais ce mouvement est si lent, que le petit arc $P\pi$ (Fig. III.) qui est parcouru dans le tems d'une révolution, est insensible, & qu'il ne peut devenir sensible qu'après un grand nombre de révolutions: Aussi cela fait-il que les Astronomes ne pouvant pas faire des observations assés fréquentes sur ce sujet, ne sont pas d'accord combien il faut donner de mouvement à l'Aphélie de chaque Planète. M. Newton supose comme vrai, que le progrès de l'Aphélie de Mars suivant l'ordre des signes est tel, qu'en cent an-

nées il n'avance que de 33. min. 20. ſecondes, en ſorte qu'il faudroit 648. ſiecles pour une ſeule révolution de l'Aphélie de Mars, d'où il conclut par ſa théorie fondée ſur l'attraction mutuelle entre les Planètes, que les Aphélies des autres Planètes inférieures doivent avancer auſſi dans l'ordre des ſignes en raiſon ſeſquipliquée de leurs diſtances au Soleil, en ſorte que dans un ſiecle l'Aphélie de la Terre avancera de 17. min. 14. ſec. celui de Venus de 10. min. 53 ſec. & enfin celui de Mercure de 4. min. 16. ſec. Il ſemble qu'il a établi cette proportion ſeſquipliquée ſur une pure aparence & ſans aucun fondement ; car je ne vois pas, & je crois que bien d'autres plus clairvoyans que moi ne voyent pas non plus, comment la gravitation de l'une ſur l'autre (quand on l'accorderoit) demande une telle proportion, d'autant plus que, ſelon lui, cette même gravitation produit ſur l'Aphélie de Saturne un effet entierement irrégulier & contre ſa règle, puiſqu'il veut que cet Aphélie ſoit tantôt avancé, tantôt reculé par l'attraction de Jupiter dans le tems de conjonction de ces deux Planètes. Ne ſemble-t-il pas que M. Newton devroit dire la même choſe de chaque Planète inférieure ? Car s'il y avoit une telle attraction, la Terre, par éxemple, étant dans ſon Aphélie, quand elle précède Jupiter, par raport au Zodiaque, en ſeroit retirée, & au contraire elle en ſeroit avancée, quand Jupiter la précède, c eſt-à-dire, que la même force que Jupiter fait influer ſur la Terre cauſeroit des effets entierement opoſés, avant & après la conjonction de la Terre & de Jupiter ; mais on ne remarque rien de ſemblable, & M. Newton lui-même ne l'infere pas de ſon hypothèſe, comme il le devroit faire.

§. XLII.

Quant au mouvement de la Lune, il eſt ſujet à tant

d'irrégularités, qu'on a de la peine à le bien mettre en règles. Cela vient de ce que la Lune étant Satellite de la Terre, elle est emportée au tour de celle-ci par son tourbillon particulier, lequel lui-même envelopé dans le tourbillon solaire, & entrainé au tour du Soleil, soufre de grandes variations à bien des égards, ausquelles il ne seroit pas sujet s'il étoit libre & hors d'un autre tourbillon, & que le centre de la Terre fût immobile comme celui du Soleil ou d'une autre Etoile fixe. D'où il est clair 1°. que le tourbillon de la Terre serré comme il est entre les Couches du grand Tourbillon solaire qui le terminent par en haut & par en bas, doit se rétrecir dans la ligne droite tirée par les centres du Soleil & de la Terre, & s'étendre suivant la perpendiculaire à cette ligne, à peu près comme une vessie pressée entre deux plans, se doit aplatir. 2°. Comme la matiere du tourbillon terrestre, quand elle est entre la Terre & le Soleil se meut à contre sens du mouvement de la matiere du tourbillon solaire; mais quand elle circule à l'oposite, où elle est le plus éloignée du Soleil, elle va de même côté avec le grand tourbillon, il est visible que la partie d'en bas du tourbillon terrestre, trouvant plus de résistance, & partant plus de pression que celle d'en haut, il faut que l'interstice entre la Terre & l'extrêmité inferieure de son tourbillon soit plus étroit que l'interstice oposé, qui est entre la Terre & l'extrêmité superieure. D'où il suit 3°. que les sections des Couches qui composent le tourbillon de la Terre, sont d'une figure inégale & différente du cercle, non point pourtant comme les Ellipses ordinaires, qui ont les concavités oposées égales, telles que Descartes & quelques autres ont conçû l'Orbite de la Lune, en plaçant la Terre dans le centre de cet Orbite. Mais je conçois la chose à peu près ainsi.

§. XLIII.

Soit *T* le centre de la Terre (Fig. IV.) *PTS* la ligne droite tirée vers le Soleil, à laquelle ſoit conçûë la perpendiculaire *ATB*. Du centre *T* & ſur *AB* comme ſur le grand axe ſoient décrites deux demi-Ellipſes *ACB* & *AFB*; dont le petit demi-axe ſuperieur *TC* ſoit un peu plus grand que l'autre petit demi-axe inferieur *TF*. La courbe entiere *CAFBC* repreſentera aſſés bien la ſection d'une couche du tourbillon terreſtre; tellement que ſi la Lune étoit de la même denſité que la matiere de cette couche, & qu'elle fût d'abord placée au point *C*, elle ſeroit obligée de ſuivre le cours de la Couche, & décriroit par conſéquent la ligne *CAFB*. Mais pour donner une idée générale des principales circonſtances qui accompagnent le mouvement de la Lune, il n'y a qu'à ſupoſer, ſuivant ma Théorie, que la Lune ait été miſe primitivement au delà de *C*, ſavoir en *P* où la matiere du tourbillon de la Terre eſt moins denſe que la Lune, & où les Couches commencent à devenir d'une rondeur plus uniforme & plus aprochante de la figure ſpherique (car il eſt à remarquer qu'à meſure que la matiere du tourbillon eſt plus éloignée du centre de ſon mouvement, par conſéquent moins preſſée par la proximité de la Terre, les Couches affecteront plus la figure ſphérique). Cela étant, concevons le cercle *PHGR* décrit du centre *T* & du rayon *TP*, qu'on pourra nommer la limite des Apogées de la Lune. Soit auſſi *PD* l'intervalle des oſcillations qu'elle feroit, ſi n'étant point emportée par le tourbillon, elle pouvoit deſcendre & remonter à cauſe de la difference de denſité. Il eſt clair que la couche qui paſſe par *D* ſera la limite des Perigées, qui ſera plus aplati que la couche d'équilibre *CAFB*. Ainſi elle coupera le grand axe aux points *I* & *R* plus près de *A* & *B*, que n'eſt le point *D* du point *C*; C'eſt pourquoy

l'intervalle des oſcillations *HI* & *RR* ſera plus petit que l'intervalle *PD*; mais puiſque *CD* eſt un peu plus grand que *FE* & par récompenſe *FG* un peu plus grand que *PC*, on voit que les deux intervalles *PD* & *GE* doivent être à peu près égaux, comme le ſont éxactement les deux autres *HI* & *RR*.

§. XLIV.

Après tous ces préparatifs, conſiderons la route que doit tenir la Lune dans le tourbillon, & les Phénomènes qui en découlent. Si les oſcillations par *PD* & *GE* étoient parfaitement iſochrones aux oſcillations par *HI* & *RR*, & que le tems de deux oſcillations fût auſſi parfaitement égal au tems périodique de la Lune, on voit bien qu'en combinant le mouvement tranſlatif avec le mouvement d'oſcillation, l'Orbite *PLEM* qui en réſultera, devroit être toûjours la même pour chaque révolution, de ſorte que l'Apogée *P* & le Perigée *E* arrivroient toûjours dans les ſyzygies, & les points de moyennes diſtances dans les quadratures. Mais les intervalles *PD* & *GE* étant plus grands que les intervalles *HI* & *RR*, il eſt raiſonnable de dire, qu'il faut plus de tems pour faire une oſcillation par *PD* ou *GE*, que pour en faire une par *HI* ou *RR*. Voici les conſéquences que j'en tire.

§. XLV.

Quand la Lune part de ſon Apogée, que je ſupoſe être préſentement dans les ſyzygies, par exemple en *P*, il faudra plus d'une révolution entiere pour qu'ayant fait deux oſcillations elle ſoit remontée à ſon Apogée, qui ſera par conſéquent avancé en π. Après une ſeconde révolution, l'Apogée ſera avancé d'avantage en *p*, mais non pas autant qu'il l'étoit après la premiere révolution, parce que les tems des oſcillations commencent

à diminuer. Et comme ils diminuent juſqu'à ce que l'Apogée ſoit parvenu dans la quadrature, on conçoit que le progrès de l'Apogée doit être retardé juſqu'en *H*, que delà il doit être derechef accéleré juſqu'en *G*, puis retardé juſqu'en *R*, & enfin accéleré juſqu'en *P*. L'avancement moyen ſur chaque révolution de la Lune eſt d'environ $3\frac{1}{2}$ degrès, ce qui fait que l'Apogée principal employe à peu près 9. ans à parcourir tout le cercle *PHGR*: Je dis le principal, pour le diſtinguer des deux autres Apogées particuliers, qui ſe trouvent toûjours dans les quadratures, aux extrêmités du grand axe *AB* de la Couche Elliptique *CAFB*, que l'on peut prendre pour l'Orbite moyenne que la Lune décrit au tour de la Terre, de cette maniere la Lune ſera chaque mois deux fois dans l'Apogée, & deux fois auſſi dans le Perigée. De plus on voit que la Lune doit avoir la plus grande viteſſe dans les ſyzygies, parce que les couches du tourbillon terreſtre étant le plus ſerrées dans ces endroits, doivent ſe mouvoir plus rapidement qu'ailleurs. Et de ces deux plus grandes viteſſes, celle que prend la Lune lorſqu'elle eſt pleine, eſt moindre que quand elle eſt nouvelle, parce que le tourbillon eſt plus preſſé entre *TF* qu'entre *TC*. Par la même raiſon, la plus grande excentricité ſe fait lorſque l'Apogée principal ſe trouve dans les ſyzygies. Je pourrois démontrer par cette Théorie pluſieurs autres particularités, qui ſont vérifiées par les obſervations. Auſſi le mouvement annuel de la Terre environnée de ſon tourbillon, autour du Soleil, cauſe de nouvelles irrégularités dans le mouvement de la Lune autour de la Terre, mais toutes ces particularités ſont hors de notre ſujet, & on ne prétend pas que je donne ici un Syſtême complet de l'Aſtronomie.

§. XLVI.

Pour ce qui eſt des Satellites des deux Planètes ſupé-

rieures, je crois que ſi on pouvoit les obſerver de près, & ſur les globes-mêmes de ces deux Planètes, on remarqueroit ſans doute dans le mouvement des Satellites les mêmes inégalités, que l'on remarque ici-bas dans le mouvement de la Lune, il n'y auroit de différence que du plus ou moins, en ce que le tourbillon de Jupiter, par exemple, étant beaucoup plus étendu, plus rapide & plus fort que celui de la Terre, & au contraire le tourbillon du Soleil à la diſtance de Jupiter étant beaucoup plus foible que dans la région où nage notre Terre, il eſt bien naturel que le tourbillon de Jupiter ne ſouffre pas tant de dérangement dans la figure ſphérique de ſes couches, que le tourbillon terreſtre. Il y auroit bien d'autres réfléxions à faire ſur le Syſtême de la Lune, & celui des Satellites; mais puiſque cette matiere me meneroit hors de mon ſujet, qui ne doit regarder, à ce que je crois, que les Planètes principales, je prie mes Lecteurs de prendre le peu que j'ai dit ſur le mouvement de la Lune & des autres Satellites, comme une legere ébauche d'une ample Théorie, qui mériteroit d'être cultivée & perfectionnée. Mon deſſein a été de faire comprendre qu'avec les tourbillons on ſeroit en état d'expliquer encore d'autres Phénomènes que ceux qui font le ſujet de la queſtion propoſée.

§. XLVII.

Avant que de finir ce Diſcours, je propoſerai ici par ſurcroit une maniere de ſe répréſenter en quelque façon à l'œil la génération des Orbites des Planètes, & l'avancement de leur Aphélie, par une expérience, moyennant un Pendule. Par les Théorêmes de M. Huguens, qu'il a mis à la fin de ſon excellent Ouvrage *de Horologio oſcillatorio*, & qui ont été démontrés dans ſes œuvres poſthumes, & par pluſieurs autres perſonnes; on ſçait que les Pendules de différentes longueurs qui font des circulations

circulations coniques d'une égale hauteur, achevent leurs circulations en tems égaux, c'eſt-à-dire, que tous ces Pendules circulans ainſi, ſont iſochrones; c'eſt le Théorême 7[e]. Mais par le 9[e] Théorême, on voit que le tems périodique d'une circulation très petite, qui ſe fait lorſque le fil du Pendule fait un angle fort aigu avec la verticale qui paſſe par le point de ſuſpenſion, & qui eſt l'axe du cone, que le Pendule décrit, on voit, dis-je, que le tems périodique eſt égal au tems d'une double oſcillation laterale très petite, que le même Pendule fait, lorſqu'il eſt agité dans un plan vertical, qui paſſe par le point de ſuſpenſion.

§. XLVIII.

Soit donc le fil du Pendule *AP* ſuſpendu en *A*, faiſant avec la verticale *AC* un angle quelconque *PAC*, & qu'on donne au poids *P* une viteſſe convenable ſuivant la tangente du cercle *PDEF* décrit du rayon *CP*, afin qu'avec cette viteſſe le Pendule *AP* décrive en l'air la ſurface conique, dont la baze eſt le même cercle *PDEF*; Cette viteſſe doit être (ce qu'on déduit aiſément des Théorêmes 5[e] & 7[e] de M. Huguens) à la viteſſe que le poids *P* pourroit acquérir en tombant de la moitié de la hauteur *AC*, comme le rayon *PC* eſt à la hauteur entiere *AC*. Avec une telle viteſſe une fois imprimée, le poids *P* continuera de circuler toûjours ſur la circonférence *PDEF*, ſupoſé que l'air ne faſſe point de réſiſtance: Car dans ces circonſtances le poids *P* eſt retenu ſur l'Orbite circulaire *PDEF* par deux forces qui ſe contrebalancent, l'une qui eſt la centrifuge du poids *P*, cherchant à dilater l'angle *PAC*, & l'autre force eſt ſa propre peſanteur, qui tendant à deſcendre fait effort pour diminuer le même angle *PAC*. Mais dès qu'on donne au poids *P* une viteſſe un peu plus petite, ou qu'il perd quelque choſe de celle qu'on lui avoit d'abord Fig. V.

imprimée, il ne circulera plus ſur l'Orbite circulaire *PDEF*, mais il la changera en une autre qui aura la figure d'une Ellipſe *PGEH* décrite ſur la ſurface ſphérique, dont le centre eſt *A*, & le rayon *AP*. Cependant cette Ellipſe pourra être regardée comme plane, pourvû que l'angle *PAC* ſoit médiocrement aigu par ex. de 12. ou 15. dégrés.

§. XLIX.

En obſervant ce mouvement, on verra avec plaiſir, que le grand axe de cette Ellipſe *PE* change de poſition après chaque révolution, tellement qu'après la prémiere, les deux extrêmités de l'axe *P* & *E*, ſe trouveront avancées en *π* & *ε* en même ſens que ſe fait la circulation, & les avancemens de ces deux points continueront ainſi, juſqu'à ce qu'après pluſieurs révolutions du Pendule ils ayent parcouru toute la circonférence *PDEF*, pourvû que durant ce mouvement la réſiſtance de l'air ne trouble pas ſenſiblement cet effet. Ainſi voilà le poids *P* répréſentant une Planète qui fait ſes révolutions ſur l'Orbite Elliptique *PGEH*, dont l'Aphélie *P* ou E avance peu à peu, juſqu'à faire tout le tour du cercle *PDEF*, & cela du même côté que ſe font les révolutions, il n'y a guères de différence dans cette comparaiſon avec le mouvement des Planètes, ſinon qu'ici les Apſides *P* & *E* ſont tous deux des Aphélies par raport au centre *C* conſidéré comme le Soleil, & la comparaiſon conviendroit parfaitement, ſi les forces centrales avec leſquelles les Planètes ſont pouſſées vers le Soleil étoient directement comme leurs diſtances; car les Orbites des Planètes feroient des Ellipſes, dont le centre & non pas le foyer feroit la place du Soleil. Quant au reſte la mobilité & l'avancement de l'Aphélie *P* dans notre expérience, vient évidemment de la cauſe que j'ai indiquée en expliquant la mobilité de l'Aphélie des Planétes.

§. L.

Pour en être assuré, on considerera que le poids *P* n'ayant pas assés de vitesse initiale pour décrire un cercle, la force de sa pesanteur prévaudra à la force centrifuge; Donc il sera obligé de se raprocher du centre pendant qu'il circule en même tems, ce qui lui fait décrire l'arc *PG* entre *PC* & *PD*, jusqu'à ce que la distance *CG* soit assés petite, & la vitesse assés grande; (car il doit s'accelerer à cause de ce surplus de force qui le pousse vers le centre) pour que la force centrifuge reprenant le dessus, repousse le poids à la distance *CE* égale à *CP*, & ainsi le poids continuera à décrire l'Ellipse *PGEH*. Or c'est ce surplus de force qui feroit faire au Pendule *AP* des oscillations laterales très petites dans le plan vertical, & puisque *AP* est 7 *AC*, le tems d'une de ces oscillations doit être un peu plus grand que le tems d'une oscillation laterale très petite d'un Pendule de la longueur *AC*. Donc le tems d'une circulation conique du Pendule *AP* (lequel tems est égal par le Théorême 9e. au tems d'une double oscillation laterale très petite d'un Pendule de la longueur *AC*) sera un peu plus petit que le double du tems qu'il faut au poids *P* pour parvenir en *G* où il est le plus près du centre *C*, & pour s'en éloigner à sa plus grande distance en *E*.

§. LI.

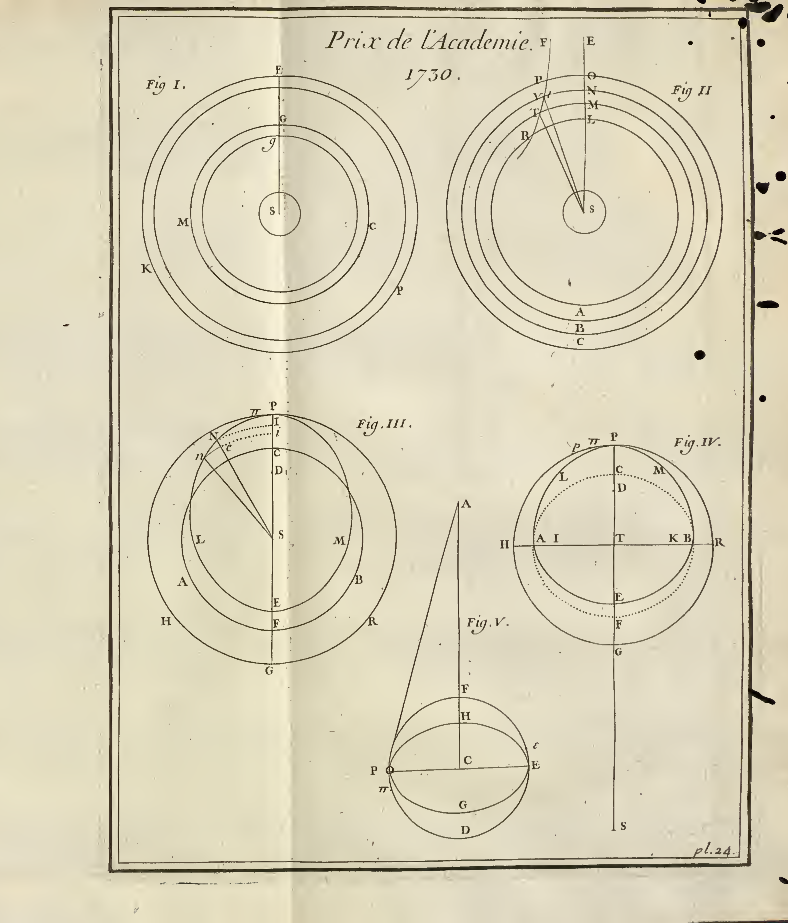
D'où il paroît que quand le poids *P* a achevé une révolution entiere sur l'Ellipse *PGEH*, il ne sera pas encore revenu tout-à-fait à son premier plus grand éloignement; il se trouvera donc un peu plus avant en π lorsqu'il aura atteint ce point du plus grand éloignement. C'est ainsi que le point *P* qui représente un des Aphélies paroîtra parcourir la circonférence *PDEF* après un bon

nombre de révolutions du Pendule, & cela dans le même sens que se font les révolutions elles-mêmes, tout comme on l'observe dans le mouvement des Planètes principales, avec cette difference seulement, que les Planètes ne passent en chaque révolution qu'une fois par l'Aphélie, & une fois par le Périhélie, au lieu qu'ici le Pendule a deux Aphélies en *P* & *E*, & deux Perihélies en *G* & *H*, par lesquels on le voit passer en chaque révolution.

§ LII.

Si l'angle *PAC* est fort aigu, en sorte que la longueur du Pendule *AP* ne differe pas sensiblement de la hauteur verticale *AC*, alors la force centrale qui pousse continuellement le poids *P* vers le centre *C*, est par tout proportionelle à sa distance *PC*, comme il seroit aisé de le prouver, ce qui fait que la Courbe *PGEH* devient une véritable Ellipse, conformément à la proposition *X* du premier Livre des Principes de M. Newton, & l'axe des Aphélies *PE* ne change plus de position. En effet, on remarque que le mouvement du Pendule commençant à s'affoiblir par la résistance de l'air, les petites Ellipses continuent de se décrire pendant plusieurs révolutions, sans que les Aphélies *P* & *E* avancent sensiblement.

FIN.



Prix de l'Academie.
1730.
Fig I.
Fig II
Fig.III.
Fig.IV.
Fig.V.
pl.24.



REMARQUES
SUR
LE MEMOIRE
DE MR MEYNIER.

Touchant la meilleure Méthode d'obſerver ſur mer la déclinaiſon de l'aiguille aimantée.



R Meynier ſouhaite qu'on compare le Mémoire qu'il vient de publier ſur la méthode d'obſerver en mer la déclinaiſon de la Bouſſole, avec la piece ſur le même ſujet, qui a remporté le dernier prix donné par l'Academie Royale des Sciences. Quoique cette comparaiſon ſoit très-facile à faire, j'ai cru que je devois la rendre encore plus aiſée, en me chargeant de l'emploi de faire quelques remarques ſur le Mémoire de M. Meynier. Je le conſidére comme diviſé en deux parties : dans l'une il s'agit d'obſerver ſur la Bouſſole dans quel azimuth ou à quel rumbs de vent paroît un Aſtre ; dans l'autre il s'agit de voir par le calcul ſi l'Aſtre eſt effectivement dans cet azimuth.

REMARQUES.

Sur l'inſtrument dont ſe ſert M. Meynier pour obſerver l'azimuth d'un Aſtre qui eſt élevé.

I.

Il eſt très facile d'obſerver à quel rumbs de vent paroît une Aſtre qui eſt dans l'Horiſon : mais ce n'eſt pas la même choſe auſſi-tôt que l'Aſtre a

quelque hauteur. La difficulté a même paru si grande, & les observations se sont toujours trouvées si défectueuses, que les Marins après avoir tenté inutilement un très grand nombre de differens moyens, ne se servent plus maintenant que de l'amplitude des Astres, pour découvrir la déclinaison de l'aiguille aimantée. Ce qui rend l'observation défectueuse, lorsque l'Astre a une hauteur considerable; c'est principalement la grande difficulté qu'il y a en mer, d'avoir une ligne exactement verticale. Les Anglois ont voulu se servir pour cela d'un stile élevé sur le bord de la Boussole, comme on le peut voir dans le Traité *Pratical Navigation* de M. Seller; Stevin après Regnier Pieterszoon a voulu mettre un quart de cercle à la place du stile, afin de pouvoir observer tout-à-la fois l'azimuth de l'Astre & sa hauteur, M. Meynier propose à present de mettre un cercle presque entier. Mais pour peu que l'instrument se trouve incliné d'un côté ou d'autre, on doit toujours se tromper considérablement dans l'observation; & l'erreur sera d'autant plus grande, que l'Astre sera plus élevé.

Il est démontré dans la piéce qui a remporté le prix (arti. VIII. de la premiere Partie) que l'erreur est sensiblement en raison composée des raisons directes de l'inclinaison de l'instrument & du Sinus de la hauteur de l'Astre, & de la raison inverse du Sinus complement de cette hauteur: C'est-à-dire qu'elle est égale au produit de l'inclinaison & de la tangente de la hauteur de l'Astre divisé par le Sinus total. On voit aisement que cette expression revient à l'autre, & je démontrerai, s'il est besoin, qu'elle est generale & qu'elle convient à tous les instrumens possibles. Ici je me contente d'ajouter que si l'instrument est seulement incliné de quatre dégrés & que l'Astre soit élevé de soixante; on se trompera de près de sept dégrés, en examinant sur la Boussole à quel rumbs de vent l'Astre paroît: l'erreur sera de 6°. 55.

Ainsi on voit de quelle consequence il est en mer, lorsqu'on veut découvrir la déclinaison de l'aiguille aimantée par les Astres qui ont une grande hauteur, de procurer une situation exactement horisontale à la Boussole. On voit que cette condition est si essentielle qu'il n'est jamais permis de la perdre de vuë, & qu'on est même toujours interressé à sçavoir si on réüssit à la remplir avec assez d'exactitude. Cependant M. Meynier se sert d'une suspension qui est non seulement très-défectueuse, mais qui ne permet point encore au Pilote de s'apercevoir des erreurs qu'il commet. Il suspend sa Boussole de deux manieres; ou bien il l'attache par le haut en forme de pendule dans un quadre verticale, qui est apliqué au haut d'une espece de Pieux; ou bien il la pose immediatement au-dessus de ce Pieux, en suprimant le quadre. Il n'est pas nécessaire d'expliquer cecy en détail: il suffit qu'on sçache que toute l'attention de notre Auteur se borne à recommander au Pilote de tenir le Pieux le plus verticalement qu'il est possible; comme si cela suffisoit pour empêcher la Boussole qui est suspendue par le haut de faire sans cesse des vibrations. On veut bien croire que le Pilote réüssira à réparer dans la situation du Pieux presque tous les changemens que pourroit y apporter les diverses inclinaisons du vaisseau: mais la vitesse du sillage reçoit en même tems diverses alterations, elle est sans cesse ou retardée ou accelerée par le choc des

vagues, & le Navire ſe meut preſque toujours par elans. Or il eſt clair que l'inſtrument ne pouvant pas ſuivre ſur le champ tous les mouvemens du point de ſuſpenſion, ſera ſujet à des balancemens continuels, & que ces balancemens qui ne peuvent pas manquer d'être fort irréguliers, cauſés qu'ils ſont par l'agitation du vaiſſeau & par l'impulſion immediate du vent ſur la Bouſſole, ils altereront la ſituation verticale dans divers ſens & ne permettront point au Pilote d'appliquer l'œil à la fente par laquelle il doit viſer à l'Aſtre.

Si d'un autre côté la Bouſſole eſt poſée immediatement au haut du Pieux, l'obſervation deviendra plus facile, mais elle ſe trouvera en même tems plus défectueuſe. Lorſqu'on eſt à terre, on peut en tenant le Pieux entre les mains, voir de quel côté il tend à tomber; on peut le redreſſer, & faire en ſorte qu'il ſe tienne de bout preſque tout ſeul, ce qui le rendra à peu près vertical. Je dis à peu près: car il eſt évident qu'on commettra toujours quelque erreur, peut-être d'un ou deux dégrés, & qu'on ne doit jamais employer à Terre un moyen ſi imparfait pour avoir une ligne verticale dans les obſervations aſtronomiques, ou dans les Opérations du nivellement. Mais ſupoſons à preſent que le plancher qui nous ſoutient, ſoit agité; ſupoſons que le ſol ſoit expoſé à des ſecouſſes en toutes ſortes de ſens, qui ſoient aſſez grandes, pour que le Pieux, quoique vertical, tende à nous échaper des mains: & dites-moi ſi vous croyez alors pouvoir réüſſir à le mettre verticalement à deux ou trois dégrés près; & ſi vous ne vous tromperez pas le plus ſouvent de 4. & de 5. dégrés; de 7. & de 8. & encore d'une plus grande quantité; ſupoſé que vous uſiez de la liberté que M. Meynier vous donne, de vous aſſeoir ſur le tillac, afin de faire l'obſervation plus à votre aiſe. Il faut lorſqu'il a fait une ſemblable propoſition qu'il ne ſçut pas combien il eſt néceſſaire que l'inſtrument ſoit exactement vertical. Sçavoit-il bien que lorſque l'Aſtre a 45. dégrez de hauteur, on commet autant d'erreur dans l'obſervation de l'azimuth, qu'on en commet dans la ſituation verticale du Pieux & que l'erreur eſt encore plus grande, lorſque l'Aſtre eſt plus élevé?

Il eſt vrai qu'entre les inclinaiſons ce ne ſont que celles qui ſe font vers la droite & vers la gauche de l'obſervateur, qui ſont dangereuſes; & qu'il pourra arriver quelquefois qu'on ne ſe trompera point: mais ce ne ſera toujours que par hazard. Outre cela le Pilotte ne peut diſtinguer à aucune marque les obſervations exactes de celles qui ne le ſont pas; & il arrivera, peut-être, encore que lorſqu'il répétera l'operation, il ſe trompera toujours dans le même ſens, parce que quelques irrégulières que ſoient les premieres cauſes de l'erreur, comme l'agitation de la mer & l'impulſion du vent; il ſe peut faire que toutes ces cauſes ayent pendant un certain temps quelque eſpece de régularité.

Mais on ſentira encore mieux toute l'imperfection de l'inſtrument dont il s'agit, ſi on ſe donne la peine d'en comparer l'uſage avec la méthode que j'ay propoſée, * pour obſerver l'azimuth du Soleil lorſque cet Aſtre eſt élevé. Les compas de variations ordinaires ont deux pinnules à l'opoſite l'une de l'autre: j'éleve un ſtile au-deſſus d'une de ces pinnules; mais

* Voy. l'art. V. de la premiere Partie de la Piéce qui a remporté le prix.

pour ne me point tromper à mettre la Bouſſole de niveau pendant l'obſervation, j'apliqué l'œil à la pinnule qui eſt au-deſſous du ſtile & viſant à l'extrêmité apparente de la mer, par le bord de la boëte le plus éloigné, en faiſant en ſorte que ce bord paroiſſe comme tangente à l'Horiſon ſenſible, je tourne le dos au ſoleil, juſqu'à ce que l'ombre du ſtile tombe ſur la pinnule opoſée; ce que je vois en même tems que je viſe à l'extrémité aparente de la mer. Il eſt évident que je dois réuſſir par cette attention à rendre la Bouſſole parfaitement h orizontale,ou àfaire au moins qu'elle ne panche ni vers la droite ni vers la gauche; & il eſt également clair que le ſtile & le fil qui eſt tendu d'une pinnule à l'autre, ſont alors exactement dans le vertical du Soleil. On peut donner une infinité de differentes formes à cette obſervation: on peut obſerver tout à la fois, ſi on le veut, l'azimuth & la hauteur de l'Aſtre, * comme je l'ai expliqué dans l'article ſuivant: mais il eſt clair que la condition eſſentielle eſt de ſe ſervir toujours de l'Horiſon ſenſible pour donner à l'inſtrument la ſituation qu'il doit avoir. Il faut remarquer après tout, que ceci n'occupe que peu de pages dans ma piéce, parce qu'il me ſuffiſoit de me faire entendre & que j'avois d'autres réflexions à faire. Je n'avois d'ailleurs nulle envie d'ériger en inventions des choſes auſſi ſimples; malgré toute l'utilité qu'elles pouvoientavoir, & quoique je ſçuſſe que perſonne n'y avoit encore penſé. Pour M. Meynier, il fait un ſi long détail de toutes les parties de ſon inſtrument, dont il pouvoit nous donner une notion diſtincte en peu de mots, qu'il en remplit les deux tiers de ſon Memoire. C'eſt ce qui lui a fait dire qu'il s'attachoit principalement à perfectionner la Pratique: mais bon Dieu! quelle eſt cette Pratique, qu'il eſt à ſouhaiter qu'on ne mette jamais en uſage, & qui expoſeroit preſque tous nos vaiſſeaux à perir?

* Voy. l'art. VI. de la Premiere Partie.

REMARQUES.

Sur la maniere dont M. Meynier calcule le vrai azimuth.

II.

Cependant, comme ſi ce n'étoit point aſſez de nous avoir donné un inſtrument dont on ne peut ſe ſervir qu'avec danger, puiſque l'uſage n'en eſt jamais bon que par hazard, M. Meynier ſe trompe encore dans le calcul qu'il indique pour trouver le vrai azimuth des Aſtres. Il s'agit ici d'une choſe traitée une infinité de fois, & ſçue de la plûpart de nos Pilotes. Notre Auteur ſe propoſe dans le Problême II. (pag. 24.) de trouver les dègrés de la déclinaiſon horizontale d'une étoile; c'eſt-à dire de ſon azimuth, en connoiſſanr la latitude de l'endroit où l'on eſt, la diſtance de l'étoile au Pole, & l'angle horaire dont cette même étoile eſt éloignée du méridien. La queſtion ſe reduit à réſoudre un triangle ſphérique obliqu'angle dont un angle eſt au Zenith & c'eſt celui qu'on cherche, l'autre eſt au Pole, & le troiſiéme eſt à l'Aſtre. M. Meynier partage comme à l'ordinaire ce triangle en deux autres, qui ſont rectangles. Je compte pour peu que dans un de ces triangles qui eſt marqué A I O (pag. 25.) il mette deux fois l'hypotheneuſe A O à la place du ſinus de cet Arc, quoiqu'il ne confonde pas de même les arcs I O & A I avec leurs ſinus qui ſont plus petits.

Mais dans ce même triangle, il cherche l'arc AI par cette analogie, le sinus total est à l'arc AO, ainsi le sinus de complement de l'angle horaire A est au sinus de l'arc AI; comme si dans un triangle sphérique qui a un angle droit, les deux autres angles étoient le complement l'un de l'autre. J'ai fait tout mon possible pour me persuader qu'une faute de cette espece, ou plutôt qu'un si grand nombre de fautes devoient être attribuées à l'Imprimeur, mais il m'a fallu abandonner cette pensée, aussi-tôt que j'ai vu que la même méprise étoit répétéeà la page 31. où on en fait même un point de Theorie; & que j'ai remarqué que le feuillet des pages 25. & 26. qui contient les erreurs dont il s'agit, est un carton; c'est-à-dire un feuillet imprimé une seconde fois qu'on a substitué à un autre qui contenoit quelque faute * d'Impression qu'on a voulu corriger. Pour le dire en un mot, si M. Meynier n'avoit pas eu pendant assez long-tems le Titre de Professeur, nous croirions voir par tout ici un homme qui étant à peine initié dans la Trigonometrie spherique, ne veut emploier qn'un certain nombre de Théoremes qu'il sçait ou qu'il croit sçavoir, & qui ne prend un si grand détour que pour se tromper. Car il faut remarquer que le Probleme qu'il resout si mal par le moyen de trois analogies, se pouvoit résoudre avec deux, comme le sçavent toutes les personnes qui sont un peu versées dans ces matieres.

Mais nous voulons bien regarder toutes ces méprises, comme de simples inadvertances; quoiqu'il s'agisse ici d'une matiere dans laquelle on n'excuse pas les moindres fautes. Nous voulons bien croire que l'Auteur est en état, sur ce que nous venons de dire, de rectifier son second Probleme de même que le dernier dans lequel il calcule encore l'azimuth: nous soutenons que malgré toutes ces corrections, la methode sera encore extremement dangereuse dans la plûpart des rencontres; parce qu'on ne connoit point avec assez d'exactitude en mer la distance horaire des Astres au méridien, distance que M. Meynier prend cependant toujours pour un des élemens de son calcul. La connoissance de cette distance supose qu'on sçache l'heure de l'observation; & l'Auteur n'explique point dans son Memoire à la trouver. Il est vrai qu'il y suplée dans l'addition qu'il a mis après coup, mais il veut (pag. 62.) qu'on se serve pour cela d'un fil à plomb; ne se ressouvenant pas d'en avoir rejetté l'usage auparavant (pag. 8.) à cause de l'agitation continuelle du vaisseau. Or un moyen si imparfait de trouver l'heure, fera qu'on se trompera au moins de 15. ou 20. minutes de temps; ce qui produira ensuite des erreurs excessives dans l'azimuth. Si l'Auteur ne se servoit toujours que de l'étoile polaire pour découvrir la variation, il auroit raison de regarder comme donnée la distance horaire de cette étoile au méridien, parce que la petitesse de sa révolution est cause qu'elle ne change de situation que très lentement. Mais puisqu'il nous offre non seulement toutes les étoiles de la premiere & de la seconde grandeur, qui sont vers le Pole, qu'il nous invite encore à observer l'azimuth du Soleil, nous ne sçaurions trop le repeter, qu'on ne doit point alors regarder la distance horaire de l'Astre au méridien comme connue; parce que si on se trom-

* Le mot *de la hauteur au Pole*, au lieu de celui *de distance au Pole*. dans le Titre du Probl. IV. page 26.

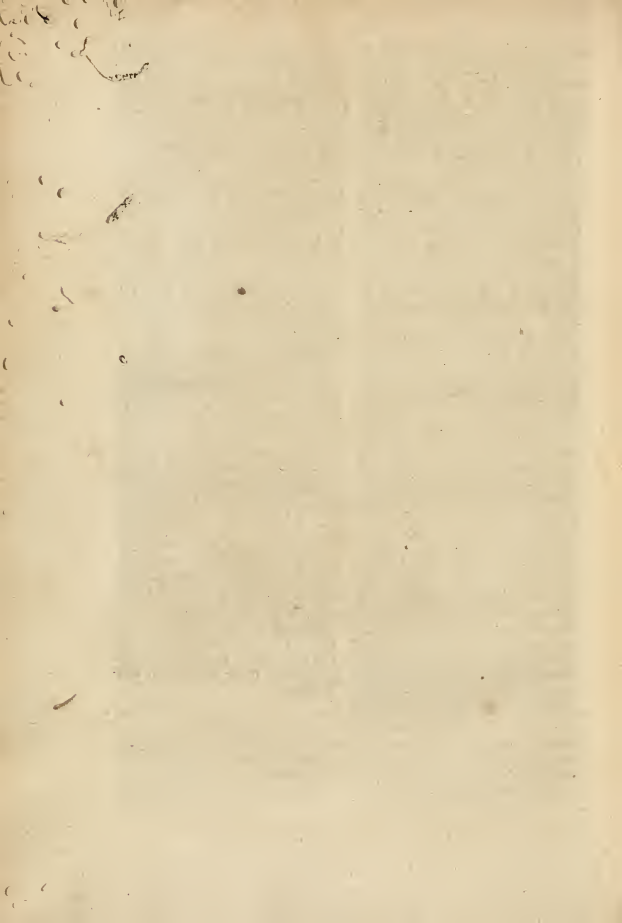
poit d'un seul demi quart d'heure dans cette distance, on commettroit une grande erreur dans la situation de l'Astre; & on se tromperoit par consequent aussi beaucoup dans l'azimuth, en supposant même les Problemes de M. Meynier bien résolus. Ainsi au lieu d'employer comme il le fait toujours l'angle horaire qu'on ne peut pas connoître en mer d'une maniere assez immediate, il faut dans le cas dont il s'agit, suposer que la hauteur du Pole & la hauteur de l'Astre sont données, & résoudre le Triangle sphérique par le moyen de ses trois côtés; la distance de l'Astre au zénith, la distance de l'Astre au Pole & la distance du Pole au zenith. La résolution de ce même triangle fournira aussi, si on le veut, l'angle horaire, en cherchant l'angle au Pole, au lieu de chercher l'angle au zénith: mais encore une fois il ne faut pas se servir au contraire de l'angle pour résoudre le triangle.

C'est à ce même genre de faute de ne pas distinguer les circonstances dans lesquelles on peut appliquer chaque méthode, que nous devons raporter ce que l'Auteur avance, en finissant son mémoire; qu'un des tems propres pour observer en mer la variation, c'est lorsqu'un Astre passe par le Méridien. C'est dans la remarque de la page 27. où il dit qu'on réussira à observer la déclinaison de l'aiguille aimantée à l'étoile polaire, *surtout lorsque cette étoile est au dessus du Pole vers sa plus grande distance du Meridien, tant du côté de l'Est que du côté du Ouëst, parce que pour lors elle est assez long-tems sans changer de vertical bien sensiblement; ou en observant la hauteur de l'étoile sur l'Horison lorsqu'elle est vers le méridien, parce que dans ce tems la elle est assez long-tems sans changer d'almicantarath bien sensiblement*. La seconde partie de cette réflexion, nous sommes faché de le dire, montre que la premiere n'a été faite que par hazard: car il est évident que la circonstance la moins favorable, pour observer en mer la déclinaison de la Boussole, est toujours lorsque l'Astre est proche du méridien, puisque c'est alors qu'il change le plus subitement de vertical. Il n'importe point en effet qu'on puisse avoir dans ce cas la hauteur de l'Astre avec plus de précision, puisque malgré la connoissance plus précise de cet élement, on se trompe toujours beaucoup plus dans la situation de l'azimuth, qui est l'objet de toute la recherche.

Nous nous contentons au surplus de relever les méprises qui tirent à consequence, & celles encore simplement qui se présentent les premiéres; car si nous voulions raporter toutes les autres, nous serions obligés de donner beaucoup plus d'étenduë à cet écrit. L'Auteur ne pense pas, par exemple, que ce qui détermine plûtôt un certain point de l'Horison qu'un autre à servir de Septentrion, c'est que le Pole du Nord est incliné d'un certain côté, & que s'il étoit précisement sur nôtre tête, il n'y auroit plus de point sur l'Horison qu'on pût prendre pour vrai Nord, ni de cercle horaire qu'on pût regarder plûtôt qu'un autre pour le meridien du lieu. M. Meynier qui ne fait point attention à tout cela s'imagine (pag. 23. & 24.) que la plus grande digression d'un Astre ne se trouve de 90 dégrez que lorsque le Pole est au Zénith. Il est cependant bien sensible que dans ces pays-cy, si une étoile en décrivant son parallele passe par le Zénith, elle aura en arrivant à ce point du côté de l'Orient, & en s'éloignant du côté de l'Occident une digression

de 90 dégrés, puiſque ſon parallele ſe confond dans ce point avec le premier vertical, qui fait une angle droit avec le méridien. Suppoſé d'ailleurs qu'il ne s'agiſſe pas dans la prétenduë démonſtration de M. Meynier de la digreſſion proprement dite ; mais de toute diſtance de l'Aſtre au méridien à meſurer ſur l'Horiſon, cette diſſtance ſe trouve encore ici deux fois le jour de 90 dégrés à toutes les étoiles qui comprennent le Zénith dans le parallele qu'elles décrivent ; & cette diſtance va même juſqu'à 180 dégrez, ſuppoſé qu'on prenne pour terme de la diſtance, la moitié du méridien qui eſt du côté du ſeptentrion.

Après être tombé dans toutes ces fautes, M. Meynier ne devoit certainement pas prétendre au Prix ; & il ne paroît que trop que l'accident qui lui eſt arrivé, ne lui a rien fait perdre. Il y a d'ailleurs long-temps que la méthode de déterminer la variation par l'Azimuth des Aſtres qui ſont élevés, a été propoſée la premiere fois; on la trouve dans preſque tous nos livres de Marine ; & le Mémoire que nous venons d'examiner, ſe réduiroit à expliquer cette ſeule méthode, ſupoſé qu'on le purgeât de toutes les erreurs qu'il contient : c'eſt-à-dire qu'il n'enſeigneroit rien qu'on ne ſçût déja, & qu'il laiſſeroit les choſes préciſément dans l'état où elles étoient. Il s'en faut néanmoins extremément que ce ſoit là l'intention du Fondateur du Prix, ou celle de l'Académie Royale des Sciences, qui veut que ſi on n'explique que des choſes connues, on le faſſe au moins avec choix & qu'on éclaire les Marins ſur l'uſage qu'ils doivent faire de chaque operation. Il eſt vrai que pour réuſſir dans une pareille entrepriſe, il faut emprunter beaucoup de lumieres de la Théorie ; car ce n'eſt que de cette ſorte qu'on perfectionne la pratique : Et il importe peu d'ailleurs que les diſcuſſions dans leſquelles on eſt obligé d'entrer, ſoient compliquées & difficiles, auſſi-tot que les Maximes ou les Aſſertions qui en réſultent, ſoient à la portée des Pilotes. Mais enfin on ſçait de quelle conſéquence il eſt en mer de connoître exactement la variation de la Bouſſole : M. Meynier raporte lui-même qu'on croit en Angleterre, que c'eſt par le deffaut de cette connoiſſance, que l'Eſcadre commandée par l'Amiral Chawel, fit nauffrage. L'erreur n'étoit, peut-être cependant que de quelques dégrez : au lieu que ſi les Pilotes, abuſés par la maniere dont notre Auteur parle de ſes découvertes, avoient le malheur de ſe conformer le moins du monde à ſes préceptes, ils ſeroient ſujets à ſe tromper, non pas d'un ou deux dégrez ; mais de 8. & de 10, quelquefois de 15. & de 20, & quelquefois de tout le Ciel. Ne cherchons point ici à nous allarmer, en nous reſſouvenant que celui qui enſeigne toutes ces erreurs, a occupé pendant pluſieurs années une Chaire d'Hydrographie dans un des plus fameux Ports de France ; mais adjoutons qu'il eſt au moins très-néceſſaire d'arrêter les mauvaiſes ſuites que doit avoir la publication d'une Doctrine ſi dangereuſe.



DE LA ME'THODE
D'OBSERVER EN MER
LA DE'CLINAISON
DE LA BOUSSOLE.

PIECE QUI A REMPORTE' LE PRIX
proposé par l'Académie Royale des Sçiences
pour l'année 1731.

Par Monsieur BOUGUER, *Hydrographe du Roy au Havre de Grace, & Membre de l'Académie Royale de Bordeaux.*



A PARIS, RUE S. JACQUES,
Chez CLAUDE JOMBERT, au coin de la ruë des Mathurins;
à l'Image Notre-Dame.

M. DCC. XXXI.

Avec Approbation & Privilege du Roy.

AVERTISSEMENT.

L'Academie a jugé qu'après la piece qui a remporté le Prix, celle qui en a le plus approché, eſt celle qui a pour Deviſe, *Omnibus oblatum, cunctis acquirere fas eſt.* num. 3. & enſuite la piece Latine, num. 8. qui a pour Deviſe, *Nova ſi nigri videas miracula ſaxi &c.* Claudian. Epigr. XIV.

PRIVILEGE DU ROY.

LOUIS par la grace de Dieu Roy de France & de Navarre : A nos amez & feaux Conſeillers, les Gens tenant nos Cours de Parlement, Maîtres des Requeſtes ordinaires de notre Hôtel, Grand Conſeil, Prevôts de Paris, Baillifs, Senechaux, leurs Lieutenans Civils & autres nos Juſticiers qu'il appartiendra, Salut. Notre bien amé & feal le *Sieur Jean-Paul Bignon, Conſeiller ordinaire en notre Conſeil d'Etat, & Préſident de notre Académie Royale des Sciences,* Nous ayant fait très-humblement expoſer, que depuis qu'il nous a plû donner à notredite Académie, par un Réglement nouveau, de nouvelles marques de notre affection, elle s'eſt appliquée avec plus de ſoin à cultiver les Sciences, qui ſont l'objet de ſes exercices ; enſorte qu'outre les Ouvrages qu'elle a déja donnez au Public, elle ſeroit en état d'en produire encore d'autres, s'il nous plaiſoit lui accorder de nouvelles Lettres de Privileges, attendu que celles que Nous lui avons accordées en datte du 6. Avril 1699. n'ayant point de tems limité, ont été déclarées nulles par un Arrêt de notre Conſeil d'Etat du 13. Août 1713. Et déſirant donner au Sieur Expoſant toutes les facilitez & les moyens qui peuvent contribuer à rendre utiles au Public les travaux de notredite Académie Royale des Sciences, Nous avons permis & permettons par ces Préſentes à ladite Académie, de faire imprimer, vendre & débiter dans tous les lieux de notre obéïſſance, par tel Imprimeur qu'elle voudra choiſir, en telle forme, marge, caractere, & autant de fois que bon lui ſemblera, *toutes ſes Recherches ou Obſervations journalieres, & Relations annuelles de tout ce qui aura été fait dans les Aſſemblées ;* comme auſſi *les Ouvrages, Mémoires ou Traitez de chacun des Particuliers qui la compoſent,* & généralement tout ce que ladite Académie voudra faire paroître ſous ſon nom, après avoir fait examiner leſdits Ouvrages, & jugé qu'ils ſont dignes de l'impreſſion ; & ce pendant le tems de *quinze années* conſécutives, à compter du jour de la datte deſdites preſentes. Faiſons défenſes à toutes ſortes de perſonnes de quelque qualité & condition qu'elles ſoient, d'en introduire d'impreſſion étrangere dans aucun lieu de notre Royaume ; comme auſſi à tous Imprimeurs, Libraires & autres, d'imprimer, faire imprimer, vendre, faire vendre, débiter, ni contrefaire leſdits Ouvrages imprimez par l'Imprimeur de ladite Académie, ou de ceux qui auront droit d'eux : à peine contre chacun des contrevenans de confiſcation des Exemplaires contrefaits au profit de ſondit Imprimeur : de trois mille livres d'amende, dont un tiers à l'Hôtel-Dieu de Paris, un tiers audit Imprimeur, & l'autre tiers audit Dénonciateur, & de tous dépens, dommages &

interêts, à condition que ces Présentes seront enregistrées tout au long sur le Registre de la Communauté des Imprimeurs & Libraires de Paris, & ce dans trois mois de ce jour: que l'impression de chacun desdits Ouvrages sera faite dans notre Royaume & non ailleurs, & ce en bon papier & en beaux caracteres, conformément aux Réglemens de la Librairie, & qu'avant que de les exposer en vente, il en sera mis de chacun deux exemplaires dans notre Bibliotheque publique, un dans celle de notre Château du Louvre, & un dans celle de notre très-cher & feal Chevalier Chancelier de France le Sieur Daguesseau; le tout à peine de nullité des Présentes. Du contenu desquels vous mandons & enjoignons de faire jouir ladite Académie, ou ses ayans cause, pleinement & paisiblement, sans souffrir qu'il leur soit fait aucun trouble ou empêchement. Voulons que la copie desdites Présentes, qui sera imprimée au commencement ou à la fin desdits Ouvrages, soit tenuë pour dûëment signifiée, & qu'aux copies collationnées par l'un de nos amez & feaux Conseillers & Secretaires, foi soit ajoûtée comme à l'original. Commandons au premier notre Huissier ou Sergent de faire pour l'execution d'icelles, tous actes requis & necessaires, sans demander autre permission, & nonobstant clameur de Haro, Charte Normande & Lettres à ce contraires. Car tel est notre plaisir. Donné à Paris le 29. jour du mois de Juin, l'an de grace 1717. & de notre Regne le deuxiéme. Par le Roy en son Conseil.

Signé, FOUQUET.

Il est ordonné par l'Edit du Roy du mois d'Août 1686. & Arrêt de son Conseil, que les Livres dont l'impression se permet par Privilege de Sa Majesté, ne pourront être vendus que par un Libraire ou Imprimeur.

Registré le présent Privilege, ensemble la Cession écrite ci-dessous sur le Registre IV. de la Communauté des Imprimeurs & Libraires de Paris, p. 155. N. 205. conformément aux Réglemens, & notamment à l'Arrêt du Conseil du 23. Août 1703. A Paris le 3. Juillet 1717. Signé, DELAULNE, *Syndic.*

Nous soussigné President de l'Académie Royale des Sciences, déclarons avoir en tant que besoin cedé le présent Privilege à ladite Académie, pour par elle & les différens Académiciens qui la composent, en joüir pendant le tems & suivant les conditions y portées. Fait à Paris le 1. Juillet 1717. *Signé*, J. P. BIGNON.



DE LA METHODE D'OBSERVER EN MER LA DECLINAISON DE LA BOUSSOLE.

Nec frustrà signorum obitus speculamur & ortus.
Virg. Mar. G. 1.



I les Modernes n'ont fait quelquefois par leurs plus grands travaux qu'ajoûter quelques degrez de perfection aux connoissances qu'ils avoient reçûës des Anciens, ils ont fait bien davantage dans l'Art de naviger, en inventant la Boussole, & en l'employant avec méthode dans les voyages de long cours. Heureux de vivre dans un siécle où l'on joüit de cette admirable découverte,

& où l'on sçait s'en servir avec plus de succès qu'on ne faisoit d'abord; nous traversons sans crainte les plus vastes Mers, dont nous oserions à peine perdre les rivages de vûë. L'usage de cet instrument a comme raproché de nous toutes les parties de la Terre; il nous a appris qu'il y a des hommes au-delà de l'Ocean dans des endroits où nous n'en soupçonnions pas; & il a établi de la communication entre eux & nous, quoique la Nature, nous eût, ce semble, destinés à n'en point avoir. Il s'agit cependant encore d'assurer la Navigation par une connoissance plus éxacte de la route que suivent les Vaisseaux, en perfectionnant, s'il est possible, la méthode d'observer en Mer la déclinaison à laquelle la Boussole est sujette. Invité par l'importance de cette recherche, & par l'avantage qui peut en revenir au Public, j'ai l'honneur de présenter mes Réflexions à l'ACADEMIE ROYALE DES SCIENCES; en même temps, je l'avoüe, que j'y suis aussi fort excité, non pas par la récompense attachée au Prix, mais par la gloire qu'il doit y avoir, à le recevoir des mains d'une Compagnie, dont les jugemens sont d'un si grand poids chez toutes les Nations sçavantes. Je me renferme dès à présent dans mon sujet; & m'interdisant toutes discussions physiques sur les proprietez de l'aiman, & sur la cause générale de la déclinaison de l'aiguille, quoiqu'elles pussent être de quelque utilité, je divise mes Remarques en trois parties. Je parle dans la premiere de la construction des Boussoles; je tâche dans la seconde de rendre plus éxacts & plus commodes les moyens d'observer la déclinaison ou variation de ces instrumens, & j'entreprends dans la troisiéme de choisir entre ces divers moyens, ou de déterminer ceux qu'on doit employer préférablement dans chaque rencontre.

PREMIERE PARTIE.

De la construᴐtion des Bouſſoles & des Compas de variation.

COmme la Bouſſole eſt un inſtrument aſſez connu; il ſeroit très-inutile de nous arrêter à en faire une deſcription entiere, & à parler de la conſtruction de toutes ſes parties; d'autant plus qu'on peut preſque toujours dans les choſes de pratique, s'en raporter ſur pluſieurs points à l'expérience des Ouvriers. Notre principal objet doit être, ſans doute, d'éxaminer la diſpoſition qu'on doit donner au morceau de fer qui anime cet inſtrument, & la maniere de l'aimanter. Cet éxamen nous intereſſe; puiſqu'il eſt de la derniere conſequence que toutes les Bouſſoles ayent éxactement la même variation, & qu'il arrive très-ſouvent qu'elles en ont de differentes.

I.

De la figure qu'on doit donner à l'aiguille.

PLuſieurs cauſes peuvent mettre de l'inégalité dans la vivacité où la force avec laquelle l'aiguille aimantée tend à ſe diriger: mais il ſemble que cet inſtrument ne devroit toujours affecter que la ſeule ſituation, qui eſt conforme au cours de la matiere magnétique, de cette matiere dont la Phyſique nous apprend l'éxiſtence, & qui circule continuellement d'un Pole à

l'autre de la Terre. La différence ne peut venir que de la diſpoſition des pores du morceau de fer ou d'acier qu'on aimante : La matiere magnétique trouvant, ſelon toutes les aparences, plus de facilité à ſe mouvoir dans le fer que dans tous les autres corps, ſe meut ſelon la longueur du morceau; mais elle ne la ſuit éxactement que lorſqu'elle peut ſuivre en même temps le fil du fer, ou que c'eſt dans ce ſens que les pores ont le plus de rectitude. Pluſieurs expériences que je me diſpenſe de raporter, établiſſent cette plus grande facilité que trouve la matiere magnétique à traverſer le fer dans un ſens que dans un autre. Je me contenterai de dire qu'ayant fait faire pluſieurs aiguilles de ce fer batu qu'on nomme *tole*, j'ai remarqué que celles dont la longueur n'avoit pas été priſe ſelon le fil, étoient ſujettes à une variation différente, & qu'elles s'écartoient toujours du Méridien magnétique du côté que je l'avois prévû.

La figure premiere repreſente une de ces aiguilles, & les hachures dont elle eſt couverte, marquent les eſpeces de fibres que forment par leur arrangement les parties du fer forgé. Le mouvement de la matiere magnétique ſe faiſoit ſelon la longueur *A B*, mais il s'accommodoit auſſi un peu à la diſpoſition des eſpeces de fibres, & c'eſt ce qui étoit cauſe que cette aiguille ne ſe dirigeoit pas éxactement ſelon *D E*, comme le faiſoient les autres, qui avoient été priſes de fil dans la tole. Outre cela cette aiguille avoit peu de vertu, quoiqu'elle eût été touchée à l'un des meilleurs aimans qu'on ait en Europe; ce qui montre que la diſpoſition des pores empêchoit non ſeulement la matiere magnétique de ſe mouvoir éxactement le long de la ligne *A B*, mais qu'elle étoit cauſe encore que cette matiere ne couloit pas en ſi grande quantité dans l'aiguille.

Il ſuit de-là qu'il n'eſt point à propos de donner aux morceaux de tole qu'on veut aimanter, la figure d'un

lozange vuidé par le milieu, comme dans la figure 2; puiſque là matiere magnétique tend à ſe mouvoir ſelon les côtez de ce lozange, à cauſe de leur longueur, & qu'elle y trouve beaucoup de difficulté, parce que le plus grand nombre des pores n'eſt pas diſpoſé dans ce ſens. Ainſi ces ſortes d'aiguilles ne doivent aporter que peu de vivacité dans leur mouvement; & il vaut mieux, comme on le fait dans la Marine, former le lozange avec du ſimple fil d'archal, parce que toutes les parties de ce fer ſont aſſujetties à un certain arrangement qui s'accorde avec la longueur. Cependant il s'en faut encore beaucoup que ces dernieres bouſſoles ſoient dans un état parfait. Car la matiere magnétique eſt obligée d'abandonner ſon cours naturel ou la direction qu'elle a ſur la ſurface de la Terre, pour ſuivre les côtez du lozange. De plus les deux moitiés ſe contrarient, & tendent à détruire leur vertu en ſe touchant en *A* & en *B*, par des extrêmitez qui ont de l'antipatie l'une pour l'autre. Et enfin au lieu qu'une bonne aiguille n'eſt pas plus ſujette à avoir une déclinaiſon irreguliere, lorſqu'elle a perdu de ſa vertu qu'auparavant, & qu'elle ne fait ſimplement que ſe mouvoir avec plus de lenteur; celle-ci en perdant de ſa force, prend ſouvent une ſituation plus ou moins différente du Méridien; & cela même ſans que le frotement du pivot y ait aucune part.

C'eſt que chaque partie *DA*, *EA*, &c. du fil de fer fait effort pour ſe placer en particulier ſur le Méridien magnétique, & que ſi chacune ne s'y place pas, ce n'eſt que parce qu'elle en eſt empêchée par les autres: De ſorte que le lozange ne reſte dans une certaine ſituation que lorſque les quatre efforts ſont en équilibre. Mais ſi la vertu d'une des parties vient à recevoir quelque altération, ce qui peut arriver par pluſieurs cauſes, l'équilibre ne ſubſiſtera plus, & il faudra que l'aiguille prenne une autre ſituation par raport au cours de la

matiere magnétique. Supoſé, par éxemple, que les trois côtez *A D*, *D B*, *B E*, perdent toute leur vertu, pendant que le côté *E A* conſerve encore quelque choſe de la ſienne, rien ne s'oppoſera enſuite à l'effort que fera ce côté pour ſe placer ſur le Méridien magnétique & on ſera donç ſujet à ſe tromper d'une quantité exceſſive dans la déclinaiſon, ſi on continuë, comme on ne peut pas manquer de le faire, de prendre toujours la diagonale *A B* pour la ligne Nord & Sud de la Bouſſole. Ainſi on voit que ces ſortes d'aiguilles ne ſe gâtent pas ſimplement en perdant peu à peu de leur vivacité, mais en paſſant auſſi par une infinité d'états dans leſquels elles ne ſont propres qu'à en impoſer aux Marins; puiſqu'elles leur indiquent, dans la variation ou dans le cours de la matiere magnétique, des changemens qui n'y ſont point arrivés.

On peut expérimenter d'une maniere très-ſimple ce que nous diſons ici, en aimantant un lozange *A D B E* (*fig.* 3.) formé de quatre morceaux de fil de fer, & en remarquant la ſituation qu'il prend lorſqu'il a la liberté de tourner ſur un pivot *C*. Si on ôte enſuite un des quatre morceaux, par éxemple *A E*, les deux *D A* & *B E* qui ſont paralleles, & qui tendent à ſe diriger également ſelon le cours de la matiere magnétique, n'en ſeront plus empêchés que par le fil *B D* qui tend auſſi à ſe mettre dans la même ſituation; mais qui ayant moins de force, parce qu'il eſt ſeul, doit ceder un peu: De ſorte que le point *A* paſſant en *a*, & le point *B* en *b*, les deux morceaux de fer *A D* & *E B* prendront une ſituation plus aprochante de la direction de la matiere magnétique, pendant que *D B* prendra une ſituation un peu plus differente. J'en ai fait l'expérience pluſieurs fois. Mais il eſt évident que ſi la roüille ou quelqu'autre cauſe trouve plus de facilité à détruire la vertu d'un des quatre morceaux de fer *A E*, que des trois autres, cela produira à peu près le même effet

que si on ôtoit ce morceau. C'est ce qui montre qu'il vaut infiniment mieux ne faire l'aiguille que d'une seule piece, comme dans la figure 1, & être attentif en même temps à prendre sa longueur, selon le fil de la tole. Alors l'aiguille aimantée ne sera point sujette à avoir differentes variations, à mesure qu'elle perdra la qualité que lui a communiqué l'aiman; & outre cela elle poura conserver sa vertu plus long-temps; Car on sçait qu'un morceau de fer disposé selon le Méridien, peut en acquerir une nouvelle lorsqu'il demeure un tems considérable dans la même situation: au lieu que ce n'est pas la même chose dans la figure 3, où il n'y a aucune partie située selon le cours de la matiere magnétique. Il est vrai qu'une pareille aiguille n'est pas si propre à soutenir la rose sur laquelle les rumbs sont tracés: Mais on peut mettre un lozange de fil de leton à la place de celui de fer, & on ne doit pas craindre que l'aiguille construite comme nous le disons, & faite d'acier non trempé, n'ait toujours assez de force pour animer l'instrument.

II.

De la maniere d'aimanter la Boussole.

QUant à la qualité de la pierre d'aiman & à la maniere de *toucher*, il n'y a pas lieu de croire, malgré ce qu'en ont dit quelques Auteurs, qu'elles puissent aporter de la différence dans la variation. Aussitôt que l'aiguille sera faite d'une seule lame terminée en pointe, & que ses pores seront bien dirigés selon sa longueur; on ne peut en se servant d'une pierre d'une moindre ou d'une meilleure qualité, communiquer que plus ou moins de vertu à cette aiguille, sans qu'il y ait pour cela de changement dans sa dé-

clinaison; puisqu'elle doit toujours se placer selon le cours de la matiere magnétique. C'est l'obliquité du cours de cette matiere qui est la cause générale de la variation des Boussoles: Notre Globe étant extrêmement hétérogène, la matiere magnétique est détournée du plan des Méridiens, & suit quelquefois des lignes très-différentes. Comme nous ne pouvons pas changer la direction de ce cours nous ne devons pas prétendre aussi pouvoir garantir nos Boussoles de variation: mais il suffit au moins que nous prenions les précautions que nous avons marquées, pour que dans le même tems & dans le même lieu, les aiguilles ne déclinent toutes que de la même quantité. Il est cependant toujours à propos de leur communiquer le plus de vertu qu'il est possible, afin qu'elles puissent surmonter plus aisément le frotement du pivot, qui les empêche quelquefois de se diriger.

On sçait que lorsqu'on touche l'aiguille, c'est la derniere partie touchée qui acquere la plus grande vertu: mais on ne fait pas, ce me semble, toujous assez attention à disposer l'aiguille pendant l'attouchement selon le cours de la matiere magnétique, qui forme le tourbillon particulier de la pierre. Si *N C S* (fig. 4) est un aiman, & que *S* soit le Pole qui se tourne vers le Sud, on sçait que c'est sur ce Pole qu'on doit toucher la partie de la Boussole qui est destinée à indiquer le Nord; mais il ne faudroit pas disposer l'aiguille *n s* comme dans la figure 4, & la faire glisser sur l'armure, en commençant par l'extrêmité *s* du Sud, & en finissant par celle *n* du Nord: Cette derniere exrrêmité n'acquerroit de cette sorte que peu de vertu; parce que la matiere magnétique qui passe de l'armure dans l'aiguille, est beaucoup plus disposée à couler de *S* en *N*, qu'à couler en sens absolument contraire. C'est pourquoi il vaut mieux placer l'aiguille perpendiculairement à l'axe de la pierre; mais il est encore beaucoup plus

plus avantageux de la placer comme dans la figure 5, & de la faire gliſſer, juſqu'à ce que ſon extrêmité *S* touche l'autre armure *N.* Ici preſque toute la matiere magnétique qui ſort du Pole *S* de la pierre coule le long de l'aiguille, pour aller ſe rendre à l'autre Pole *N*; & ſi quelque partie de cette matiere coule de *a* en *n*, la diſpoſition qu'elle donne à la portion *an* de l'aiguille, ne peut être que foible, & doit être détruite ſur le champ, lorſque tous les points de *an* paſſent auſſi à leur tour ſur le Pole *S*, & qu'ils avancent vers le milieu de la pierre. En effet comme la matiere magnétique ſe meut en plus grande quantité ou de *S* en *N*, ou de *N* en *S*, elle eſt beaucoup plus en état de ſe frayer un chemin dans l'aiguille, & d'y faire des traces profondes.

Ainſi la longueur la plus convenable que doit avoir une aiguille pour pouvoir s'aimanter d'une maniere parfaite, c'eſt la diſtance qui ſe trouve entre les deux armures; & il eſt à propos qu'elle ne ſoit pas plus longue, afin que ſon extrêmité *S* vienne ſimplement toucher l'armure *N*, & qu'elle ne gliſſe point deſſus. Ce mouvement donneroit occaſion à la matiere magnétique de couler en ſens contraire dans la portion de l'aiguille qui iroit au-delà, & de détruire la qualité déja communiquée. Tout ce qu'il y a, c'eſt que les armures ordinaires ne ſont faites que pour donner à l'aiman une plus grande force pour ſoûtenir des poids: Au lieu qu'on pouroit, peut-être, leur donner une autre figure qui ſeroit plus avantageuſe, lorſqu'on veut toucher de longues aiguilles. Il n'y auroit vraiſemblablement qu'à faire terminer l'armure *S* par un plan incliné en dehors, au lieu qu'elle eſt terminée par un plan parallele à l'axe de la pierre, & il faudroit en même temps donner plus de longueur à l'armure *N*, afin que l'aiguille pût venir la toucher, lorſque l'extrêmité *n* ſeroit renduë en *S*. Rien n'empêcheroit auſſi

d'avoir différentes armures, pour pouvoir aimanter les aiguilles de toutes ſortes de longueurs.

III.

Que la maniere qui eſt en uſage d'obſerver ſur le Compas de variation, l'azimuth des Aſtres qui ſont dans l'Horiſon, eſt auſſi parfaite qu'il eſt poſſible.

JUſques ici il n'a été queſtion que de la principale partie de la Bouſſole; mais il nous faut maintenant parler des autres parties, ou plutôt de l'uſage qu'on eſt obligé d'en faire, lorſqu'on veut découvrir la variation. On ſe ſert pour cela d'une Bouſſole particuliere (fig. *6*) qu'on nomme *Compas de variation*, qui a deux pinnules *L* & *H* ſur les deux côtez opoſez de ſa boëte *AQCB*. un fil *LH* eſt tendu horiſontalement d'une pinnule à l'autre, & la circonference de la Bouſſole eſt diviſée en degrez. Pour obſerver avec cet inſtrument dans quel azimuth ou dans quel rumbs paroît un aſtre qui ſe leve ou qui ſe couche, un Pilote viſe à cet aſtre par les deux pinnules, & un autre Pilote ne fait ſimplement qu'éxaminer combien le fil qui eſt tendu d'une pinnule à l'autre, differe de la ligne Eſt & Oüeſt. On a de cette ſorte avec facilité l'azimuth ou l'amplitude qu'on peut nommer *obſervée* ou *magnétique*, pour la diſtinguer de l'autre que fournit le calcul, qui eſt la diſtance du lever ou du coucher de l'aſtre aux vrais points de l'Eſt ou de l'Oüeſt. Cette obſervation ſe feroit cependant encore plus aiſément à Terre; une ſeule perſonne en viendroit à bout, parce que rien ne l'empêcheroit de remarquer la ſituation du fil, après qu'elle auroit viſé à l'aſtre par les pinnules. Mais en Mer ce n'eſt pas la même choſe : comme le Vaiſſeau

change continuellement d'état, on eſt obligé de faire ces deux choſes abſolument à la fois, de diriger la bouſſole & de compter ſur la circonference de la roſe les degrez de l'amplitude ; ce qui éxige de la maniere dont les Compas ſont conſtruits, l'attention actuelle de deux perſonnes. Il ſeroit inutile d'un autre côté de changer la forme des Bouſſoles : car on feroit perdre à ces inſtrumens toute leur ſimplicité, & cela empêcheroit que l'operation devint plus éxacte.

IV.

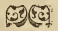
Que ce n'eſt pas la même choſe des moyens d'obſerver ſur la Bouſſole l'azimuth des aſtres qui ſont à une hauteur conſiderable.

MAis ſi les Pilotes obſervent avec autant de préciſion qu'il eſt poſſible, l'azimuth des aſtres qui ſont dans l'Horiſon, on peut aſſurer qu'il n'y a rien de plus défectueux que les moyens qu'ils employent, lorſque les aſtres ſont à quelque hauteur. On auroit de la peine à le croire ſi on ne le ſçavoit que trop, par le témoignage que forment tous les Traitez de Marine, que quoique le fil *LH* (fig. *6.*) qui eſt tendu d'une pinnule à l'autre, ne ſoit élevé tout au plus que d'un demi pouce au-deſſus de la roſe, & qu'il ne ſoit gueres poſſible de le mettre plus haut, à cauſe de la difficulté qu'il y auroit enſuite de le faire toujours répondre éxactement au-deſſus du centre, les Marins ſe contentent pour le diriger ou pour le mettre dans le vertical du Soleil, de faire en ſorte que ſon ombre *NO* paſſe par le milieu de la *chape G* qui occupe le centre. Je laiſſe à penſer ſi un pareil moyen doit être bon dans la pratique, & ſi lorſque l'aſtre eſt conſidérablement élevé,

on ne doit pas être exposé à se tromper de 3 ou 4 degr. ou même de 5 à 6 dans son azimuth. Il suffit en effet que le Soleil soit à 45 degr. de hauteur, pour que le point *M* dont l'ombre doit tomber sur la chape, ne soit éloigné du milieu *D* du fil, que de la distance *M D* d'un demi pouce, égale à l'élevation *D G* du fil au-dessus de la rose. Mais quand même on se tromperoit alors assez considérablement dans la disposition de la Boussole, pour que le fil *L H* prît la situation *l h* différente de 3 degr. de celle qu'il devroit avoir, l'erreur ne seroit point encore assez grande pour se manifester. Car le point *M* ne changeroit de place que de la petite quantité *M m* qui ne seroit pas d'un tiers de ligne, & il ne s'en manqueroit donc aussi que cette même quantité, qui n'est pas sensible dans cette rencontre, que l'ombre du fil ne passât toujours par le centre. Lorsque la hauteur du Soleil sera plus grande, le point *M* sera cependant encore moins éloigné du milieu de la Boussole, & il est clair que s'il en est deux ou trois fois plus proche, on pourra commettre des erreurs encore deux ou trois fois plus fortes, sans qu'elles se fassent sentir davantage. En un mot l'observation se fait toujours avec aussi peu d'éxactitude que si on ôtoit à la Boussole presque toute sa grandeur, & qu'on ne lui donnât que *D M* pour rayon, ou qu'un pouce ou un pouce & demi de diametre, au lieu de 7 à 8 qu'elle a ordinairement dans les Compas de variation.

On ne peut pas compter davantage sur les autres moyens proposés par quelques Auteurs, du moins de la maniere dont il les ont expliqués; de se servir de l'ombre d'un fil à plomb ou de quelque stile élevé verticalement sur le bord de la Boussole. Ces Auteurs, faute d'avoir assez éxaminé la cause de l'agitation des instrumens qu'on porte en Mer, ont crû que parce qu'on réüssit à terre à faire qu'un fil à plomb demeure

dans une situation verticale, lorsqu'on le charge d'un poids considérable, il n'y a qu'à faire aussi la même chose sur un Vaisseau. On réüssit à terre, parce que les vibrations des instrumens n'y sont ordinairement causées que par la seule agitation de l'air; au lieu que les vibrations dont il s'agit ici, n'étant produites que par le défaut d'uniformité qui se trouve toujours dans la vitesse du Navire, il est fort inutile de donner une plus grande charge à l'instrument; car il ne sera pas plus disposé à prendre sur le champ tous les mouvemens du point de suspension, lorsque le choc de quelques vagues accelerera ou retardera tout à coup la marche du Vaisseau. Ce n'est donc pas en Mer par l'action de la pesanteur ni par quelque suspension particuliere qu'on peut procurer à un fil ou à un stile, une situation éxactement verticale. Il vaut infiniment mieux que ce soit l'Observateur qui soutienne lui-même son instrument, & qui le dispose en se servant de l'Horison sensible ou visuel, à peu près comme il dispose déja son Arbalestrille ou son Quartier Anglois, lorsqu'il observe la hauteur des Astres. De cette sorte la Boussole ne sera point sujette à des balancemens irreguliers, comme le seroit en Mer un instrument qui n'affecteroit une certaine situation, que parce qu'il y seroit nécessité par une cause purement physique. Si le Pilote est obligé de changer sans cesse de postures pour se tenir debout & pour s'empêcher de tomber, il prendra toujours précisément les mêmes attitudes que s'il ne pensoit & ne travailloit qu'à conserver à la Boussole une situation constante.



V.

Moyen plus éxact d'observer sur la Boussole l'azimuth des astres qui sont élevés.

Ainsi pour observer l'azimuth du Soleil lorsque cet astre est à une hauteur considérable, il n'y a qu'à se servir encore d'un Compas qui ait un stile, qu'on mettra au-dessus de la pinnule *H*. Ce stile ne sera si on le veut, qu'un simple fil de leton, & il sera toujours facile de le situer de maniere qu'il soit perpendiculaire au côté *C E*. Mais après cela il ne faudra pas s'arrêter, comme on l'a fait jusqu'à present, à la situation à peu près horisontale que prendroit l'instrument par sa propre pesanteur, puisqu'il est certain que le plus leger défaut dans cette situation peut causer des erreurs tout à fait grandes dans l'observation de l'azimuth. Pour faire donc la chose avec plus de précision, on appliquera l'œil à la pinnule *H*, & tournant ensuite le dos vers le Soleil, on fera ensorte que l'ombre du stile tombe sur l'autre pinnule, & qu'on voye en même temps l'horison sensible par le bord *A F* du Compas. Cette opération n'a rien de plus difficile que lorsqu'on prend la hauteur d'un astre par derriere. Dans l'une comme dans l'autre, on n'est toujours obligé de faire attention qu'à deux choses; qu'à viser à l'Horison, & qu'à faire tomber l'ombre d'un marteau ou d'un stile sur un certain endroit. Or en observant ici ces deux conditions, en regardant l'extrêmité aparente de la Mer par le bord oposé *A F* de la Boussole, lorsque l'œil est appliqué à la pinnule *H*, & en faisant tomber en même temps sur la pinnule *L* l'ombre du stile que nous supposons élevé en *H*, il est

clair que quoique ce ftile puiffe pancher confidérablement à caufe de l'inclinaifon de l'Horifon vifuel, fon ombre ne laiffera pas d'être toujours éxactement dans le plan du vertical du Soleil, de même que le fil *L H*; parce que l'inclinaifon ne fe fera que dans le plan même de ce vertical. Ainfi un fecond Obfervateur n'aura donc qu'à éxaminer fur la circonference de la Bouffole qui eft divifée en degrez, combien le fil *L H* differe de la ligne Eft & Oüeft, pour avoir l'azimuth magnétique.

VI.

Moyen d'obferver en même temps l'azimuth & la hauteur d'un aftre.

AU lieu d'élever un ftile fur un des côtez de la Bouffole, on pouroit fe fervir auffi d'un quart de cercle de 18 ou 20 pouces de rayon, qu'on mettroit au-deffus, comme nous l'avons reprefenté dans la figure 7; & alors on auroit l'avantage de pouvoir obferver l'azimuth de l'aftre & fa hauteur tout à la fois. La Bouffole & le quart de cercle feroient attachés par des vis, & il feroit facile de faire enforte que le tout ne pesât pas plus qu'un quartier Anglois ordinaire, puifqu'il ne feroit point néceffaire que la Bouffole fût renfermée dans une double boëte, ni qu'elle fût entourée de ces cercles de cuivre qu'on nomme balanciers, qui fervent à la fufpendre. Après tout fi l'inftrument pefoit un peu trop, pour qu'on pût en y appliquant les deux mains, le foutenir à la hauteur de l'œil, il n'y auroit qu'à l'apuyer fur quelque chofe qui fuportât fon poids, fans empêcher qu'on pût le diriger aifément. Enfin on mettroit fur le quart de cercle,

entre les deux pinnules *G* & *H*, la hauteur apparente qu'on voudroit qu'eût l'aſtre au temps de l'obſervation ; & lorſque cet aſtre ſeroit ſur le point d'y parvenir, le Pilote viſeroit à l'horiſon par les pinnules *G* & *F*, en attendant le moment que l'ombre de la pinnule *H* tombât ſur la pinnule *F* du centre ; & un autre Obſervateur compteroit en même temps les degrez de l'azimuth ſur la circonference de la Bouſſole. Il faut remarquer que les trois pinnules *G*, *H* & *F*, doivent être conſtruites comme celle du quartier Anglois ; mais qu'il eſt bon que la derniere ait une fente de 28 à 30 lignes ne longueur, au lieu d'une de 15 à 16 qu'on lui donne ordinairement ; & cela afin qu'en découvrant une plus grande partie de l'Horiſon ſenſible, on ſoit plus en état de mettre avec exactitude le quart de cercle verticalement. On poura auſſi ſe ſervir la nuit de ce même inſtrument pour obſerver l'azimuth des étoiles, pourvû qu'elles ne ſoient point trop élevées, & qu'en regardant par la pinnule *F* du centre, on puiſſe voir du même coup d'œil l'Horiſon par la pinnule *G* d'en bas, & l'aſtre par celle *H* d'en haut. Tout cela eſt déformais trop ſimple pour que nous nous y arrêtions davantage : Nous allons maintenant traiter des moyens de découvrir la variation.



SECONDE

SECONDE PARTIE.

Des moyens de déterminer en Mer la déclinaison de l'aiguille aimantée.

I.

Que toutes les methodes de trouver la variation de la Boussole se réduissent à comparer la vraye situation qu'a l'astre par raport aux régions du Monde, avec la situation qu'il a par raport aux rumbs du Compas.

IL est sensible qu'on doit toujours avoir recours à quelques observations astronomiques pour découvrir la déclinaison de la Boussole, & que les observations qu'on doit employer, sont celles qui peuvent servir à déterminer la ligne Méridienne; puisque la variation ou déclinaison de l'aiguille n'est autre chose que la quantité dont elle differe de cette ligne. En général, il faut toujours connoître la situation éxacte & précise de quelque astre par raport aux Regions du Monde, & observer en même temps si l'astre est situé de la même maniere par raport aux principaux points du Compas; afin de pouvoir comparer ces deux diverses situations. C'est à cela que se réduisent infailliblement toutes les méthodes. Ainsi sans nous mettre en peine d'en faire un dénombrement inutile, nous n'avons, pour tâcher de répandre par nos réfléxions

SECONDE PARTIE.

Des moyens de déterminer en Mer la déclinaiſon de l'aiguille aimantée.

I.

Que toutes les methodes de trouver la variation de la Bouſſole ſe réduiſſent à comparer la vraye ſituation qu'a l'aſtre par raport aux régions du Monde, avec la ſituation qu'il a par raport aux rumbs du Compas.

IL eſt ſenſible qu'on doit toujours avoir recours à quelques obſervations aſtronomiques pour découvrir la déclinaiſon de la Bouſſole, & que les obſervations qu'on doit employer, ſont celles qui peuvent ſervir à déterminer la ligne Méridienne; puiſque la variation ou déclinaiſon de l'aiguille n'eſt autre choſe que la quantité dont elle differe de cette ligne. En général, il faut toujours connoître la ſituation éxacte & préciſe de quelque aſtre par raport aux Regions du Monde, & obſerver en même temps ſi l'aſtre eſt ſitué de la même maniere par raport aux principaux points du Compas; afin de pouvoir comparer ces deux diverſes ſituations. C'eſt à cela que ſe réduiſent infailliblement toutes les méthodes. Ainſi ſans nous mettre en peine d'en faire un dénombrement inutile, nous n'avons, pour tâcher de répandre par nos réfléxions

quelque nouveau jour ſur cette matiere ; qu'à travailler à rendre plus éxacts ou plus faciles les moyens de trouver la diſtance des aſtres aux vrais points de l'Orient ou de l'Occident ; puiſque nous avons déja aſſez parlé de la maniere d'obſerver leurs diſtances aux points de l'Eſt ou de l'Oüeſt de la Bouſſole.

II.

De l'équation qu'il faut appliquer à la Table des Amplitudes, lorſqu'on obſerve les aſtres dans l'horiſon ſenſible & viſuel.

NOus pouvons conſiderer les aſtres dans deux cas differens, ou lorſqu'ils ſont dans l'horiſon, ou lorſqu'ils ſont à une certaine hauteur. Quelques perſonnes zelées pour le Public, ont déja diſpenſé les Pilotes de faire aucun calcul dans le premier cas : Elles ont conſtruit des Tables des Amplitudes qui marquent la diſtance du lever ou du coucher des aſtres au vrai Eſt ou au vrai Oüeſt, pour toutes les differentes déclinaiſons, & pour tous les degrez de hauteur polaire des endroits où l'on peut ſe trouver. Ces Tables ſont trop communes, pour que nous les inſerions ici ; elles ſont imprimées dans preſque tous les Livres de Pilotage. Tout ce qu'il y a, c'eſt qu'elles ſont ordinairement conſtruites dans la ſeule ſupoſition que les aſtres ſont éxactement dans l'horiſon rationel ; & cependant on n'obſerve preſque toujours l'amplitude en Mer que lorſque les aſtres ſont dans l'horiſon ſenſible, & beaucoup au-deſſous du terme dans lequel la Table les ſupoſe. C'eſt ſur cette diſconvenance que nous nous propoſons d'inſiſter un peu ; afin de faire enſorte, s'il

eſt poſſible, qu'elle ne cauſe aucune erreur dans les Obſervations.

Le premier moyen eſt d'appliquer une équation ou correction à l'amplitude des Tables, afin de la rendre propre au temps précis du lever ou du coucher apparent: & comme la principale difference qu'il y a entre l'horiſon ſenſible & le rationel, vient de la réfraction horiſontale qui eſt dans ces climats ci de 32 ou 33 minutes, quelques perſonnes ont cru qu'il ſuffiſoit de régler l'équation ſur cette quantité. Mais outre que la réfraction eſt differente ſelon les endroits de la terre où l'on eſt ſitué, vers l'équateur ou vers les poles, & qu'elle change par les ſaiſons; l'horiſon ſenſible ſe trouve auſſi plus ou moins incliné, ſelon qu'on eſt plus ou moins élevé au-deſſus de la ſurface de la Mer; ce qui contribuë encore à faire que les aſtres ſont plus ou moins abaiſſés au-deſſous de l'horiſon rationel, lorſqu'ils nous paroiſſent ſe lever ou ſe coucher. Si l'on eſt, par éxemple, vers le milieu de la zone torride, la réfraction horiſontale ne ſera que d'environ 20. minutes, & ſi on eſt dans un Navire élevé de 8 pieds, le rayon viſuel conduit de l'œil à la ſéparation apparente de la Mer & du Ciel, ne ſera incliné que d'environ 3 minutes. Ainſi lorſque l'aſtre paroîtra dans l'horiſon, il ne ſera que d'environ 23 minutes au-deſſous, & ce ne ſera que ſur le pied de ces 23 minutes qu'il faudra corriger la Table des Amplitudes. Au lieu que ſi on étoit à l'extrêmité de la zone temperée vers le cercle polaire où la réfraction eſt de 59 ou 60 min. & qu'on fût outre cela à 25 ou 30 pieds de hauteur au-deſſus de la ſurface de la Mer, l'aſtre paroîtroit ſe coucher, lorſqu'il ſeroit déja deſcendu de 65 ou 66 min. au-deſſous de l'horiſon; & ſon amplitude differeroit donc alors beaucoup plus, par cette ſeule raiſon, de celle qui lui eſt attribuée dans la Table. S'il eſt vrai d'un autre côté que les réfractions horiſontales ſoyent

tellement irregulieres, qu'on ne puiſſe jamais les bien connoître, il n'eſt pas moins conſtant que les corrections qu'il faut appliquer à l'amplitude, doivent être au moins toujours reglées ſur ce qu'on ſçait avec certitude ſur cette matiere, & que rien n'eſt moins excuſable que de ſupoſer que l'aſtre eſt toujours abaiſſé de la même quantité, lorſqu'on ſçait qu'il eſt abaiſſé d'une quantité très-différente. C'eſt pourquoi les équations ou corrections dont il s'agit, doivent être calculées néceſſairement comme dans la Table ſuivante, pour divers nombre de minutes d'abaiſſement; afin de pouvoir ſervir dans tous les lieux & dans toutes les ſaiſons, & de pouvoir ſervir auſſi à des Obſevrateurs plus ou moins élevés au-deſſus de la ſurface de la mer.



TABLE

Des Equations qu'il faut appliquer aux vrayes amplitudes, lorſque les aſtres ſont au-deſſus de l'horiſon.

Hauteurs Polaires.	Minutes dont les Astres sont au-dessous de l'Horison	AMPLITUDES.								
		0	10	20	30	25	40	45	50	55
Degrez.		D. M.	D. M.	D. M.	D. M.	D. M.	D. M.	D. M.	D. M.	D. M.
10	20	0. 4	0. 4	0. 4	0. 4					
	30	0. 5	0. 5	0. 5	0. 6					
	40	0. 7	0. 7	0. 8	0. 8					
20	20	0. 7	0. 7	0. 8	0. 8					
	30	0. 11	0. 11	0. 12	0. 12					
	40	0. 15	0. 15	0. 16	0. 16					
30	20	0. 11	0. 11	0. 12	0. 13					
	30	0. 17	0 17	0. 18	0. 20					
	40	0. 23	0. 23	0. 24	0. 26					
	50	0. 29	0. 29	0. 30	0. 33					
35	20	0. 14	0. 14	0. 15	0. 16					
	30	0. 21	0. 21	0. 22	0. 24					
	40	0. 28	0 28	0. 30	0. 32					
	50	0. 35	0. 35	0. 37	0. 40					
	60	0. 42	0. 43	0. 45	0. 48					
40	30	0. 25	0. 2 5	0. 27	0. 29	0. 30				
	40	0. 33	0 33	0. 36	0. 39	0. 40				
	50	0. 41	0. 42	0. 45	0. 48	0 51				
	60	0. 50	0. 51	0. 54	0. 58	1, 1				
45	30	0. 30	0. 30	0. 32	0. 34	0. 37				
	40	0. 40	0. 40	0. 42	0. 46	0. 49				
	50	0. 50	0. 50	0. 53	0. 58	1. 1				
	60	1. 0	1. 1	1. 4	1. 9	1. 14 1. 13				
50	30	0. 36	0. 36	0. 38	0. 41	0. 43	0. 46			
	40	0. 48	0. 48	0. 50	0. 55	0 58	1. 1			
	50	1. 0	1. 0	1. 3	1. 9	1. 13 1. 12	1. 18 1. 17			
	60	1. 12	1. 13	1. 16	1. 23	1. 28 1. 27	1. 34 1. 32			
55	30	0. 43	0. 43	0. 45	0. 49	0. 52	0. 56	1. 1 1. 0		
	40	0. 57	0. 58	1. 1	1. 7 1. 6	1. 10 1. 9	1. 15 1 14	1. 22 1 20		
	50	1. 11	1. 12	1. 16	1. 23 1. 22	1. 28 1. 26	1. 34 1. 32	1. 42 1. 39		
	60	1. 26	1. 27	1. 32 1. 31	1. 40 1. 38	1. 46 1. 44	1. 53 1. 50	2. 3 1. 59		
60	30	0. 52	0. 53	0. 55	1. 0	1. 4 1. 3	1. 8 1. 7	1. 14 1. 13	1. 22 1. 20	1. 32 1. 29
	40	1. 10	1. 11	1. 14	1. 21 1. 20	1. 25 1. 24	1. 31 1. 30	1. 39 1. 37	1. 50 1. 46	2. 4 1. 58
	50	1. 27	1. 28	1. 32	1. 41 1. 40	1. 47 1. 45	1. 55 1. 52	2. 4 2. 1	2. 18 2. 12	2. 36 2. 27
	60	1. 44	1. 46	1. 51 1. 50	2. 1 1. 59	2. 9 2. 5	2. 18 2. 14	2. 30 2. 24	2. 47 2. 37	3. 9 2. 55

Pour rendre ſenſible l'uſage de cette Table, nous ſupoſerons que la hauteur polaire eſt de 55 degrez, que la réfraction jointe avec l'inclinaiſon de l'horiſon viſuel fait 40 min. & que la vraye amplitude eſt de 45. degrez. Nous chercherons les 40 min. dans la ſeconde colonne proche de 55. degr. de hauteur polaire qui ſont marqués dans la premiere ; & les faiſant convenir avec l'amplitude marquée au haut, nous aurons 1. deg. 22. min. & 1. deg. 20. min. pour les deux équations qu'il faut appliquer à l'amplitude, ſelon qu'elle eſt du côté du Pole élevé ou du Pole abaiſſé. La premiere doit être ajoûtée, & la ſeconde ſouſtraite ; de ſorte que l'amplitude ſera de 46. deg. 22. min. ou de 43. degr. 40. min. non pas pour l'inſtant que l'aſtre touche à l'horiſon rationel, puiſque nous avons ſupoſé qu'elle eſt alors de 45 degr. mais dans le moment que l'aſtre paroît ſe lever ou ſe coucher, & qu'il eſt 40 min. au-deſſous du vrai horiſon. Il nous étoit facile d'étendre cette Table : mais il nous paroît qu'au lieu de modifier ainſi la vraye amplitude, & de n'obſerver l'aſtre ſur la Bouſſole qu'à ſon lever ou à ſon coucher, il vaut mieux ſe ſervir de la vraye amplitude même ; mais avoir auſſi le ſoin d'obſerver l'aſtre, lorſqu'ayant quelque hauteur aparente, il eſt éxactement dans l'horiſon rationel Il n'y aura de cette ſorte point tant à craindre des irregularitez de la réfraction, non plus que de la diverſité des diſtances de l'Obſervateur à l'extrêmité apparente de la Mer. Car on peut démontrer que ce n'eſt pas dans la rigueur, l'inclinaiſon de l'horiſon viſuel ; mais la diſtance à l'extrêmité apparente de la Mer, réduite en minutes de grand cercle, qu'il faut ajoûter à la refraction horiſontale, pour avoir la quantité dont les aſtres ſont réelement au-deſſous de l'horiſon, lorſqu'ils paroiſſent ſe lever ou ſe coucher.

III.

Qu'au lieu d'aporter, comme nous venons de le faire, quelque modification à la Table des amplitudes, il vaut mieux tâcher d'obſerver les aſtres lorſqu'ils ſont éxactement dans l'horiſon rationel.

POur ſe convaincre que ce ſecond expédient eſt préférable au premier, on n'a qu'à remarquer que la réfraction horiſontale eſt ſujette à des irrégularitez de 17 ou 18 min. pendant qu'à un demi degré de hauteur apparente, la réfraction ſouffre à peine des variétez de 9 ou 10 min. On peut conſulter ſur cela les Obſervations du ſçavant M. Caſſini, qui trouva le 19 de Décembre 1712. à 2 min. 40 ſec. de hauteur, que la réfraction étoit de 51 min. 4 ſec. plus grande de 18 ou 19 min. que celle qu'on trouve ordinairement: Au lieu qu'on peut regarder comme les deux réfractions les plus differentes qu'on ait obſervées à 31 min. de hauteur, celle de 36 min. 9 ſec. & l'autre de 27 min. l'une le 19 Novembre 1712, & l'autre le 24 Aouſt de l'année ſuivante. Or lorſqu'on obſerve les aſtres ſur la Bouſſole dans l'inſtant qu'ils paroiſſent ſe lever ou ſe coucher, & qu'on aporte pour cela quelque modification à l'amplitude qui eſt marquée dans la Table, on s'expoſe à ſe tromper beaucoup; puiſqu'il ſe peut faire qu'on employe l'équation qui convient à 32. min. de réfraction, quoiqu'elle ſoit alors effectivement de 40 ou 50 min. Mais ce n'eſt pas la même choſe, ſi on laiſſe l'amplitude des Tables dans l'état où elle eſt, & qu'on ſoit éxact en même temps à n'obſerver l'aſtre que lorſqu'il eſt dans l'horiſon rationel; car il faut pour cela qu'il ſoit à près d'un demi

degré de hauteur apparente, & les anomalies de la réfraction sont alors environ deux fois plus petites. Ainsi au lieu d'alterer les amplitudes pour les accommoder au temps de l'observation, il vaut beaucoup mieux accommoder l'observation au moment préfix pour lequel la Table est construite.

Mais comme on se dispense souvent dans les choses de pratique de suivre rigoureusement les regles, sans que les opérations en deviennent pour cela moins éxactes, il suffit ici d'observer le Soleil lorsque le bord inférieur de son disque paroît élevé au-dessus de l'horison, à la vûë simple, d'environ la moitié de son diametre apparent; & alors cet astre sera à peu près dans l'horison rationel. Quand on voudra faire les choses dans la derniere précision, & ne rien négliger, il n'y aura qu'à se servir de l'instrument representé dans la figure 7, pour mesurer la hauteur. La réfraction qui éleve en Eté de 32 ou 33 min. les astres, lorsqu'ils sont au-dessous de l'horison rationel de cette même quantité, ne les éleve que d'environ 28 min. lorsqu'ils sont dans l'horison rationel même. Ainsi c'est à cette hauteur apparente qu'il faut les observer, pour qu'ils n'ayent point effectivement de hauteur; après cependant y avoir ajoûté l'inclinaison de l'horison visuel, qui contribuë encore à les faire paroître un peu plus haut. Supofé donc qu'on fût à 20 pieds d'élevation au-dessus de la surface de la Mer, ce qui donne environ 5 min. d'inclinaison à l'horison visuel, il faudroit mettre environ 33 min. entre les deux pinnules *G* & *H* du quart du cercle, & appliquant ensuite l'œil à la pinnule *F* du centre, il faudroit attendre qu'on pût voir l'horison par la pinnule *G* & l'astre par la pinnule *H*. L'astre seroit alors éxactement dans l'horison rationel, & auroit l'amplitude que lui attribuë la Table. C'est pourquoi il n'y auroit donc plus, pour découvrir la déclinaison de l'aiguille, qu'à comparer cette am-

plitude

plitude avec celle qu'on obſerveroit ſur la Bouſſole.

IV.

Que comme on ne peut pas toujours trouver la variation de la Bouſſole par la comparaiſon des amplitudes, il eſt abſolument néceſſaire de ſe ſervir quelquefois des aſtres qui ont quelque hauteur.

MAis ſi cette méthode de trouver la variation eſt toujours aſſez éxacte, il arrive d'un autre côté, qu'on n'a pas toujours la liberté de l'employer, parce que le Ciel n'eſt pas aſſez pur proche de l'horiſon. Quelquefois le Soleil paroît tout le jour dans tout ſon éclat, & que ce n'eſt qu'à ſon coucher où il eſt attendu par le Pilote impatient, qu'il ſe couvre de nuages, qui ne permettent plus de le voir: de ſorte qu'il n'eſt pas ſans éxemple que pendant un mois de la plus belle ſaiſon, on n'ait pû l'obſerver que deux ou trois fois. Il ſeroit cependant à ſouhaiter qu'on pût le faire tous les jours; car le Navire qui ſingle à pleine voile, & qui avance en 24. heures quelquefois de cent lieuës, paſſe continuellement dans des endroits où la déclinaiſon de l'aiguille eſt differente, & tant qu'on ne pourra pas la découvrir très-ſouvent, on connoîtra non ſeulement avec moins d'éxactitude le rumbs ſur lequel on fait route; mais on laiſſera encore dans le même état, & ſans en retirer aucune utilité, la partie de la ſcience magnétique, qui peut avoir un raport plus immédiat au Probléme des longitudes Hydrographiques. Il eſt donc abſolument néceſſaire d'avoir quelquefois recours aux aſtres, lorſqu'ils ſont à une hauteur conſiderable au-deſſus de l'horiſon. On ſçait que nous le pouvons faire avec quelque apparence de ſuccès; puiſque nous avons vû dans la premiere partie une maniere aſſez éxacte de trouver alors ſur la Bouſſole l'azimuth ou le rumbs dans lequel les aſtres répondent. Je ſçai bien que le calcul qu'il faut faire en même tems pour

découvrir le vrai azimuth ou la ſituation de l'aſtre par raport au vrai Eſt ou au vrai Oüeſt, paroîtra toujours trop long à quelques Pilotes, pour qu'ils l'entreprennent volontiers: Mais ce ne ſera point là au moins un obſtacle pour ceux de cette profeſſion, qui aiment à remplir leur devoir, & qui ne ſe diſpenſoient de ſe ſervir en Mer de cette méthode, que parce qu'ils la trouvoient défectueuſe

V.

Moïen, en ſe ſervant d'une Table, de trouver la variation, par les aſtres qui ſont dans le cercle horaire de 6 heures.

C'Eſt pour en faciliter encore l'uſage, que nous avons calculé l'azimuth des aſtres qui ſont dans le cercle horaire de ſix heures; ce qui mettra les Marins en état d'obſerver beaucoup plus ſouvent la déclinaiſon de l'aiguille, puiſque le Ciel eſt preſque toujours plus ſerein & plus pur à une certaine hauteur, qu'il ne l'eſt à l'horiſon. La Table que nous inſerons ici eſt conſtruite pour toutes les hauteurs polaires juſqu'à 80 degr. & s'étend à tous les aſtres qui ne ſont pas éloignés de l'équateur de plus de 24 degr. Elle indique deux choſes; la hauteur à laquelle doit être l'aſtre, lorſqu'il faut l'obſerver, & l'angle que fait alors ſon azimuth avec le premier vertical; ou ce qui revient au même, la diſtance de l'aſtre au vrai Eſt ou au vrai Oüeſt, à meſurer ſur l'horiſon. Si on eſt, par éxemple, par 62 degrez de hauteur polaire, & que l'aſtre ait 9 degr. de déclinaiſon, on trouvera dans la Table 7 degr. 56 min. & 4 degr. 15 min. Le premier de ces nombres nous apprend la hauteur vraie à laquelle il faut obſerver l'aſtre pour qu'il ſoit dans le cercle horaire de ſix heures, & le ſecond 4 degr. 15 min. exprime la diſtance au vrai Eſt ou au vrai Oüeſt. De ſorte que ſi l'aſtre ſe trouve à cette même diſtance de l'Eſt ou de l'Oüeſt de la Bouſſole & du même côté, ce ſera une marque que les rumbs du compas répondent à ceux du Monde, & qu'il n'y a par conſéquent point de variation.

TABLE de la hauteur des Aſtres & de l'angle formé par leur Azimuth & le premier vertical, lorſque ces Aſtres ſont dans le cercle horaire de ſix heures.

HAUTEURS POLAIRES.

D.	DE'CLINAISONS 1 D. M.	2 D. M.	3 D. M.	4 D. M.	5 D. M.	6 D. M.	7 D. M.	8 D. M.	9 D. M.	10 D. M.	11 D. M.	12 D. M.
2	0. 2	0. 4	0. 6	0. 8	0. 11	0. 13	0. 15	0. 17	0. 19	0. 21	0. 23	0. 25
	1. 0	2. 0	3. 0	4. 0	5. 0	6. 0	6. 59	7. 59	8. 59	9. 59	10. 59	11. 59
4	0. 4	0. 8	0. 13	0. 17	0. 21	0. 25	0. 29	0. 33	0. 38	0. 42	0. 46	0. 50
	0. 59	1. 59	2. 59	3. 59	4. 59	5. 59	6. 59	7. 59	8. 59	9. 58	10. 58	11. 58
6	0. 7	0. 13	0. 19	0. 25	0. 32	0. 38	0. 44	0. 50	0. 57	1. 3	1. 9	1. 15
	0. 59	1. 59	2. 59	3. 59	4. 58	5. 58	6. 58	7. 57	8. 57	9. 57	10. 56	11. 56
8	0. 9	0. 17	0. 26	0. 34	0. 43	0. 50	0. 58	1. 6	1. 15	1. 23	1. 31	1. 39
	0. 59	1. 59	2. 59	3. 58	4. 57	5. 56	6. 55	7. 55	8. 54	9. 54	10. 53	11. [illegible]
10	0. 11	0. 20	0. 32	0. 41	0. 52	1. 2	1. 13	1. 23	1. 34	1. 43	1. 54	2. 4
	0. 59	1. 58	2. 57	3. 56	4. 55	5. 55	6. 54	7. 53	8. 5	9. 51	10. 50	11. 49
12	0. 13	0. 24	0. 37	0. 50	1. 2	1. 15	1. 28	1. 40	1. 52	2. 4	2. 17	2. 29
	0. 58	1. 57	2. 56	3. 55	4. 54	5. 52	6. 51	7. 50	8. 48	9. 47	10. 46	11. 45
14	0. 14	0. 29	0. 44	0. 59	1. 12	1. 27	1. 42	1. 56	2. 10	2. 25	2. 39	2. 53
	0. 58	1. 56	2. 55	3. 53	4. 51	5. 49	6. 47	7. 46	8. 44	9. 42	10. 41	11. 39
16	0. 16	0. 34	0. 50	1. 7	1. 22	1. 39	1. 56	2. 12	2. 28	2. 45	3. 1	3. 17
	0. 57	1. 55	2. 53	3. 51	4. 48	5. 46	6. 44	7. 42	8. 39	9. 37	10. 35	11. 33
18	0. 19	0. 38	0. 56	1. 15	1. 32	1. 51	2. 10	2. 28	2. 46	3. 5	3. 23	3. 41
	0. 57	1. 54	2. 51	3. 48	4. 46	5. 42	6. 39	7. 37	8. 34	9. 31	10. 28	11. 26
20	0. 21	0. 42	1. 2	1. 23	1. 42	2. 3	2. 24	2. 44	3. 4	3. 25	3. 45	4. 5
	0. 56	1. 53	2. 49	3. 46	4. 42	5. 38	6. 35	7. 31	8. 28	9. 25	10. 21	11. 18
22	0. 23	0. 46	1. 8	1. 31	. 52	2. 1	2. 37	2. 59	3. 21	3. 44	4. 6	4. 28
	0. 56	1. 51	2. 47	3. 43	4. 38	. 34	6. 30	7. 25	8. 2	9. 17	10. 13	11. 9
24	0. 25	0. 50	1. 14	1. 39	2. 2	2. 27	2. 50	3. 14	3. 38	4. 3	4. 27	4. 51
	0. 55	1. 50	2. 44	3. 29	4. 34	5. 29	6. 24	7. 19	8. 14	9. 9	10. 4	10. 59
26	0. 27	0. 54	1. 20	1. 46	2. 11	2. 38	3. 3	3. 29	3. 55	4. 22	4. 48	5. 14
	0. 54	1. 48	2. 42	3. 36	4. 30	5. 24	6. 18	7. 12	8. 6	9. 0	9. 54	10. 49
28	0. 29	0. 57	1. 25	1. 53	2. 21	2. 49	3. 16	3. 44	4. 12	4. 41	5. 8	5. 26
	0. 53	1. 46	2. [illegible]	3. 32	4. 25	5. 1[illegible]	6. 11	7. 4	7. 57	8. 51	9. 44	10. 38
30	0. 31	1. 0	1. 30	2. 0	2. 30	3. 0	3. 29	3. 59	4. 29	4. 59	5. 28	5. 58
	0. 52	1. 44	2. 36	3. 28	[illegible]	5. 12	6. 4	6. 56	7. 48	8. 41	9. 33	10. 26
31	0. 32	1. 3	1. 33	2. 4	2. 35	3. 6	3. 36	4. 6	4. 37	5. 8	5. 38	6. 9
	0. 52	1. 43	2. 35	3. 26	4. 18	5. 9	6. 1	6. 52	7. 44	. 36	9. 27	10. 20
32	0. 32	1. 5	1. 36	2. 8	2. 40	3. 12	3. 43	4. 13	4. 45	5. 17	5. 48	6. 20
	0. 51	1. 42	2. 33	3. 24	4. 15	5. 6	5. 57	6. 48	7. 39	8. 30	9. 21	10. 13
33	0. 33	1. 7	1. 39	2. 12	2. 4	3. 17	3. 49	4. 20	4. 53	5. 26	5. 58	6. 31
	0. 51	1. 41	2. 31	3. 22	4. 12	5. 3	5. 53	6. 44	7. 34	8. 25	9. 15	10. 7
34	0. 34	1. 8	1. 42	2. 15	2. 49	3. 22	3. 55	4. 27	5. 1	5. 35	6. 8	6. 41
	0. 50	1. 40	2. 29	3. 19	4. 9	4. 59	5. 49	6. 39	7. 29	8. 19	9. 9	10. 0
35	0. 35	1. 10	1. 44	2. 18	2. 53	3. 27	4. 1	4. 34	5. 9	5. 44	6. 18	6. 5[illegible]
	0. 49	1. 39	2. 27	3. 16	4. 6	4. 56	5. 45	6. 3[illegible]	7. 24	8. 14	9. [illegible]	[illegible]
36	0. 35	1. 11	1. 46	2. 21	2. 57	3. 32	4. 7	4. 41	5. 17	5. 53	6. 27	7. 1
	0. 48	1. 37	2. 25	3. 14	4. 3	4. 52	5. 40	6. 29	7. 18	8. 8	8. 56	9. 45
37	0. 36	1. 12	1. 48	2. 24	3. 1	3. 37	4. 13	4. 48	5. 25	6. 1	6. 36	7. 11
	0. 48	1. 36	2. 23	3. 12	4. 0	4. 48	5. 36	6. 24	7. 13	8. 2	8. 50	9. 38
38	0. 37	1. 14	1. 51	2. 28	3. 5	3. 42	4. 19	4. 55	5. 32	6. 9	6. 44	7. 21
	0. 47	1. 35	2. 22	3. 9	3. 56	4. 44	5. 31	6. 19	7. [illegible]	7. 55	8. 43	9. 31
39	0. 38	1. 16	1. 54	2. 31	3. 9	3. 47	4. 25	5. 2	5. 39	6. 17	6. 53	7. 31
	0. 40	1. 34	2. 20	3. 7	3. 53	4. 4[illegible]	5. 27	6. 14	7. 1	7. 48	8. 36	9. 23
40	0. 39	1. 17	1. 56	2. 34	3. 13	3. 52	4. 30	5. 8	5. 46	6. 25	7. 2	7. 41
	0. 46	1. 32	2. 18	3. 4	3. 50	4. 36	5. 22	6. 9	6. 55	7. 41	8. 28	9. 15
41	0. 39	1. 19	1. 58	2. 37	3. 17	3. 57	4. 35	5. 14	5. 53	6. 33	7. 11	7. 51
	0. 45	1. 31	2. 16	3.	3. 47	4. 3	5. 18	6. 4	6. 49	7. 35	8. 21	9. 7
42	0. 40	1. 20	2. 0	2. 40	3. 21	4. 1	4. 40	5. 20	6. 1	6. 41	7. 20	8. 0
	0. 44	1. 29	2. 13	2. 58	3. 43	4. 28	5. 13	5. 58	6. 43	6. 28	8. 13	8. 59
43	0. 41	1. 22	2. 3	2. 44	3. 25	4. 6	4. 46	5. 27	. 8	6. 49	7. 29	8. 9
	0. 44	1. 28	2. 11	2. 56	3. 40	4. 24	5. 8	5. 5[illegible]	6. 36	7. 21	8. 6	8. 51

TABLE de la hauteur des Aſtres & de l'angle formé par leur Azimuth & le premier vertical, lorſque ces Aſtres ſont dans le cercle horaire de ſix heures.

HAUTEURS POLAIRES.

	DE'CLINAISONS.											
	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24
D.	D. M.	D. M.	D. M.	D. M.	D. M.	D. M.	D. M.	D. M.	D. M.	D. M.	D. M.	D. M.
2	0. 27	0. 29	0. 31	0. 33	0. 35	0. 37	0. 39	0. 41	0. 43	0. 45	0. 47	0. 49
	12. 59	13. 59	14. 59	15. 59	16. 59	17. 59	18. 59	19. 59	20. 59	21. 59	22. 59	23. 59
4	0. 54	0. 58	1. 2	1. 6	1. 10	1. 14	1. 18	1. 22	1. 26	1. 30	1. 34	1. 38
	12. 58	13. 58	14. 58	15. 58	16. 58	17. 58	18. 57	19. 57	20. 57	21. 57	22. 57	23. 57
6	1. 21	1 27	1. 34	1. 40	1. 46	1. 52	1. 58	2. 2	2. 8	2. 14	2. 20	2. 26
	12. 56	13. 56	14. 55	15. 55	16. 55	17. 54	18. 54	19. 54	20. 54	21. 54	22. 53	23. 53
8	1. 48	1. 56	2. 4	2. 12	2. 20	2. 28	2. 36	2. 44	2. 52	3. 0	3. 8	3. 16
	12. 52	13. 52	14. 52	15. 51	16. 51	17. 50	18. 50	19. 49	20. 49	21. 48	22. 48	23. 47
10	2. 15	2. 25	2. 35	2. 45	2. 54	3. 4	3. 14	3. 24	3. 34	3. 44	3. 54	4. 3
	12. 48	13. 48	14. 47	15. 46	16. 45	17. 44	18. 44	19. 43	20. 42	21. 42	22. 41	23. 41
12	2. 41	2. 53	3. 5	3. 17	3. 29	3. 41	3. 52	4. 4	4. 16	4. 28	4. 40	4. 51
	12. 44	13. 42	14. 41	15. 40	16. 39	17. 38	18. 37	19. 36	20. 35	21. 34	22. 33	23. 32
14	3. 7	3. 21	3. 35	3. 49	4. 3	4. 17	4. 30	4. 44	4. 58	5. 12	5. 26	5. 39
	12. 37	13. 36	14. 34	15. 33	16. 31	17. 30	18. 28	19. 27	20. 25	21. 24	22. 23	23. 22
16	3. 33	3. 49	4. 5	4. 21	4. 37	4. 53	5. 8	5. 24	5. 40	5. 56	6. 11	6. 26
	12. 31	13. 29	14. 27	15. 24	16. 23	17. 21	18. 19	19. 17	20. 15	21. 13	22. 11	23. 10
18	3. 59	4. 17	4. 35	4. 53	5. 11	5. 29	5. 46	6. 4	6. 22	6. 39	9. 56	7. 13
	12. 23	13. 20	14. 17	15. 15	16. 12	17. 10	18. 8	19. 6	20. 3	21. 1	21. 59	22. 57
20	4. 25	4. 45	5. 5	5. 25	5. 45	6. 5	6. 24	6. 44	7. 3	7. 22	7. 41	8. 0
	12. 14	13. 11	14. 8	15. 5	16. 2	16. 59	17. 56	18. 53	19. 50	20. 47	21. 44	22. 42
22	4. 50	5. 12	5. 34	5. 53	6. 17	6. 39	7. 0	7. 22	7. 43	8. 4	8. 24	8. 45
	12. 5	13. 1	13. 57	14. 53	15. 49	16. 46	17. 42	18. 39	19. 35	20. 32	21. 28	22. 26
24	5. 15	5. 39	6. 2	6. 25	6. 49	7. 13	7. 36	8. 0	8. 22	8. 45	9. 7	9. 30
	11. 54	12. 50	13. 45	14. 41	15. 36	16. 32	17. 28	18. 24	19. 20	20. 16	21. 12	22. 8
26	5. 39	6. 5	6. 30	6. 55	7. 21	7. 47	8. 12	8. 37	9. 1	9. 36	9. 50	10. 15
	11. 43	12. 38	13. 32	14. 27	15. 22	16. 17	17. 12	18. 7	19. 2	19. 57	20. 52	21. 48
28	5. 3	6. 31	6. 58	7. 25	7. 53	8. 20	8. 47	8. 14	9. 40	10. 17	10. 33	11. 0
	11. 31	12. 25	13. 18	14. 12	5. 6	16. 0	16. 54	17. 49	18. 43	19. 38	20. 33	21. 28
30	6. 27	6. 57	7. 26	7. 55	8. 25	8. 54	9. 22	9. 51	10. 19	10. 48	11. 16	11. 44
	11. 18	12. 11	13. 4	13. 57	14. 50	15. 43	16. 36	17. 30	18. 23	19. 17	20. 11	23. 5
31	6. 39	7. 10	7. 40	8. 9	8. 40	9. 10	9. 39	10. 9	0. 38	11. 8	11. 37	12. 5
	11. 11	12. 4	12. 56	13. 49	14. 41	15. 34	16. 26	17. 20	18. 13	19. 6	20. 0	20. 53
32	6. 51	7. 22	7. 53	8. 23	8. 55	5. 26	9. 56	10. 27	10. 57	11. 27	11. 56	12. 26
	11. 4	11. 56	12. 48	13. 40	14. 32	15. 24	16. 16	17. 9	18. 2	18. 55	19. 48	20. 41
33	7. 3	7. 34	8. 6	8. 38	9. 10	9. 42	10. 13	10. 45	11. 16	11. 46	12. 16	12. 47
	10. 57	11. 49	12. 40	13. 31	14. 23	15. 15	16. 6	16. 58	17. 51	18. 43	19. 36	20. 29
34	7. 14	7. 46	8. 19	8. 52	9. 25	9. 57	10. 30	11. 2	11. 34	12. 5	12. 36	13. 8
	10. 50	11. 41	12. 31	13. 22	14. 13	5. 5	15. 56	16. 47	17. 39	18. 31	19. 23	20. 16
[illegible]	7. 25	7. 58	8. 32	9. 5	9. 40	10. 13	10. 46	11. 19	11. 52	12. 24	12. 56	13. 29
	10. 42	11. 33	12, 23	13. 13	14. 4	14. 55	15. 45	16. 36	17. 28	18. 19	19. 10	20. 3
36	7. 36	8. 10	8. 45	9. 19	9. 55	10. 28	11. 2	11. 36	12. 10	12. 43	13. 16	13. 50
	10. 34	11. 24	12. 14	13. 4	13. 54	14. 44	15. 34	16. 25	17. 15	18. 6	18. 57	19. 49
37	7. 47	8. 22	8. 58	9. 33	10. 9	10. 43	11. 18	11. 53	12. 28	13. 2	13. 36	14. 10
	10. 27	11. 16	12. 5	12. 54	13. 45	14. 33	15. 23	16. 13	17. 3	17. 53	18. 44	19. 35
38	7. 58	8. 34	9. 11	9. 46	10. 23	1. 58	11. 34	12. 9	12. 45	13. 20	13. 55	14. 30
	10. 19	11. 7	11. 55	12. 44	13. 33	14. 22	15. 11	16. 0	16. 50	17. 40	18. 30	19. 20
39	8. 9	8. 46	9. 23	9. 59	10. 37	11. 13	11. 49	12. 26	13. 2	13. 38	14. 14	14. 50
	10. 11	10. 58	11. 46	12. 34	13. 22	14. 11	14. 59	15. 48	16. 37	17. 26	18. 16	19. 5
40	8. 19	8. 57	9. 35	10. 12	10. 51	11. 28	12. 5	12. 42	13. 19	13. 56	14. 33	15. 2
	10. 2	10. 49	11. 36	12. 23	13. 11	13. 59	14. 47	15. 35	16. 23	17. 12	18. 2	18. 50
41	8. 29	9. 8	9. 47	10. 25	11. 4	11. 43	12. 20	12. 58	13. 36	14. 14	14. 51	15. 29
	9. 53	10. 40	11, 26	12. 13	13. 0	13. 47	14. 34	15. 22	16. 9	16. 58	17. 46	18. 34
42	8. 39	9. 19	9. 59	10. 38	11. 17	11. 57	12. 35	13. 14	13. 52	14. 31	15. 8	15. 46
	9. 44	10. 30	11. 16	12. 2	12. 48	13. 35	14. 21	15. 8	15. 55	16. 43	17. 30	18. 18
43	8. 49	9. 30	10. 11	10. 51	11. 30	12. 11	12. 50	13. 30	14. 9	14. 48	15. 27	16. 5
	9. 35	10. 20	11. 5	11. 51	12. 36	13. 22	14. 8	14. 54	15. 41	16. 28	17. 15	18. 2

TABLE de la hauteur des Aſtres & de l'angle formé par leur Azimuth & le premier vertical, lorſque ces Aſtres ſont dans le cercle horaire de ſix heures.

HAUTEURS POLAIRES.

	DE'CLINAISONS											
D.	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	
	D. M.	D. M.	D. M.	D. M.	D. M.	D. M.	D. M.	D. M.	D. M.	D. M.	D. M.	D. M.
44	0. 41	1. 23	2. 5	2. 47	3. 29	4. 10	4. 52	5. 33	6. 15	6. 57	7. 37	8. 28
	0. 43	1. 26	2. 9	2. 53	3. 36	3. 20	4. 3	5. 46	6. 30	7. 14	7. 58	8. 42
45	0. 42	1. 24	2. 7	2. 50	3. 32	4. 15	4. 57	5. 39	6. 22	7. 4	7. 45	8. 27
	0. 42	1. 25	2. 7	2. 50	3. 33	4. 16	4. 58	5. 41	6. 24	7. 7	7. 50	8. 33
40	0. 43	1. 25	2. 9	2. 53	3. 36	4. 19	5. 2	5. 45	6. 29	7. 11	7. 53	8. 36
	0. 41	1. 23	2. 5	2. 47	3. 29	4. 11	4. 53	5. 35	6. 17	6. 59	7. 41	8. 24
47	0. 44	1. 27	2. 12	2. 56	3. 40	4. 23	5. 7	5. 51	6. 35	7. 18	8. 1	8. 45
	0. 41	1. 22	2. 3	2. 44	3. 25	4. 6	4. 47	5. 29	6. 10	6. 5[illegible]	7. 53	8. 15
48	0. 45	1. 29	2. 14	2. 59	3. 43	4. 27	5. 12	5. 57	6. 41	7. 25	8. 9	8. 54
	0. 40	1. 20	2. 0	2. 41	3. 21	4. 1	4. 41	5. 22	6. 3	6. 44	7. 25	8. 6
49	0. 45	1. 30	2. 16	3. 1	3. 46	4. 31	5. 17	6. 2	6. 47	7. 32	8. 17	9. 2
	0. 39	1. 19	1. 58	2. 38	3. 17	3. 57	4. 36	5. 16	5. 56	6. 36	7. 16	7. 57
50	0. 45	1. 31	2. 17	3. 3	3. 49	4. 35	5. 21	6. 7	6. 53	7. 39	8. 24	9. 10
	0. 38	1. 17	1. 55	2. 34	3. 13	3. 52	4. 31	5. 10	5. 49	6. 38	7. 7	7. 47
51	0. 46	1. 33	2. 20	3. 6	3. 53	4. 39	5. 26	6. 13	6. 59	7. 46	8. 32	9. 18
	0. 37	1. 16	1. 53	2. 31	3. 9	3. 47	4. 25	5. 4	5. 42	6. 20	6. 58	7. 37
52	0. 46	1. 35	2. 22	3. 9	3. 57	4. 43	5. 31	6. 19	7. 5	7. 53	8. 39	9. 26
	0. 37	1. 14	1. 51	2. 28	3. 5	3. 42	4. 19	4. 57	5. 34	6. 12	6. 49	7. 27
53	0. 47	1. 37	2. 24	3. 12	4. 0	4. 47	5. 36	6. 24	7. 11	8. 0	8. 46	9. 34
	0. 36	1. 13	1. 49	2. 25	3. 1	3. 37	4. 13	4. 50	5. 27	6. 4	6. 40	7. 17
54	0. 48	1. 38	2. 26	3. 15	4. 3	4. 51	5. 41	6. 29	7. 17	8. 6	8. 53	9. 41
	0. 35	1. 11	1. 46	2. 21	2. 56	3. 32	4. 7	4. 43	5. 19	5. 55	6. 31	7. 7
55	0. 49	1. 39	2. 28	3. 17	4. 6	4. 55	5. 45	6. 34	7. 23	8. 12	9. 0	9. 48
	0. 34	1. 9	1. 43	2. 18	2. 52	3. 27	4. 2	4. 37	5. 12	5. 47	6. 22	6. 57
56	0. 50	1. 40	2. 20	3. 20	4. 9	4. 59	5. 49	6. 39	7. 28	8. 18	9. 7	9. 55
	0. 33	1. 7	1. 40	2. 14	2. 48	3. 22	3. 56	4. 30	5. 4	5. 38	6. 12	6. 47
57	0. 51	1. 41	2. 32	3. 22	4. 12	5. 3	5. 53	6. 43	7. 33	8. 24	9. 13	10. 2
	0. 32	1. 6	1. 38	2. 11	2. 44	3. 17	3. 50	4. 23	4. 56	5. 29	6. 3	6. 37
58	0. 51	1. 42	2. 34	3. 24	4. 15	5. 6	5. 57	6. 47	7. 38	8. 29	9. 19	10. 9
	0. 32	1. 4	1. 35	2. 7	2. 39	3. 11	3. 43	4. 15	4. 47	5. 20	5. 53	6. 26
59	0. 52	1. 43	2. 35	3. 26	4. 18	5. 9	6. 1	6. 51	7. 43	8. 34	9. 25	10. 16
	0. 31	1. 2	1. 33	2. 4	2. 35	3. 6	3. 37	4. 8	4. 39	5. 11	5. 43	6. 15
60	0. 52	1. 44	2. 36	3. 28	4. 20	5. 12	6. 4	6. 55	7. 47	8. 39	9. 31	10. 22
	0. 30	1. 0	1. 30	2. 0	2. 30	3. 1	3. 31	4. 1	4. 31	5. 2	5. 33	6. 4
62	0. 53	1. 46	2. 39	3. 32	4. 25	5. 18	6. 11	7. 8	7. 56	8. 49	9. 42	10. 34
	0. 28	0. 56	1. 24	1. 53	2. 21	2. 50	3. 18	3. 46	4. 15	4. 44	5. 13	5. 42
64	0. 54	1. 48	2. 42	3. 36	4. 30	5. 24	6. 18	7. 11	8. 5	8. 58	9. 52	10. 46
	0. 26	0. 53	1. 19	1. 45	2. 11	2. 38	3. 5	3. 32	3. 58	4. 25	4. 52	5. 19
66	0. 55	1. 50	2. 44	3. 39	4. 34	5. 29	6. 24	7. 18	8. 13	9. 7	10. 2	[illegible]
	0. 24	0. 49	1. 13	1. 38	2. 2	2. 27	2. 51	3. 16	3. 41	4. 6	4. 31	4. 56
68	0. 56	1. 52	2. 47	3. 42	4. 38	5. 34	6. 30	7. 25	8. 20	9. 15	10. 11	11. 7
	0. 22	0. 45	1. 7	1. 3	1. 52	1. 15	2. 38	3. 1	3. 24	3. 47	4. 10	4. 33
70	0. 56	1. 53	2. 49	3. 45	4. 42	5. 38	6. 36	7. 31	8. 27	9. 23	10. 20	10. 16
	0. 20	0. 41	1. 1	1. 22	1. 42	2. 3	2. 24	2. 45	3. 6	3. 27	3. 48	4. 9
72	0. 57	1. 54	2. 51	3. 48	4. 45	5. 42	6. 40	7. 36	8. 33	9. 30	10. 27	11. 24
	0. 18	0. 37	0. 55	1. 14	1. 33	1. 52	2. 10	2. 29	2. 48	3. 7	3. 26	3. 45
74	0. 58	1. 55	2. 53	3. 50	4. 48	5. 46	6. 44	7. 41	8. 38	9. 36	10. 34	11. 31
	0. 16	0. 33	0. 49	1. 6	1. 23	1. 40	1. 56	2. 13	2. 30	2. 47	3. 4	3. 21
76	0. 58	1. 56	2. 54	3. 52	4. 51	5. 49	6. 47	7. 45	8. 43	9. 41	10. 40	11. 38
	0. 14	0. 29	0. 43	0. 58	1. 12	1. 27	1. 42	1. 57	2. 12	2. 27	2. 42	2. 57
78	0. 5	1. 57	2. 56	3. 54	4. 53	5. 52	6. 50	7. 49	8. 48	9. 47	10. 45	11. 44
	0. 12	0. 25	0. 37	0. 50	1. 2	1. 15	1. 27	1. 40	1. 53	2. 6	2. 19	2. 32
80	0. 59	1. 58	2. 57	3. 56	4. 55	5. 55	6. 53	7. 53	8. 52	8. 51	1. 50	11. 49
	0. 10	0. 21	0. 31	0. 42	0. 52	1. 3	1. 13	1. 24	1. 34	1. 45	1. 56	2. 7

TABLE de la hauteur des Astres & de l'angle formé par leur Azimuth & le premier vertical, lorsque ces Astres sont dans le cercle horaire de six heures.

HAUTEURS POLAIRES.

	DE'CLINAISONS.											
	13	14	15	16	17	18	19.	20	21	22	23	24
D.	D. M.	D. M.	D. M.	D. M	D M	D. M.	D. M.	D. M.	D. M.	D. M.	D. M	D. M.
44	8. 59	9. 41	10. 22	11. 3	11. 43	12. 24	13. 5	13. 45	14. 25	15. 5	15. 45	16. 24
	9. 26	10. 10	10. 54	11. 39	12. 24	13. 9	13. 54	14. 40	15. 26	16. 12	16. 59	17. 46
45	9. 9	9. 51	10. 33	11. 15	11. 56	12. 37	13. 19	14. 0	14. 41	15. 22	16. 3	16. 43
	9. 17	10. 0	10. 44	11. 28	12. 12	12. 56	13. 41	14. 26	15. 11	15. 57	16. 43	17. 29
46	9. 19	10. 1	10. 44	11. 27	12. 9	12. 50	13. 33	14. 15	14. 57	15. 38	16. 20	17. 1
	9. 7	9. 50	10. 33	11. 16	11. 59	12. 43	13. 27	14. 11	14. 56	15. 41	16. 26	17. 11
47	9. 28	10. 11	10. 55	11. 39	12. 21	13. 3	13. 47	14. 29	15. 12	15. 54	16. 37	17. 18
	[illegible]	9. 39	10. 22	11. 4	11. 47	12. 30	13. 13	13. 56	14. 40	15. 25	16. 9	16. 53
48	9. 37	10. 21	11. 6	11. 50	12. 33	13. 16	14. 0	14. 43	15. 27	16. 10	[illegible]	17. 35
	8. 47	9. 28	10. 10	10. 52	11. 34	12. 16	12. 58	13. 41	14. 24	15. 8	15. 51	16. 35
49	9. 46	10. 31	11. 16	12. 1	12. 45	13. 29	14. 13	14. 57	15. 42	16. 26	17. 10	17. 53
	8. 37	9. 17	9. 58	10. 40	11. 21	12. 2	12. 44	13. 26	14. 8	14. 51	15. 3[illegible]	16. 17
50	9. 55	10. 41	11. 26	12. 12	12. 57	13. 42	14. 26	15. 11	15. 57	6. 42	17. 26	18. 9
	8. 26	9. 6	9. 46	10. 27	1. 7	11. 48	12. 29	13. 10	13. 52	14. 34	15. 16	15. 58
51	10. 4	10. 50	11. 36	12. 23	13. 8	13. 54	14. 39	15. 24	16. 1	16. 56	17. 4	18. 25
	8. 16	8. 55	9. 34	10. 14	10. 54	11. 34	12. 14	12. 54	3. 35	14. 16	14. 58	15. 39
52	10. 12	10. 59	11. 46	12. 33	13. 19	14. 6	14. 42	15. 37	16. 15	17. 10	17. 56	18. 41
	8. 5	8. 44	9. 22	10. 1	10. 40	11. 19	11. 58	12. 38	13. 18	13. 58	14. 39	15. 20
53	10. 20	11. 8	11. 56	12. 43	13. 30	14. 18	14. 54	15. 50	16. 38	17. 24	18. 11	18. 57
	7. 54	8. 32	9. 10	9. 48	10. 26	11. 4	11. 42	12. 21	13. 1	13. 40	14. 20	15. 0
54	10. 28	11. 17	12. 5	12. 53	13. 41	14. 29	15. 16	16. 3	16. 51	17. 38	18. 26	15. 13
	7. 43	8. 20	8. 57	9. 3	10. 11	10. 49	11. 26	12. 4	12. 43	13. 22	14. 1	14. 40
55	10. 36	11. 25	12. 14	13. 3	13. 52	14. 40	15. 28	16. 16	17. 4	17. 52	18. 40	19. 28
	7. 32	8. 8	8. 44	9. 21	9. 57	10. 34	11. 10	11. 47	12. 25	13. 3	13. 41	14. 20
56	10. 44	11. 33	12. 23	13. 13	14. 2	14. 51	15. 39	16. 28	17. 17	18. 5	18. 54	19. 42
	7. 21	7. 56	8. 31	9. 7	9. 42	10. 18	10. 54	11. 30	12. 7	12. 44	13. 21	13. 59
57	10. 52	11. 41	12. 32	13. 22	14. 1[illegible]	15. 1	15. 50	16. 40	17. 29	18. 18	19. 8	19. 56
	7. 10	7. 44	8. 18	8. 53	9. 27	10. 2	10. 37	11. 13	11. 49	12. 25	13. 1	13. 28
58	11. 0	11. 49	12. 41	13. 31	14. 22	15. 11	16. 1	16. 51	17. 41	18. 31	19. 21	20. 10
	6. 59	7. 32	8. 5	8. 38	[illegible]	9. 46	10. 20	10. 55	11. 30	12. 5	12. 40	13. 16
59	11. 7	11. 57	12. 49	13. 40	14. 31	15. 21	16. 12	17. 2	17. 53	18. 44	19. 34	20. 24
	6. 47	7. 19	7. 52	8. 24	8. 57	9. 30	10. 3	10. 37	11. 11	11. 45	12. 20	2. 55
60	11. 14	12. 5	12. 57	13. 49	14. 40	15. 31	16. 22	17. 13	18. 5	18. 56	19. 47	20. 37
	6. 35	7. 6	7. 38	8. 10	8. 42	5. 14	9. 46	10. 19	10. 52	11. 25	11. 59	12. 33
62	11. 26	12. 19	13. 12	14. 5	14. 58	15. 49	16. 41	17. 33	18. 26	19. 18	20. 10	21. 1
	6. 11	6. 41	7. 10	7. 40	8. 10	8. 40	9. 11	9. 42	10. 13	10. 44	11. 16	11. 48
64	11. 38	12. 33	13. 27	14. 20	15. 13	16. 7	17. 0	17. 53	18. 47	19. 40	20. 3[illegible]	21. 25
	5. 46	6. 14	6. 42	7. 16	7. 38	8. 6	8. 35	9. 4	9. 33	10. 3	0. 32	1. 2
66	11. 52	12. 46	13. 41	14. 35	15. 29	16. 24	17. 18	18. 13	19. 7	20. 1	20. 55	21. 49
	5. 22	5. 48	6. 13	6. 39	7. 5	7. 32	7. 58	8. 2[illegible]	8. 52	9. 20	9. 48	10. 16
68	12. 2	12. 57	13. 53	14. 48	15. 43	16. 39	17. 34	18. 29	19. 24	20. 19	21. 1[illegible]	22. 5
	4. 56	5. 20	5. 44	6. 8	6. 32	6. 5[illegible]	7. 21	7. 46	8. 11	8. 36	9. [illegible]	9. 28
70	12. 12	13. 38	14. 5	15. 1	15. 57	16. 53	17. 49	18. 45	19. 41	20. 37	21. 3	22. 28
	4. 30	4. 52	5. 14	5. 36	5. 58	6. 2[illegible]	6. 43	7. [illegible]	7. 29	7. 52	8. 16	8. 0
72	12. 21	13. 17	14. 15	15. 12	15. 8	17. 5	18. 2	18. 58	19. 56	20. 53	21. 49	22. 45
	4. 4	4 2[illegible]	4. 44	5. 4	5. 24	5. 44	6. 4	6. 25	6. 46	7. 7	7. 28	7. 50
74	12. 29	13. 26	14. 24	15. 22	15. 19	17. 16	18. 14	19. 11	20. 9	21. 7	22. 4	23. 1
	3. 38	3. 56	4. 13	4. 3	4. 49	5. 7	5. 25	5. 44	6. 2	6. 21	6. 40	7. [illegible]
76	12. 36	13. 34	14. 32	15. 31	16. 29	17. 27	18. 25	19. 23	20. 21	21. 19	22. 17	23. 15
	3. 12	3. 27	3. 42	3. 58	4. 14	4. 30	4. 46	5. 2	5. 18	5. 35	5. 52	6. 9
78	12. 42	13. 41	14. 39	15. 39	16. 37	17. 35	18. 34	19. 33	20. 31	21. 30	22. 28	23. 27
	2. 45	2. 58	3. 11	3. 25	3. 38	3. 52	4. 6	4. 20	4. 34	4. 48	5. 2	5. 17
80	12. 48	13. 47	14. 46	15. 45	16. 44	17. 43	8. 42	19. 41	20. 40	21. 39	22. 38	23. 37
	2. 18	2. 29	2. 40	2. 51	3. 2	3. 14	3. 25	3. 37	3. 49	4. 1	4. 13	4. 25

VI.

Moyen de ſe ſervir de la Table ordinaire des amplitudes pour trouver la variation de la Bouſſole, par les aſtres qui ſont dans le premier vertical.

NOus pouvons encore fournir aux Marins une autre occaſion de trouver la déclinaiſon de l'aiguille, par l'azimuth d'un aſtre qui eſt élevé, & cela ſans qu'ils ſoient obligés d'entrer dans aucun calcul. C'eſt lorſque les aſtres paſſent dans le premier vertical; & pour les prendre dans le moment précis de ce paſſage, il n'y a qu'à les obſerver à une certaine hauteur qu'on trouvera par le moyen des Tables ordinaires des amplitudes. Après avoir pris le complement de la hauteur polaire, on le fera convenir dans la Table comme ſi c'étoit une hauteur polaire même, avec la déclinaiſon de l'aſtre, & au lieu d'avoir l'amplitude, on trouvera la hauteur de l'aſtre, lorſqu'il paſſe dans le premier vertical. Cette pratique eſt fondée ſur ce que cette hauteur qu'on veut découvrir, eſt l'hypotheneuſe d'un triangle ſpherique rectangle, dont on connoît un des angles obliques, & le côté opoſé, & ſur ce qu'on peut ſe ſervir dans une pareille circonſtance, de toutes les Tables qui ſont déja conſtruites pour donner l'hypoteneuſe de quelqu'autre triangle ſpherique, dont on connoît également un des angles obliques, & le côté opoſé. Supoſé donc qu'on ſoit par 40 degr. de hauteur polaire, & que l'aſtre ſoit éloigné de l'équateur de 6 degr. il n'y a qu'à chercher dans la Table ordinaire des amplitudes, dans celle qui eſt inſerée, par éxemple, dans le Livre de la Connoiſſance des temps de 1729, & des

années précédentes ; il n'y a, dis-je, qu'à chercher 50 degr. au haut, & 6 degr. dans la premiere colonne, & on aprendra que l'aſtre eſt élevé de 9 deg. 22 min. lorſqu'il paſſe dans le premier vertical. Ainſi lorſqu'on l'obſervera à cette hauteur, il indiquera le point du vrai Eſt ou du vrai Oüeſt, & il n'y aura donc qu'à éxaminer en même temps la ſituation de la Bouſſole. Lorſque le Soleil eſt du côté du Pole abaiſſé, on ne le voit point paſſer par le premier vertical ni par le cercle horaire de ſix heures ; ce qui empêche de ſe ſervir alors de cet aſtre dans les deux cas marqués : mais il y a toujours du côté du Pole élevé pluſieurs étoiles qui ſont propres à ces ſortes d'obſervations.

VII.

Qu'il eſt aſſez difficile de trouver éxactement la variation par des inſtrumens qu'on orienteroit à peu près comme on diſpoſe certains cadrans portatifs.

ENfin ſi on n'a point eu la commodité de découvrir la variation de la Bouſſole dans l'une de ces trois occaſions, ou lorſque l'aſtre ſe levoit ou ſe couchoit, ou lorſqu'il paſſoit par le cercle horaire de 6 heures, ou lorſqu'il paſſoit par le premier vertical, il faudra avoir recours au calcul pour trouver par la trigonometrie ſphérique le vrai azimuth. C'eſt ce qui eſt expliqué trop au long dans pluſieurs Traitez de Marine, pour que nous ſoyons obligés d'inſiſter ſur la maniere de faire ce calcul. Nous nous contenterons de dire qu'il n'y a gueres lieu d'eſperer qu'on puiſſe éviter la longueur de l'opération, en ſe ſervant de quelques figures, ou en employant quelques inſtrumens particuliers : On ne peut toujours parvenir par tous

tous ces moyens qu'à une détermination trop grossiere & trop éloignée d'une certaine éxactitude. Nous ne sçaurions croire, par éxemple, qu'on puisse se servir avec succès de l'anneau astronomique universel, placé au-dessus d'une boussole ainsi qu'on le voit representé dans quelques Livres, comme dans le Traité, *Pratical Navigation, or an introduction to the wol Art* de M. Seller Hydrographe Anglois. On oriente cet instrument, comme pour observer l'heure, & l'anneau situé alors selon les Régions du Monde, rend sensible la variation de la Boussole qui est placée au-dessous. Mais outre qu'on n'a point de cette sorte égard à la réfraction, & qu'on ne peut pas d'un autre côté donner une grandeur suffisante à l'anneau; quelle difficulté ne doit-il pas y avoir encore à l'orienter sur un Navire, où il n'est pas possible qu'un instrument prenne de lui-même une situation éxactement verticale?

Puisqu'il est comme décidé que ce n'est qu'en se servant de l'horison sensible ou visuel qu'on peut entretenir un instrument dans un état constant, il faut que ce soit le Pilote qui le soutienne, & afin qu'il l'oriente en même temps sans avoir besoin du secours d'aucune autre personne, il faut qu'en visant à l'horison, il puisse éxaminer si le rayon de l'astre tombe précisément dans l'endroit convenable. Voilà les deux conditions qui doivent, avec une construction éxacte, caractériser un instrument parfait dans ce genre: Et cela supofé, on ne peut gueres lui donner que la forme que nous avons representée dans la figure 8. *AC* est une regle de 18 ou 20 pouces de long, qu'on dispose horisontalement, en appliquant l'œil à la pinnule *B*, & en regardant l'extrêmité apparente de la Mer par la fente de la pinnule *D*. Cette regle porte un demi cercle *EFG* divisé en degrez, qui sert a donner à la regle mobile *CH* attachée au centre *C*, la même situation qu'à l'axe du Monde. On fait glisser le long de cette

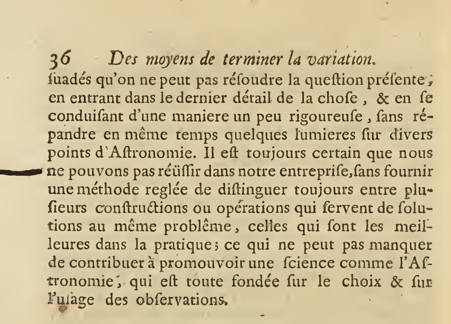
derniere regle le demi cercle *K N M* qui eſt ſitué perpendiculairement au reſte de l'inſtrument, & qui repreſente un parallele à l'équateur, & on éloigne ce demi cercle du centre *C*, ou on l'en approche, en comptant depuis *C* juſqu'en *L* ſur la regle *C H* que nous ſupoſons graduée, la déclinaiſon du Soleil. On voit aſſez qu'il ſera facile de graduer cette regle ; car ſi on prend le ſemidiametre *N L* du demi cercle *K N M* pour ſinus total, les diverſes parties *C L* feront les tangentes des differentes déclinaiſons du Soleil, ou des angles, comme *C N L* formés par les rayons de cet aſtre, & par le plan du demi cercle *K N M*, qui eſt parallele à l'équateur. Enfin la conſtruction entiere de l'inſtrument ne ſera pas plus difficile ; & ſon uſage ſera auſſi tout-à-fait ſimple, puiſqu'il ſuffira de viſer à l'horiſon par les pinnules *B* & *D*, & de faire tomber le bord de l'ombre du demi cercle *K N M* ſur le point *C* ; pour que la regle *A C* ſe trouve diſpoſée dans le plan du méridien, & qu'elle puiſſe faire connoître la variation des Bouſſoles qu'on mettra à côté. Cependant il nous paroît encore que quoique cet inſtrument ait, peut-être, toute la perfection qu'on puiſſe lui donner, il s'en faut beaucoup qu'il doive faire trouver la variation avec la même éxactitude que lorſqu'on ſe ſert du calcul. Car on eſt toujours expoſé à commettre ces erreurs inévitables qui ſe trouvent dans toutes les opérations, & elles doivent être ici à peu près les mêmes que lorſqu'on cherche la hauteur d'un aſtre & ſon azimuth par le moyen de l'inſtrument de la figure 7. On obſerve en effet les mêmes choſes, quoiqu'on le faſſe d'une maniere implicite. Mais la hauteur de l'aſtre & ſon azimuth étant ou déterminés ou comme déterminés, il vaut infiniment mieux déduire le reſte par ſuputation, que de le vouloir trouver par la ſeule conſtruction de l'inſtrument ; puiſque cet inſtrument ſera toujours ſujet à quelques défauts dans ſa diſpoſi-

tion particuliere, & que ces défauts produiront de nouvelles erreurs que ne produiroit pas le calcul.

VIII.

Du choix que nous avons à faire dans la partie suivante.

IL nous resteroit à parler encore de quelques autres moyens proposés par differens Auteurs : Mais comme ils se réduisent tous aux mêmes élemens, & qu'ils supposent à peu près les mêmes principes, il n'est pas nécessaire d'étendre davantage cette seconde partie, que nous avons bien moins destinée à l'explication de plusieurs moyens déja assez connus, qu'à tâcher de leur conferer à tous quelques nouveaux degrez de facilité ou d'éxactitude, en perfectionant les differentes operations dont ils peuvent être formés. Il est évident d'ailleurs qu'il n'y a point de méthode qui soit d'un usage plus étendu que celle de trouver la variation par une seule observation. Ainsi le choix que nous nous proposons de faire dans la partie suivante, ne doit pas tant tomber sur les divers moyens qu'on peut employer, que sur les deux differentes applications qu'on peut faire du même. Il s'agit de déterminer en quel endroit du Ciel il faut que l'astre soit, pour que toute l'operation se trouve plus éxacte : Il faut marquer si l'astre doit être dans l'horison ou à une certaine hauteur. On verra aussi qu'il suffit de faire ce choix avec connoissance de cause, pour pouvoir prononcer sur le mérite de toutes les autres méthodes de trouver la variation, & pour reconnoître dans quelles circonstances on peut principalement les employer. Nous pourrions, peut-être, encore promettre davantage ; car nous sommes per-



ſuadés qu'on ne peut pas réſoudre la queſtion préſente ; en entrant dans le dernier détail de la choſe, & en ſe conduiſant d'une maniere un peu rigoureuſe, ſans répandre en même temps quelques lumieres ſur divers points d'Aſtronomie. Il eſt toujours certain que nous ne pouvons pas réüſſir dans notre entrepriſe, ſans fournir une méthode reglée de diſtinguer toujours entre pluſieurs conſtructions ou opérations qui ſervent de ſolutions au même problême, celles qui ſont les meilleures dans la pratique ; ce qui ne peut pas manquer de contribuer à promouvoir une ſcience comme l'Aſtronomie, qui eſt toute fondée ſur le choix & ſur l'uſage des obſervations.



TROISIE'ME PARTIE.

Du choix entre les divers moyens d'obſerver la variation.

I.

De la maniere dont on peut choiſir entre pluſieurs méthodes qui ſont également bonnes dans la théorie.

LEs défauts des inſtrumens dont nous ſommes obligés de nous ſervir, & l'imperfection de nos ſens, ſont cauſe que nous nous trompons toujours de quelque choſe dans nos opérations. On doit ſans doute ſe propoſer la plus grande juſteſſe; on doit agir avec une attention auſſi ſcrupuleuſe que ſi on prétendoit ne ſe point tromper du tout : Mais après cela il faut ſe contenter de l'éxactitude qu'on peut obtenir. Il ſuffit ici, par éxemple, de commettre quelque erreur, ou en obſervant ſur la Bouſſole l'azimuth magnétique, ou en prenant la hauteur de l'aſtre, qui ſert à trouver le vrai azimuth, pour ſe tromper dans la déclinaiſon de l'aiguille. On ne doit pas attendre du hazard que ces erreurs ſe corrigent mutuellement, quoique cela puiſſe arriver quelquefois : Mais on peut éxaminer dans quelles rencontres elles tirent moins à conſequence. Il n'y a pour cela qu'à les conſiderer dès leurs origines, éxaminer leurs effets dans chaque partie de l'opération, & les ſuivre juſques dans le dernier réſultat : à peu près de la même maniere que dans le calcul des fluxions, on trouve le changement qu'ap-

porte à une expreſſion algébrique la variabilité de quelqu'une des quantités dont elle eſt formée. Toutes les méthodes qu'il s'agit de comparer, ſont, ſi on le veut, parfaitement légitimes, elles ſont rigoureuſement géometriques, *ἀκριβῶς geometricæ*: Mais il n'eſt pas ſurprenant que les mêmes erreurs commiſes dans les obſervations dont on a beſoin, & qu'on prend pour fondement du calcul, mettent dans la pratique, en ſe compliquant de diverſes manieres, une grande différence entre des méthodes qui ſont également bonnes dans la ſpéculation.

Ce que nous venons de dire qu'on doit conſiderer les erreurs dès leurs origines, & voir à quoi elles ſe réduiſent en les ſuivant dans leur propagation; à peu près comme on cherche dans le calcul differentiel l'augmentation ou la diminution que reçoit un polinome ou une quantité algébrique, par le changement infiniment petit que ſouffre quelqu'un de ſes facteurs; cela, dis-je, ſuffit pour donner une idée aux Géometres, de la maniere dont nous devons nous conduire dans le choix que nous nous propoſons de faire. Comme les erreurs dont nous voulons découvrir le réſultat, ſont toujours très-petites en comparaiſon des quantités qu'elles alterent, que ces erreurs ne ſont ici que de petits arcs de 10, de 15 ou de 20 minutes, qui ſont ſenſiblement de petites lignes droites, nous pouvons employer le calcul differentiel même, & conſiderer ces erreurs comme ſi elles étoient des fluxions ou des differentielles; parce que ſi elles ſont effectivement plus grandes, elles ſuivent au moins toujours ſenſiblement les mêmes raports. On n'avoit, peut-être, point encore donné cet uſage au calcul différentiel: Il faut convenir qu'il n'y a pas grand mérite à y avoir penſé; mais on oſe cependant aſſurer, qu'on peut tirer de très-grands avantages de cetre nouvelle application.

II.

Moyen de découvrir les erreurs produites dans le calcul de l'azimuth, par les petites quantités dont on eſt toujours ſujet à ſe tromper dans l'obſervation de la hauteur de l'aſtre.

AU lieu de nous ſervir de la Trigonometrie ſphérique, nous employerons la projection Orthographique de la Sphere : Nous ſupoſerons qu'on ait repreſenté tous les cercles ſur le plan du Méridien, en abaiſſant ſur ce plan des perpendiculaires de tous leurs points. A & B (fig. 9 & 10) ſont les deux Poles du Monde ; H & I le Zénith & le Nadir ; DE l'horiſon ; FG l'équateur ; KQ le parallele à l'équateur ſur lequel eſt l'aſtre S ; MSN eſt ſon almicantarath, & l'ellipſe $HSLI$ repreſente ſon azimuth. Nous déſignerons le rayon DC, le ſinus total, par la lettre a ; le ſinus de la hauteur polaire par b ; & le ſinus de complement de cette hauteur par c. Nous nommerons h le ſinus de la hauteur DM, ou NE de l'aſtre S ; c'eſt-à-dire, que $CV = h$, & nous aurons en même temps $\sqrt{a^2-h^2} = \sqrt{CM^2-CV^2}$ pour le ſinus MV de complement. z marquera le ſinus LC de l'angle que fait l'azimuth de l'aſtre avec le premier vertical, ou le ſinus de la diſtance de cet aſtre au vrai Eſt ou au vrai Oüeſt, à meſurer ſur l'horiſon. Et enfin e ſera l'erreur, commiſe dans l'obſervation de la hauteur LS, ou ce qui revient au même, e déſignera le petit intervalle Mm ou Nn qu'il y a entre l'almicantarath MSN ſur lequel l'aſtre eſt effectivement, & l'almicantarath msn ſur lequel on croit qu'il eſt ſitüé, parce qu'on

s'eſt trompé de la petite quantité e, en obſervant ſa hauteur.

Il eſt clair que ſupoſé, comme nous le faiſons d'abord ici, qu'on connoiſſe éxactement la latitude du lieu où l'on eſt, & qu'on connoiſſe auſſi dans la derniere préciſion la déclinaiſon de l'aſtre, cette erreur e ſera cauſe qu'on croira l'aſtre en s, pendant qu'il ſera effectivement en S. Ainſi le calcul fera trouver la ſituation de l'azimuth $HslI$, au lieu de donner celle de l'azimuth $HSLI$; & c'eſt donc la difference qu'il y a entre ces deux verticaux qu'il s'agit de découvrir. Or ſi après avoir tiré les deux petites lignes mZ & sP parallelement à HC, & avoir conduit le rayon MC, on conſidere que la reſſemblance du petit triangle MmZ & du grand CMV, fournit cette proportion $MC\ (a).\ MV\ (\sqrt{a^2-b^2}) :: Mm\ (e).\ mZ$, on aura $\frac{e\sqrt{a^2-b^2}}{a}$ pour la valeur de mZ, & on trouvera $\frac{eb}{a}$ pour celle de MZ par cette autre proportion; $MC(a).\ CV\ (b) :: Mm\ (e).\ MZ$. Dans le petit triangle rectangle sPS, où l'angle s eſt égal à celui de la hauteur polaire, & l'angle S au complement, on poura enſuite trouver PS par cette analogie; le ſinus c de ce dernier angle eſt au côté $Ps = mZ = \frac{e\sqrt{a^2-b^2}}{a}$, comme le ſinus b de l'angle s égal à la hauteur polaire eſt à $PS = \frac{be\sqrt{a^2-b^2}}{ac}$. Et ſi d'un autre côté on fait attention que toutes les ordonnées comme MV du demi cercle $HMDI$ ſont aux ordonnées correſpondantes RV de l'ellipſe $HRlI$, comme DC eſt à lC, ou à LC, & qu'il y a auſſi le même raport des élemens MZ des ordonnées du cercle aux élemens correſpondans RP des ordonnées de l'ellipſe, on poura trouver RP par cette analogie; $DC\ (a).\ lC = LC$ (z)

$(z)::MZ\left(\frac{eb}{a}\right).\ RP = \frac{ebz}{aa}$; & ſi on ajoute RP à PS dont nont nous avons déja trouvé la valeur, nous aurons $RS = \frac{eb\sqrt{a^2-b^2}}{ac} + \frac{ebz}{a^2}$, ſupoſé que l'aſtre ſoit du côté du Pole abaiſſé par raport au premier vertical, comme dans la figure 9. Mais il faudra ôter RP de PS, ſi l'aſtre eſt de l'autre côté, comme dans la figure 10, & on aura $RS = \frac{be\sqrt{a^2-b^2}}{ac} - \frac{ebz}{a^2}$: De ſorte qu'en réüniſſant les deux expreſſions enſemble, on a $\frac{be\sqrt{a^2-b^2}}{ac} \pm \frac{ebz}{a^2}$ ou $\frac{abe\sqrt{a^2-b^2} \pm cebz}{a^2c}$ pour la valeur de RS, qui eſt l'intervale compris entre les deux azimuths $Hl I$, & HLI ſur l'almicantarath MN. Enfin comme RS eſt à lL, en même raiſon que SV eſt à LC, ou que MV eſt à DC, nous aurons cette analogie $MV(\sqrt{a^2-b^2}.\ DC(a)::RS = \frac{abe\sqrt{a^2-b^2} \pm cebz}{a^2c}.\ Ll$; ce qui nous donne $\frac{abe\sqrt{a^2-b^2} \pm cebz}{ac\sqrt{a^2-b^2}}$ pour le petit intervale lL compris ſur l'horiſon.

Mais cet intervale lL meſuré qu'il eſt ſur le diametre de l'horiſon, differe de celui qui eſt compris ſur l'horiſon-même entre les deux azimuths; & c'eſt cependant ce dernier que nous devons trouver, dont lL n'eſt que la projection. Cet intervale que nous voulons découvrir, eſt repreſenté par le petit arc $\Lambda\lambda$ dans la figure 11, où le demi cercle $D\varkappa E$ repreſente une moitié de l'horiſon, DE eſt la ligne Nord & Sud; $\varkappa$ eſt le point du vrai Eſt ou du vrai Oüeſt, & Λ & λ les deux points où les deux azimuths dont dont HLI & HlI ſont les projections, viennent rencontrer l'horiſon $D\varkappa E$: De ſorte que $\Lambda\varkappa$ eſt la vraye diſtance horiſontale de l'aſtre au vrai Eſt ou au vrai Oüeſt, & $\lambda\varkappa$ eſt la diſtance trouvée par le calcul, & qu'on re-

garde comme vraye, parce qu'on ſe trompe. Si on fait attention après cela que le petit arc $\Lambda\lambda$ peut être pris pour une ligne droite, & qu'il eſt l'hypoteneuſe du petit triangle $\Lambda\theta\lambda$ qui eſt ſemblable au grand $CL\Lambda$, il ne reſtera plus qu'à faire cette proportion; $L\Lambda = \sqrt{\overline{C\Lambda}^2 - \overline{CL}^2} = \sqrt{a^2-z^2}.\ C\Lambda\ (a) :: \theta\lambda = lL = \frac{abe\sqrt{a^2-h^2} \pm cehz}{ac\sqrt{a^2-h^2}}.\ \Lambda\lambda = \frac{abe\sqrt{a-h^2} \pm cehz}{c\sqrt{a^2-h^2}\sqrt{a^2-z^2}} = \frac{abe}{c\sqrt{a^2-z^2}} \pm \frac{ehz}{\sqrt{a^2-h^2}\sqrt{a-z^2}}.$ Ainſi nous connoiſſons maintenant combien une erreur commiſe dans l'obſervation de la hauteur de l'aſtre S, influë dans le calcul qu'on eſt obligé de faire pour découvrir la diſtance horiſontale de l'aſtre au vrai Eſt ou au vrai Oüeſt. Nous voyons qu'en ſe trompant de la quantité e ſur la hauteur, on ſe trompe de la quantité $\frac{abe}{c\sqrt{a^2-z^2}} \pm \frac{ehz}{\sqrt{a^2-h^2}\sqrt{a^2-z}}$ dans la ſituation de l'azimuth. Cette derniere erreur réſultant de l'autre, en eſt comme le *moment*.

III.

Que les aſtres qui ſont dans la partie du Nord ſont les plus propres pour l'obſervation de la variation.

Cela ſupoſé, nous pouvons maintenant réſoudre avec beaucoup de facilité pluſieurs problémes qui ne laiſſent pas d'être curieux, & qui ſont encore beaucoup plus utiles. Il ſuffit, par exemple, de jetter les yeux ſur l'expreſſion $\frac{abe}{c\sqrt{a^2-z^2}} \pm \frac{ehz}{\sqrt{a^2-h^2}\sqrt{a^2-z^2}}$ pour connoître que lorſqu'on veut trouver la varia-

tion de la Bouſſole, ou déterminer la ligne méridienne, il vaut beaucoup mieux ſe ſervir des aſtres, qui ſont par raport au premier vertical du côté du pole élevé, que de ceux qui ſont de l'autre côté; c'eſt ce qui eſt de la derniere évidence. Car que l'aſtre ſoit du côté du Nord, ou du côté du Sud, on peut ſe tromper de la même quantité e, lorſqu'on obſerve ſa hauteur; mais cette même erreur e en produit une bien plus grande dans le calcul de l'azimuth, lorſque l'aſtre, par éxemple, eſt ici du côté du Sud, que lorſqu'il eſt du côté du Nord; puiſqu'en général $\frac{abe}{c\sqrt{a^2-z^2}} + \frac{ehz}{\sqrt{a^2-h^2}\sqrt{a^2-z^2}}$ qui appartient au premier cas, eſt plus grand que $\frac{abe}{c\sqrt{a^2-z^2}} - \frac{ehz}{\sqrt{a^2-h^2}\sqrt{a^2-z^2}}$ qui appartient au ſecond. Nous voyons encore que ſi on étoit obligé de ſe ſervir des aſtres qui ſont du côté du Sud, ou du côté du pole abaiſſé, il faudroit préferer ceux qui ſont les plus proches du premier vertical: Car à meſure que le ſinus de leur diſtance au vrai Eſt, ou au vrai Oüeſt eſt plus petit, l'erreur $\frac{abe}{c\sqrt{a^2-z^2}} + \frac{ehz}{\sqrt{a^2-h^2}\sqrt{a^2-z^2}}$ qu'on a à craindre, ſe trouve auſſi plus petite. Il vaudroit encore beaucoup mieux avoir recours aux aſtres qui ſont dans le premier vertical-même: le ſinus CL (z) ſeroit alors nul, & on ne ſeroit expoſé à ſe tromper dans le vrai azimuth que de la quantité $\frac{be}{c}$ à laquelle ſe reduit alors $\frac{abe}{c\sqrt{a^2-z^2}} + \frac{ehz}{\sqrt{a^2-h^2}\sqrt{a^2-z^2}}$.

IV.

Que dans tous les almicantaraths qui ſont plus élevés que le Pole, il y a un certain point où l'erreur qu'on peut commettre dans la hauteur de l'aſtre, n'influë point du tout dans le calcul de l'azimuth.

MAis il ne faut pas que nous nous contentions de ſçavoir que ce ſont les aſtres qui ſont du côté du Nord ou du côté du pole élevé, qui ſont les plus propres pour la détermination de la ligne méridienne ; il faut que nous tâchions de marquer l'endroit précis où il faut qu'ils ſoient, pour que la détermination ſoit faite avec le plus d'éxactitude qu'il eſt poſſible. Je conſidere d'abord que l'erreur $\frac{abe}{c\sqrt{a^2-z^2}} - \frac{ehz}{\sqrt{a^2-h^2}\sqrt{a^2-z^2}}$ peut être nulle, quoiqu'on ſe trompe toujours de la même quantité e dans l'obſervation de la hauteur; il ſuffit pour cela que les deux termes $\frac{abe}{c\sqrt{a^2-z^2}}$ & $\frac{ehz}{\sqrt{a^2-h^2}\sqrt{a^2-z^2}}$ ſoient égaux, puiſqu'étant affectez de ſignes contraires, ils ſe détruiront mutuellement. Mais l'égalité de ces deux termes ſe réduit à $\frac{ab}{c} = \frac{hz}{\sqrt{a^2-h^2}}$ dont il nous eſt également libre de tirer ou la valeur de z en ſuppoſant que h eſt connuë, ou celle de h, en ſuppoſant que c'eſt z qu'on connoît. Dans la premiere ſuppoſition il vient $z = \frac{ab\sqrt{a^2-h^2}}{ch}$; dans la ſeconde $h = \frac{a^2b}{\sqrt{c^2z^2 + a^2b^2}}$ ou bien $h = \frac{a^2b}{\sqrt{a^2z^2 - b^2z^2 + a^2b^2}}$

en mettant a^2-b^2 à la place de c^2; & l'on peut ſe ſervir de l'une ou de l'autre de ces deux formules, pour déterminer les points; comme O (fig. 10.) où il faut que ſoient les aſtres, pour que l'erreur e qu'on commet dans l'obſervation de leur hauteur, n'influë point dans le calcul qu'on eſt obligé de faire, pour découvrir la ſituation de leur vrai azimuth. La formule $h = \frac{a^2 b}{\sqrt{a^2 z^2 - b^2 z^2 + a^2 b^2}}$ nous fait voir que dans chaque azimuth HTI il y a un poiut O qui a cette proprieté, & que ce point ſe trouve plus ou moins élevé au-deſſus de l'horiſon, ſelon que l'azimuth differe plus ou moins du premier vertical, ou ſelon que CT (z) ſe trouve plus ou moins grand. Si l'azimuth HTI ſe confond avec le premier vertical, CT ſera nul, & la formule $h = \frac{a^2 b}{\sqrt{a^2 z^2 - b^2 z^2 + a^2 b^2}}$ donnera a pour la valeur de h; ce qui nous apprend que le point O eſt au zenith: au lieu que ſi on ſupoſe $z = a$, ce qui arrive lorſque l'azimuth HTI ſe confond avec la moitié du méridien HEI; on trouve b pour la valeur de h, de ſorte que le point O eſt alors à la même hauteur que le pole, & il eſt donc dans le pole-même. Enfin pour peu qu'on éxamine la nature de ces points, on verra que ce ſont ceux de digreſſion de tous les aſtres, qui dans leurs mouvemens journaliers paſſent entre le pole & le zenith. Le parallele que décrivent ces aſtres, eſt touché dans le point O par l'azimuth HTI; là il y a une petite partie Oo commune à ces deux cercles, & lorſque l'aſtre y eſt parvenu, il monte ou deſcend ſans changer ſenſiblement de vertical; ce qui fait quon peut ſe tromper dans l'obſervation de la hauteur, ſans que l'erreur tire à conſéquence dans la ſituation de l'azimuth. Si on cherche le lieu de tous les points O, on verra qu'ils forment la circonference d'une hyperbole dont C eſt le centre, & CE & CF les deux

Asymptotes. Ces points sont ici sur la ligne courbe, dans la projection : Mais il faudroit élever des perpendiculaires au plan du méridien, pour les avoir sur la surface-même de la Sphere.

V.

Que de tous les Astres qui sont à une même hauteur, & qui sont moins élevés que le Pole, ce sont ceux qui sont sur le cercle horaire de six heures, qui sont les plus propres pour l'observation de la variation.

Ce ne sont que les almicantaraths qui sont au-dessus du Pole, qui ont des points comme O, où l'erreur $\frac{abe}{c\sqrt{a^2-z^2}} - \frac{ehz}{\sqrt{a^2-h^2}\sqrt{a^2-z^2}}$, qu'on peut commettre dans le calcul de l'azimuth, se réduit à rien : Mais il peut y avoir au moins dans les autres almicantaraths des points où l'erreur est la plus petite qu'il est possible. Pour trouver la valeur de z qui rend effectivement $\frac{abe}{c\sqrt{a^2-z^2}} - \frac{ehz}{\sqrt{a^2-h^2}\sqrt{a^2-z^2}}$ un *minimum* dans chaque parallele à l'horison ; je prends la différentielle de cette quantité, en regardant simplement z comme variable. Il vient $\frac{abezdz\sqrt{a^2-h^2} - a^2cehdz}{c\sqrt{a^2-h^2} \times \overline{a^2-z^2}^{\frac{3}{2}}}$ & l'égalant à zéro, on trouve $z = \frac{ach}{b\sqrt{a^2-h^2}}$; ce qui fait déja connoître qu'il faut que le sinus CL de la distance horisontale de l'astre S (fig. 9. & 10.) au vrai Est ou au vrai Oüest soit égal à $\frac{ach}{b\sqrt{a^2-h^2}}$ pour que le calcul de

l'azimuth se ressente le moins qu'il est possible, de l'erreur qui peut se trouver dans la hauteur. Mais si on fait cette proportion $CE\,(a).\ VN\,(\sqrt{a^2-h^2})::$ $CL = \frac{ach}{b\sqrt{a^2-h^2}}.\ VS = \frac{ch}{b}$, on verra que VS doit être égale à VX, puisqu'on trouve $\frac{ch}{b}$ pour sa valeur, & que c'est aussi celle de VX; car dans le triangle XVC, le sinus b de l'angle VXC qui est égal à la hauteur polaire, est à $CV\,(h)$ comme le sinus c de l'angle VCX complement de la hauteur polaire est à $VX = \frac{ch}{b}$. Ainsi on voit que de tous les astres qui sont sur un même almicantarath MN, ce sont ceux qui passent actuellement en X par le cercle horaire de six heures, qui sont les plus propres pour les observations qui ont raport à la détermination des lignes méridiennes. Il est vrai que si on se trompe en observant la hauteur, on commettra aussi quelque erreur dans le calcul qu'on fera pour trouver la situation de l'azimuth : mais cela n'empêche pas que le point X ne soit toujours le plus avantageux ; puisqu'on seroit exposé à se tromper également, en observant la hauteur des astres qui sont dans les autres points de l'almicantarath, & que la même erreur influeroit alors beaucoup plus dans la situation de l'azimuth. Au surplus si on introduit $\frac{ach}{b\sqrt{a^2-h^2}}$ à la place de z dans $\frac{abe}{c\sqrt{a^2-z^2}} - \frac{ehz}{\sqrt{a^2-h^2}\sqrt{a^2-z^2}}$, afin de rendre particuliere au point X, cette expression qui convient à tous les points de VN, on trouvera après quelques réductions, $\frac{ae\sqrt{b^2-h^2}}{c\sqrt{a^2-h}}$ ou $\frac{ae}{c}\sqrt{\frac{b^2-h^2}{a^2-h^2}}$, & ce sera donc là la moindre erreur qu'on aura à craindre ; c'est-à-dire, que ce sera la quantité dont on sera sujet à se trom-

per, lorſque l'aſtre ſera en ≊ ou en *X*, &c. dans le cercle horaire de ſix heures.

VI.

Qu'il y a encore cet avantage à obſerver les aſtres qui ſont ſur le cercle horaire de ſix heures, que l'erreur qu'on peut commettre dans la hauteur polaire, n'influë point dans le calcul de l'azimuth.

NOus pouvons encore confirmer par une autre raiſon la propriété ſinguliere que nous attribuons à tous les points de ce cercle. C'eſt que ſi on ſe trompe dans l'obſervation de la hauteur polaire, l'erreur qu'on commettra, n'en produira aucune dans le calcul du vrai azimuth; & ce ne ſeroit pas la même choſe, ſi l'aſtre étoit dans tous les autres endroits du Ciel. Supoſé qu'on ſe trompe dans la hauteur polaire *AE* (fig. 12.) de la quantité *Aa*, on ſe trompera également dans la ſituation de l'équateur *FG*; le parallele *KQ* ſe trouvera ſitué en *kq*, & le calcul donnera la ſituation de l'azimuth *HslI*, comme ſi l'aſtre étoit en *s*, quoiqu'il ſoit effectivement en *S*, & que ce ſoit *HSLI* ſon azimuth. Il eſt facile de trouver la différence des deux, ou la quantité dont on ſe trompe dans le calcul. Car *CL* (z) ſinus de la diſtance horiſontale de l'aſtre au vrai Eſt ou au vrai Oüeſt, étant donné, comme ci devant, de même que le ſinus *h* de la hauteur *SL* de l'aſtre, on n'a qu'à chercher d'abord *VS*, qui eſt à *CL*, comme *VM* ſinus complement de la hauteur de l'aſtre eſt au ſinus total *CE*. *VS* étant trouvée, on cherchera *VX* par le moyen du triangle *CVX*, dont on connoît tous les angles

&

& le côté CV (h). On trouvera enſuite SY dans le triangle SXY; & après avoir trouvé sP par cette proportion qui eſt fondée ſur la reſſemblance des deux ſecteurs ACa & sYP; CA eſt à l'erreur Aa commiſe dans la hauteur polaire, comme SY eſt à sP, il faudra, en réſolvant le petit triangle SPs, chercher ſon hypoteneuſe Ss, qui eſt l'intervale compris entre les deux ellipſes $HSLI$ & $HslI$ ſur le parallele MN à l'Horiſon, & il ne reſtera plus qu'à achever le reſte préciſément, comme on l'a fait dans les figures 9. & 10. après avoir découvert RS. On trouve de cette ſorte que p déſignant l'erreur Aa dans la hauteur polaire, la formule $\frac{bzp}{c\sqrt{a^2-z^2}} \pm \frac{achp}{c\sqrt{a^2-b^2}\sqrt{a^2-z^2}}$ exprime la quantité dont on ſe trompe dans la ſituation du vrai azimuth HLI. C'eſt ce que nous ne faiſons qu'indiquer, parce qu'il n'y a rien de difficile dans tout cela, pour ceux qui ont entendu ce que nous avons déja dit. Nous nous contentons de faire remarquer que les deux points S & s, celui où eſt effectivement l'aſtre, & celui où on le ſupoſe dans le calcul, à cauſe de l'erreur qu'on commet dans la hauteur polaire, ſont d'autant plus éloignés l'un de l'autre, que l'aſtre eſt plus éloigné du point Y; & que ces deux poinrs S & s ſe confondent, & n'en forment plus qu'un ſeul, auſſi-tôt que l'aſtre eſt en Y ſur le cercle horaire de ſix heures, parce que c'eſt en cet endroit où ſe coupent les deux differentes ſituations KQ & kq du parallele à l'équateur. Il eſt donc certain que deux choſes contribuënt à nous devoir faire préférer, pour l'obſervation de la variation de la Bouſſole, les aſtres qui ſont ſur le cercle horaire de ſix heures. Si l'on n'obſerve pas leur hauteur dans la derniere éxactitude, l'erreur qu'on commettra, influëra toujours moins dans le calcul de l'azimuth, que ſi on employoit les aſtres qui ſont dans tous les autres points du même

almicantarath; & si on se trompe outre cela dans la hauteur polaire, on n'aura du tout rien à craindre de cette derniere erreur. C'est ce double avantage qui nous a engagé à construire la Table qu'on a vû dans la seconde partie.

VII.

Que de tous les astres qui sont sur le cercle horaire de six heures, ce sont les plus proches du pole lorsqu'on est à terre, qui sont les plus propres pour la détermination de la variation.

SCachant de cette sorte que ce sont les points Ξ, Υ, X, &c. (fig. 9. & 10.) du cercle horaire de six heures qui sont les plus propres pour les observations de la variation, il faut que nous choisissions maintenant entre ces points, & que nous déterminions celui où l'erreur qu'on est sujet à commettre, influë encore le moins; celui où le *moment* de l'erreur, si on peut parler de la sorte, est un *minimum minimorum*. Or il est facile de remarquer que pourvû que la quantité e dont on est sujet à se tromper, soit constante, l'erreur $\frac{ae}{c}\sqrt{\frac{b^2-h^2}{a^2-h^2}}$ qu'on commettra * dans la situation de l'azimuth diminuera toujours, à mesure que l'astre sera plus élevé, ou plus avancé vers le pole. Car plus le sinus h de la hauteur est grand, plus la quantité fractionaire $\sqrt{\frac{b^2-h^2}{a^2-h^2}}$ est petite; parce que le numérateur b^2-h^2 reçoit à proportion une plus grande diminution que le dénominateur a^2-h^2. Ainsi on voit

* Voyez l'article V.

qu'entre tous les aſtres Ξ, Υ, X, &c. qui ſont ſur le cercle horaire de ſix heures, on doit préférer pour la détermination de la ligne méridienne, ou pour l'obſervation de la variation, ceux comme ξ qui ont le plus de déclinaiſon, & que c'eſt au pole où l'erreur qui eſt déja plus petite que dans tous les autres points également élevés au-deſſus de l'horiſon, ſe trouve encore moindre, & ſe réduit même à rien. Il faut cependant remarquer qu'on ne doit préférer ainſi les aſtres qui ſont proche du pole, de même que ceux qui ſont dans leur digreſſion en O, que lorſqu'on eſt à Terre, & qu'on a la commodité d'avoir des fils à plomb auſſi longs qu'on le veut, dont on peut ſe ſervir pour obſerver avec la même éxactitude l'azimuth des aſtres qui ont une grande hauteur, que l'azimuth de ceux qui ſont moins élevés. En Mer on n'a pas le même avantage; & ce n'eſt qu'après un mûr éxamen, que nous pouvons ſçavoir en quel point du cercle horaire de ſix heures, il eſt alors plus à propos d'obſerver les aſtres. Il n'importe en effet qu'on calcule plus éxactement leur vrai azimuth ou leur diſtance horiſontale au vrai Eſt ou au vrai Oüeſt, ſi on trouve en même temps avec beaucoup moins de préciſion leur azimuth magnétique, ou leur diſtance à l'Eſt ou à l'Oüeſt de la Bouſſole.

VIII.

Examen de l'erreur qu'on peut commettre, en obſervant en Mer ſur la Bouſſole, l'azimuth des aſtres qui ſont élevés.

NOus ne pouvons décider cette queſtion qu'en éxaminant à part les erreurs auſquelles on eſt ex-

posé dans l'observation de ce dernier azimuth, lorsque les astres sont plus ou moins élevés. L'erreur vient principalement de la grande difficulté qu'il y a en Mer de mettre un instrument, le quart de cercle, par exemple, de la figure 7. dans une situation éxactement verticale. On ne s'assure qu'on lui donne cette situation, qu'en regardant l'horison sensible par la fente de la pinnule *F*; mais comme la partie de l'horison qu'on découvre ne peut jamais être fort grande, il est très-facile de se tromper de 25. ou 30. minutes, & même de 40. ou 50. sans qu'on s'en apperçoive. Si on donne en effet à la fente de la pinnule *F*, 3. pouces de longueur, au lieu de 15. ou 16. lignes qu'on se contente de lui donner dans les quartiers Anglois, & supposé que l'instrument soit incliné d'un demi degré, il ne s'en manquera pas un tiers de ligne que le bord de la fente ne paroisse toucher encore par tout l'horison visuel, & on doit convenir que cette quantité n'est pas sensible, lorsqu'on la regarde du point *G*, & qu'on reçoit outre cela toujours quelque mouvement de l'agitation du Vaisseau. Quoiqu'il en soit, si le quart de cercle *A B C* (fig. 13.) au lieu d'être mis dans une situation éxactement verticale, & d'être bien dirigé vers le Soleil *S*, est incliné comme a *C B* d'un certain nombre de minutes, le point *E* dont l'ombre doit tomber sur le centre *C*, se trouvera en *e*, & son ombre ne tombera plus ensuite sur le centre, mais en *c* à la distance *Cc* qui sera égale à *Ee*, puisque le grand éloignement de l'astre est cause que tous ses rayons sont ici paralleles. Ainsi l'Observateur dont la principale attention est de faire en sorte que le centre reçoive l'ombre du point *e*, sera obligé de transporter ce centre de *C* en *c*, & de donner à son instrument la situation *a c b*, en faisant passer le côté a *C* en *a c* qui lui est parallele, & en mettant *C B* en *c b*. Après cela il croira son instrument bien disposé; & prenant *c b* pour le rumbs auquel répond l'astre, il

se trompera néanmoins de l'angle CPc dans la situation de l'azimuth ; & c'est donc cet angle qu'il reste à découvrir. Mais Ee étant égal à Cc, l'angle EPe qui represente l'inclinaison de l'instrument, de même que l'angle ACa auquel il est égal, doit être à l'angle CPc, dont nous avons interêt de trouver la quantité, en raison inverse de PE à PC, puisqu'on peut considerer ces deux angles comme infiniment petits, & qu'ayant des bases égales, ils doivent être en raison reciproque de leurs côtés ; c'est-à-dire, que si CP est la moitié ou le tiers de PE, l'angle CPc sera double ou triple de EPe. Si on prend par consequent i pour désigner le nombre de minutes de l'angle ACa, ou de l'angle EPe, nous aurons cette proportion ; CP est à PE comme i est à la valeur $i \times \frac{PE}{CP}$ de l'angle CPc. Mais EP étant le sinus de la hauteur de l'astre, sinus que nous avons deja marqué par h, & CP étant le sinus de complement $= \sqrt{a^2 - h^2}$, Nous changerons $i \times \frac{PE}{CP}$ en $\frac{ih}{\sqrt{a^2 - h^2}}$ qui exprime donc toujours le même angle CPc, ou l'erreur que commet le Pilote, en observant sur la Boussole l'azimuth magnétique, avec un quart de cercle acb, incliné d'un nombre de minutes désigné par i.



IX.

Que ce n'eſt pas ſur les Vaiſſeaux comme à Terre, & que de tous les aſtres qui ſont ſur le cercle horaire de ſix heures, ce ſont les plus proches de l'équateur, qui ſont les plus propres, lorſqu'on eſt en Mer, pour la détermination de la variation.

IL eſt très-poſſible que le Pilote commette encore quelques autres erreurs : mais nous pouvons les négliger; non pas parce qu'elles ſont peu conſiderables, mais parce qu'il n'eſt pas néceſſaire d'y faire attention, auſſi-tôt que les differentes circonſtances de l'obſervation ne les font ni augmenter ni diminuer. C'eſt pourquoi nous nous contentons d'ajoûter $\frac{ih}{\sqrt{a^2-h^2}}$ à la quantité $\frac{ae}{c}\sqrt{\frac{b^2-h^2}{a^2-h^2}}$ dont nous avons vû ci-devant * qu'on peut ſe tromper dans le calcul du vrai azimuth, lorſque l'aſtre eſt dans le cercle horaire de ſix heures; & j'ai $\frac{ih}{\sqrt{a^2-h^2}} + \frac{ae}{c}\sqrt{\frac{b^2-h^2}{a^2-h^2}}$ pour l'erreur totale qu'on peut commettre dans la détermination de la déclinaiſon de la Bouſſole. On nous objectera, peut-être, que les deux erreurs particulietes $\frac{ih}{\sqrt{a^2-h^2}}$ & $\frac{ae}{c}\sqrt{\frac{b^2-h^2}{a^2-h^2}}$ ne ſe joignent pas toujours enſemble, & qu'au contraire elles ſe corrigent quelquefois l'une & l'autre : ſi au lieu de trouver, par exemple, 40. degrez pour la diſtance de l'aſtre à l'Oüeſt de la Bouſſole, on trouve 40. de-

* Art. V.

grez 10. minutes, & qu'on ſe trompe auſſi de 10. minutes de trop ſur la diſtance de 60. degrez de l'aſtre au vrai Oüeſt, on aura 20. degrez pour la variation de la Bouſſole, tout comme ſi on ne s'étoit pas trompé des deux quantités $\frac{ib}{\sqrt{a^2-b^2}}$ & $\frac{ae}{c}\sqrt{\frac{b^2-h^2}{a^2-h^2}}$, chacune de 10. minutes. Cependant nous les ajoûtons, parce que nous trouvons toujours de cette ſorte la plus grande erreur à laquelle on eſt expoſé, & qu'auſſi nous pouvons nous diſpenſer d'éxaminer ici les differentes manieres dont les erreurs particulieres peuvent ſe combiner; ce qui nous engageroit à calculer les divers degrez de probabilité de chaque combinaiſon. Enfin puiſque $\frac{ih}{\sqrt{a^2-h^2}} + \frac{ae}{c}\sqrt{\frac{b^2-h^2}{a^2-h^2}}$ repreſente toute l'erreur qu'on a à craindre dans l'obſervation de la déclinaiſon de l'aiguille, lorſqu'on ſe ſert pour cela des aſtres les plus convenables, c'eſt-à-dire, de ceux qui ſont ſitués ſur le cercle horaire de ſix heures; nous n'avons plus qu'à voir ſi cette quantité a un *minimum*. Or prenant ſa differentielle $\frac{a^2idh\sqrt{b^2-h^2}-acehdh}{\sqrt{b^2-h^2}\times \overline{a^2-}^{\frac{3}{2}}}$ & l'égalant à zéro, on en déduit $h = \frac{abi}{\sqrt{a^2i^2+c^2e^2}}$: mais attribuant enſuite cette valeur à h, on trouve que l'erreur $\frac{ih}{\sqrt{a^2-h^2}} + \frac{ae}{c}\sqrt{\frac{b^2-h^2}{a^2-h^2}}$ ne ſe réduit qu'à $\frac{b}{c}\sqrt{i^2+e^2}$; au lieu que lorſqu'on fait $h = o$, ou qu'on ſuppoſe que l'aſtre eſt en C dans l'horiſon, la même erreur ſe réduit à $\frac{be}{c}$, qui eſt beaucoup plus petite.

Ainſi au lieu ne trouver un *minimum*, on trouve un *maximum*, & il faut par conſequent que l'erreur

totale $\frac{ih}{\sqrt{a^2-h^2}} + \frac{ae}{c}\sqrt{\frac{b^2-h^2}{a^2-h^2}}$ ſe trouve proche de l'horiſon, de plus grande en plus grande, à meſure qu'on prend des points plus élevés dans le cercle horaire de ſix heures. C'eſt ce qui paroît auſſi lorſqu'on examine la differentielle $\frac{a^2 idh\sqrt{b^2-h^2} - acehdh}{\sqrt{b^2-h^2} \times \overline{a^2-h^2}^{\frac{3}{2}}}$: Car lorſque l'aſtre eſt en C dans l'horiſon, le ſinus h devient nul, & le ſecond terme de la differentielle qui eſt affecté du ſigne moins, le devient auſſi ; de ſorte qu'il ne reſte que le premier terme qui eſt poſitif, & qui fait augmenter l'erreur, auſſi-tôt qu'elle reçoit quelque changement. L'erreur continuë à augmenter juſqu'à ce qu'elle ſoit parvenuë au *maximum*, qui eſt ſon terme de grandeur, ou tant que le premier terme de la différentielle ſurpaſſe le ſecond, & il eſt ſenſible qu'elle doit aller enſuite en diminuant. Mais au Pole elle ne l'a point encore aſſez fait, pour être auſſi petite qu'elle l'étoit d'abord : Car ſupoſant le ſinus h de la hauteur de l'aſtre égal au ſinus b de la hauteur du Pole, on trouve que l'erreur $\frac{ib}{\sqrt{a^2-b^2}} + \frac{ae}{c}\sqrt{\frac{b^2-b^2}{a^2-b^2}}$ ne ſe réduit encore qu'à $\frac{ib}{\sqrt{a^2-b^2}}$ ou à $\frac{bi}{c}$ qui eſt certainement plus grande que $\frac{be}{c}$; puiſque la quantité i dont on peut ſe tromper dans la ſituation verticale de l'inſtrument eſt toujours beaucoup plus grande que la quantité e, dont on peut ſe tromper dans la hauteur même de l'aſtre. Tout cela montre que ce n'eſt pas dans les Vaiſſeaux comme à Terre, & que la difficulté qu'il y a en Mer à obſerver ſur la Bouſſole l'azimuth des aſtres qui ſont à quelque hauteur, fait qu'on ne doit pas préférer ceux qui ſont en ξ vers le Pole ; mais ceux qui ſont proche du vrai Eſt ou du vrai

vrai Oüeſt, & qu'il n'eſt aucun endroit dans tout le Ciel plus propre que ces deux points, pour les obſervations dont il s'agit. C'eſt ce qui ne peut arriver que parce que l'erreur $\frac{ae}{c} \sqrt{\frac{b^2-h^2}{a^2-h^2}}$ à laquelle on eſt expoſé dans le calcul du vrai azimuth, ne ſouffre pas encore une aſſez grande diminution de C en Υ, pour détruire l'augmentation que reçoit l'autre erreur $\frac{ih}{\sqrt{a^2-h^2}}$ qu'on peut commettre en obſervant ſur la Bouſſole l'azimuth magnétique : de ſorte que l'erreur totale qu'on a à craindre dans la détermination de la variation augmente plus par ce dernier côté, qu'elle ne diminuë par l'autre.

X.

Qu'il nous reſte à examiner en quel endroit de ſon parallele il eſt plus à propos d'obſerver chaque aſtre particulier.

IL nous reſte maintenant à examiner en quel endroit de ſon parallele il eſt plus avantageux d'obſerver chaque aſtre : Car comme il n'a été queſtion juſques ici que de choiſir entre pluſieurs aſtres, lorſqu'ils paroiſſent en même temps, ou de marquer d'une maniere abſoluë les points du Ciel les plus avantageux, tout ce que nous avons dit n'eſt point aplicable aux divers points du même parallele, qui ſont tous dans différens almicantaraths, & qui ne répondent point au cercle horaire de ſix heures. Ainſi quoique nous venions de voir qu'il vaut mieux ſe ſervir d'un aſtre qui eſt en C (fig. 9.) au point du vrai Eſt ou du vrai Oüeſt, que

d'un autre qui feroit fitué en Υ, cela n'empêche pas qu'il ne foit, peut-être, plus avantageux d'obferver ce dernier aftre en Υ, qu'à fon lever ou à fon coucher en Σ ; parce que l'erreur eft beaucoup plus grande dans le calcul de l'azimuth, lorfque l'aftre eft en Σ que s'il étoit en C. Voilà donc un nouveau problême qui eft important, & que nous n'avons point encore penfé à réfoudre. Il faut que nous nous fervions maintenant de la formule $\frac{abe}{c\sqrt{a^2-z^2}} \pm \frac{ehz}{\sqrt{a^2-h^2}\sqrt{a^2-z^2}}$ que nous avons trouvée d'abord (vers la fin de l'art. 11.) pour l'expreffion générale de l'erreur qu'on commet dans le calcul du vrai azimuth, lorfqu'on fe trompe de la quantité e fur la hauteur de l'aftre. Il faut que nous nous fervions de cette formule générale ; puifqu'il ne s'agit plus de comparer fimplement les differens points du cercle horaire de fix heures, les uns avec les autres. Nous devons avoir auffi égard à l'erreur $\frac{bpz}{c\sqrt{a^2-z^2}} \pm \frac{achp}{c\sqrt{a^2-h^2}\sqrt{a^2-z^2}}$ dont nous avons fait mention cy-devant (art. 6.) que produit la quantité p, dont on eft fujet à fe tromper dans la hauteur du Pole. Et enfin il faut encore joindre à ces deux premieres erreurs qui fe trouvent dans le vrai azimuth, celle $\frac{ih}{\sqrt{a^2-h^2}}$ qui fe trouve dans l'azimuth magnétique, & qu'on commet à part en obfervant un aftre à diverfes hauteurs au-deffus de l'horifon, avec un inftrument qui eft toujours incliné de quelque quantité i.

XI.

Moyens de trouver les erreurs aufquelles on eft expofé en obfervant le même aftre en differens points de fon parallele.

IL eft clair que voulant comparer entre eux les divers points du même parallele KQ, nous devons introduire la déclinaifon de l'aftre dans l'expreffion des deux premieres erreurs; afin que regardant comme conftante la déclinaifon, nous n'ayons qu'à rendre variable ou la hauteur ou l'azimuth, pour faire convenir ces deux expreffions à tous les points du parallele. Si nous nommons f le finus CY (fig. 9. & 10.) de la diftance FK, ou GQ de l'équateur au parallele, nous trouverons dans le Triangle rectangle $CY\odot$, le côté $C\odot$ pour cette analogie, le finus b de l'angle $\odot$, qui eft égal à celui ACE de la hauteur du Pole, eft à $CY(f)$, comme le finus a de l'angle Y, le finus total, eft à $C\odot = \frac{af}{b}$. Otant enfuite $C\odot$ de $CV(h)$, ou CV de $C\odot$, felon que l'aftre eft du côté du Sud, ou du côté du Nord par raport au premier vertical, on aura $\pm h \mp \frac{af}{b}$ pour l'expreffion générale de $\odot V$, & dans le triangle rectangle $\odot VS$, on trouvera VS par cette analogie; le finus c de l'angle S qui eft égal au complement de la hauteur polaire, eft à $\odot V = \pm h \mp \frac{af}{b}$; comme le finus b de l'angle $\odot$ eft à $VS = \pm \frac{bh}{c} \mp \frac{af}{c}$. Enfin VM ou $VN = \sqrt{a^2 - h^2}$ étant par la nature de l'ellipfe, à CD, ou à CE (a) comme VS eft à CL, on aura $\pm \frac{abh}{c\sqrt{a^2-h^2}} \mp \frac{a^2 f}{c\sqrt{a^2-h^2}}$ pour la valeur de CL

qui eſt, comme on le ſçait, le ſinus de l'angle que fait l'azimuth avec le premier vertical, ou le ſinus de la diſtance horiſontale de l'aſtre au vrai Eſt ou au vrai Oüeſt.

Ainſi nous n'avons qu'à introduire cette valeur à la place de z dans les deux formules $\frac{abe}{c\sqrt{a^2-z^2}} \pm \frac{ehz}{\sqrt{a^2-b}\sqrt{a^2-z^2}}$ & $\frac{bpz}{c\sqrt{a^2-z^2}} \pm \frac{abhp}{\sqrt{a^2-b^2}\sqrt{a^2-z^2}}$ & nous les transformerons en d'autres qui ne contiendront plus z, mais qui contiendront f. Il vient après quelques legeres réductions $\frac{a^2be - afhe}{\sqrt{a^2-b^2}\sqrt{a^2c^2-af^2+2abfh-a^2h^2}}$ pour la premiere, c'eſt-à-dire pour l'erreur que cauſe dans la ſituation du vrai azimuth, l'erreur e commiſe dans la hauteur de l'aſtre; & $\frac{\pm a^2hp \mp abfp}{c\sqrt{a^2c^2-a^2f^2+2abfh-a^2h^2}}$ pour celle que produit auſſi de ſon. côté, la quantité p dont on ſe trompe dans la hauteur polaire.

XII.

Que c'eſt à leur lever ou à leur coucher qu'il vaut mieux dans ces païs-cy obſerver les aſtres, dont la déclinaiſon eſt méridionale.

CEla ſupoſé, nous reconnoiſſons fort aiſément que lorſqu'un aſtre eſt ſur un parallele kq qui eſt du côté du Pole abaiſſé, que lorſque le Soleil eſt, par éxemple, dans la partie d'Hyver, on doit beaucoup plutôt l'obſerver à ſon lever ou à ſon coucher en Π, que lorſqu'il eſt en Δ à une hauteur conſidérable. Car

le Soleil étant du côté du Sud, le ſinus f de ſa déclinaiſon eſt négatif, & l'erreur $\frac{a^2be-afhe}{\sqrt{a^2-h^2}\sqrt{a^2c^2-a^2f^2+2abfh-a^2h^2}}$ dans laquelle f eſt ſupoſé poſitif, ſe change alors en $\frac{a^2be+afhe}{\sqrt{a^2-h^2}\sqrt{a^2c^2-a^2f^2-2abfh-a^2h^2}}$ qui doit être d'autant plus grande, que h eſt plus grand; puiſque l'augmentation de h cauſe en même temps celle du numérateur $a^2be+afhe$, & la diminution du dénominateur . . . $\sqrt{a^2-h^2}\sqrt{a^2c^2-a^2f^2-2abfh-a^2h^2}$. Plus le ſinus h eſt donc grand, ou plus l'aſtre eſt élevé, plus l'erreur à laquelle on eſt expoſé dans le calcul de l'azimuth eſt grande; & comme l'erreur qu'on commet dans l'azimuth magnétique en l'obſervant ſur le compas, eſt auſſi plus conſidérable, il eſt évident de toutes les manieres, que la circonſtance la plus convenable pour trouver la variation de la Bouſſole, eſt le lever ou le coucher de l'aſtre; d'autant plus que c'eſt auſſi alors que l'erreur qui vient de la hauteur polaire eſt la moindre. Il eſt vrai que ſi la Sphere eſt fort oblique, & que ſi le parallele kq du Soleil eſt outre cela fort éloigné de l'équateur, il vaudroit beaucoup mieux chercher la variation, par le moyen de quelques étoiles qui euſſent peu de déclinaiſon ſeptentrionale; & ſupoſé qu'on ne pût pas les voir dans l'horiſon, il n'y auroit qu'à les prendre à leur paſſage par le cercle horaire de ſix heures. Mais il n'eſt pas moins certain que ſi l'on veut abſolument ſe ſervir du Soleil dans le cas dont il s'agit, il ne ſoit toujours beaucoup plus avantageux d'obſerver alors cet aſtre à ſon lever ou à ſon coucher, que d'attendre qu'il ait quelque hauteur.

C'eſt ce que j'ai voulu examiner d'une maniere particuliere, en ſupputant toute l'erreur qu'on a à craindre par la latitude d'Uranibourg, par 55. degr. 34. min.

de latitude ſeptentrionale, lorſqu'au ſolſtice d'hiver le Soleil eſt dans l'horiſon, & qu'enſuite il monte à 5. & à 10. degrez. Nous ſuppoſerons pour cela que l'erreur *p* qu'on peut commettre dans la hauteur polaire eſt de 10 minutes, parce que c'eſt ordinairement la plus grande quantité dont les Marins habiles ſe trompent, dans la hauteur des aſtres qui paſſent par le méridien à quelque diſtance du zénith. Comme les aſtres ſont alors quelque temps ſans changer ſenſiblement de hauteur, le Pilote peut faire ſon obſervation avec plus d'éxactitude : Mais comme le changement de la hauteur eſt beaucoup plus ſubit vers l'Orient ou vers l'Occident, & qu'on n'a pas le moindre temps pour la vérifier, j'ai ſupoſé de 15. minutes l'erreur *e*, qu'on peut commettre dans les hauteurs obſervées dans ces dernieres circonſtances ; & je la ſupoſe toujours conſtante, parce que s'il eſt un peu plus difficile d'obſerver les grandes hauteurs que les petites, on a auſſi d'un autre côté moins à craindre des irregularitez de la réfraction. Or on trouve que les 15. minutes dans la hauteur de l'aſtre produiſent à l'horiſon environ 31. min. d'erreur dans le calcul de l'azimuth ou de l'amplitude, & que les 10. min. d'incertitude dans la hauteur polaire produiſent $14\frac{1}{2}$ minutes ; d'où il ſuit qu'on eſt expoſé à commettre une erreur totale de 44. ou 45. minutes. Mais ſi l'aſtre eſt élevé de 5. degrez, on peut ſe tromper d'environ 42. minutes d'une part, & d'environ 24. de l'autre, ce qui fait un degré 6. minutes, & l'erreur monte à 2. degrez 17. minutes, lorſque l'aſtre eſt à 10. degrez de hauteur. Ainſi quoique nous ne faſſions point encore ici attention à l'inclinaiſon de 30. minutes qu'on pourroit donner, ſans qu'on s'en apperçût, au quart de cercle de la fig. 7. ou aux autres inſtrumens dont on ſe ſerviroit pour obſerver l'azimuth magnétique, nous voyons que l'erreur dans laquelle on peut tomber en déterminant la variation, augmente conſi-

dérablement, à meſure que le Soleil s'éleve. Il eſt certain d'ailleurs que ſi les ſupoſitions que nous avons faites, ne ſont pas abſolument conformes à la vérité, elles ne doivent pas s'en éloigner ſenſiblement.

XIII.

Que lorſque la déclinaiſon d'un aſtre eſt ſeptentrionale ; il vaut mieux dans ces païs-cy obſerver cet aſtre dans le cercle horaire de ſix heures, que dans l'horiſon ; ſurtout lorſque la hauteur polaire eſt fort grande.

ENfin ſi l'aſtre eſt par raport à l'équateur du côté du Pole élevé, il ſera beaucoup plus difficile de déterminer le point précis, où il ſera à propos de l'obſerver ; & cela parce que les differentes erreurs qu'on a à craindre, n'augmentent plus toutes en même temps, comme elles le faiſoient, à meſure que l'aſtre s'éleve. Les deux erreurs auſquelles on eſt expoſé dans le calcul du vrai azimuth, ſont alors

$$-\frac{a^2be - afhe}{\sqrt{a^2-h^2}\sqrt{a^2c^2-a^2f^2+2abfh-a^2h^2}} \ \& \ \frac{-a^2hp+abfp}{c\sqrt{a^2c^2-a^2f^2+2abfh-a^2h^2}}$$

comme nous les avons trouvées dans l'article XI. Et ſi on les ajoûte enſemble avec la quantité $\frac{ih}{\sqrt{a^2-h^2}}$ dont on peut ſe tromper d'un autre côté, en obſervant ſur la Bouſſole l'azimuth magnétique, il viendra

$$\frac{a^2bce - acfhe - \overline{a^2hp + abfp}\sqrt{a^2-h^2} + cih\sqrt{a^2c^2 - a^2f^2 + 2abfh - a^2h^2}}{c\sqrt{a^2-h^2}\sqrt{a^2c^2-a^2f^2+2abfh-a^2h^2}}$$

pour toute l'erreur qu'on peut commettre dans la détermination de la variation. C'eſt cette quantité qu'il

s'agiroit de rendre la moindre qu'il eſt poſſible. Mais comme elle eſt formée de trois quantitez particulieres, dont les progrez ſont differens; que la derniere augmente à meſure que les aſtres s'élevent au-deſſus de l'horiſon; que la ſeconde diminuë en même temps, juſqu'à ce que les aſtres ſoient parvenus au cercle horaire de ſix heures, & que la premiere diminuë encore un peu au delà, comme on peut le reconnoître ſans beaucoup de peine; il arrive que cette complication des trois erreurs qui contribuë à rendre le probléme d'un degré plus élevé, fait en même temps que nous pouvons nous diſpenſer de le réſoudre. L'une de ces erreurs augmentant lorſque l'autre diminuë, cela eſt cauſe que l'erreur totale n'eſt jamais ſi grande, & qu'on n'eſt pas ſi fort intereſſé à déterminer l'endroit précis de ſon *minimum*. C'eſt pourquoi nous pouvons nous contenter d'examiner ſimplement, s'il eſt plus avantageux d'obſerver l'aſtre dans l'horiſon ou dans le cercle horaire de ſix heures; d'autant plus qu'à l'aide de la Table des amplitudes, & de celle que nous avons donnée dans la partie précédente, nous avons une plus grande facilité d'obſerver la variation dans ces deux cas. Pour avoir l'erreur qu'on peut commettre, lorſque l'aſtre eſt dans l'horiſon, on n'a qu'à effacer tous les termes où ſe trouve le ſinus b, devenu nul, on trouvera $\frac{bce + bfp}{c\sqrt{c^2 - f^2}}$: & ſi au lieu de ſupoſer $b = o$, on le ſupoſe $= \frac{bf}{a}$, valeur qu'il a dans le cercle horaire de ſix heures, (comme on le ſçait par cette analogie; le ſinus total a eſt au ſinus $C\Upsilon = f$ de la déclinaiſon de l'aſtre Υ, comme le ſinus b de l'angle $C\Upsilon\Psi$ égal à celui de la hauteur du Pole, eſt au ſinus $C\Psi$ (h) $(= \frac{bf}{a})$ de la hauteur de l'aſtre); ſi on ſupoſe

ſupoſe, dis-je, $h = \frac{bf}{a}$, ou que l'aſtre eſt dans le cercle horaire de ſix heures, l'erreur totale ſe trouvera alors exprimée par $\frac{abe\sqrt{a^2 - f^2} + bcfi}{\sqrt{a^4 - b^2 f^2}}$. Ainſi il ne s'agit que de comparer $\frac{bce + bfp}{c\sqrt{c^2 - f^2}}$ & $\frac{abe\sqrt{a^2 - f^2} + bcfi}{c\sqrt{a^4 - b^2 f^2}}$.

On pourroit déterminer dans quelles rencontres ces quantités ſont égales, en cherchant la déclinaiſon que doit avoir l'aſtre, lorſque la hauteur polaire eſt donnée; ou en cherchant la hauteur polaire, lorſqu'on connoît la déclinaiſon. Sans ſe donner cette peine, on peut prendre pour régle, qu'il vaut toujours mieux obſerver l'aſtre lorſqu'il eſt dans le cercle horaire de ſix heures, que lorſqu'il eſt dans l'horiſon; remarquant néanmoins que l'avantage eſt ſi peu conſidérable, qu'il n'importe preſque point de ſe ſervir plutôt de l'une de ces circonſtances que de l'autre, dans tous les lieux qui ne ſont éloignés de l'équateur que de 45. ou 50. degrez. Dans les endroits qui ſont au-delà, l'obliquité de la Sphere (ſurtout ſi l'aſtre a une grande déclinaiſon) rend la difference plus ſenſible, en faiſant augmenter beaucoup dans l'horiſon, & l'erreur qui vient de la quantité dont on ſe trompe toujours dans la hauteur polaire, & celle qui eſt produite par la quantité dont on ſe trompe dans la hauteur même de l'aſtre; & alors la préférence eſt beaucoup plus décidée, pour le cas où l'aſtre ſe trouve dans le cercle horaire de ſix heures. Si l'on eſt, par éxemple, vers le ſolſtice d'Eté par 55. degrez 34. minutes de latitude ſeptentrionale, l'erreur totale qu'on aura à craindre, lorſqu'on obſervera la variation par le lever ou le coucher du Soleil, ſera de 45 minutes. Mais l'erreur diminuëra à meſure que l'aſtre s'élevera: car à 5. degrez de hauteur, l'erreur ne ſera que de 39. minutes: à dix degrez de hauteur, elle ne ſera que

d'environ $34\frac{1}{2}$ minutes : à 15. degrez de 32'. 16''; & enfin à 19. degrez 11. minutes, lorſque le Soleil ſera parvenu au cercle horaire de ſix heures, elle ſera encore un peu plus petite, elle ſera de 31'. 55''. Or pour peu qu'on ſoit par une latitude plus grande, la diminution ſe fera encore d'une maniere plus ſubite : Car l'erreur $\frac{bce + bfp}{c\sqrt{c^2 - f^2}}$ ſeroit, par éxemple, d'environ un degr. 6. min. par 60. degr. de latitude, le Soleil étant dans l'horiſon ; au lieu que cet aſtre étant dans le cercle horaire de ſix heures, à 20. degr. 11. min. de hauteur, l'erreur ne ſeroit plus que d'environ 36. minutes, comme on le trouve par la formule $\frac{abe\sqrt{a^2 \ f^2} + hcfi}{c\sqrt{a4 - b^2f^2}}$. Il y a lieu de croire outre cela que dans ces païs fort avancés vers le Pole, les réfractions horiſontales ſont beaucoup plus irregulieres qu'elles ne le ſont ici ; & c'eſt une nouvelle raiſon qui doit déterminer encore à n'obſerver les aſtres, que lorſqu'ils ſont un peu élevés.

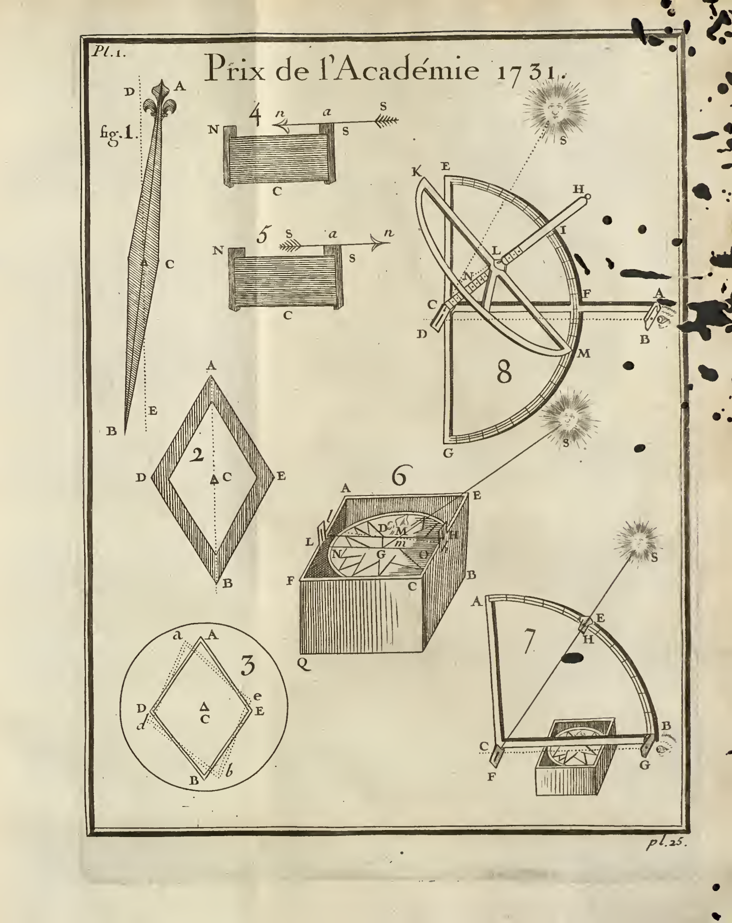
XIV.

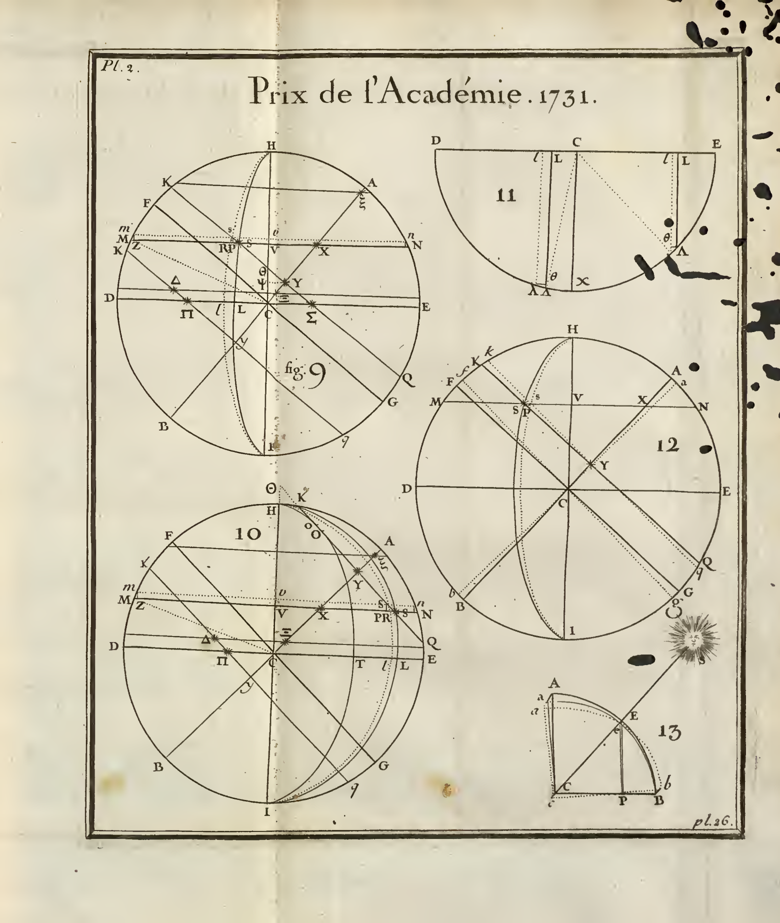
Que les réfléxions précédentes peuvent ſervir auſſi lorſqu'on obſerve la variation par deux hauteurs correſpondantes.

AU ſurplus, en déterminant, comme nous venons de le faire, les endroits du Ciel, où doivent être les aſtres, lorſqu'on veut découvrir en Mer la variation de l'aiguille par une ſeule obſervation, nous marquons auſſi aſſez les endroits qu'il faut préferer, lorſqu'on en employe pluſieurs. On en multi-

plie quelquefois mal-à-propos le nombre, ſans penſer que c'eſt preſque toujours multiplier les occaſions de ſe tromper. Ce n'eſt pas la même choſe lorſqu'on obſerve l'aſtre dans deux hauteurs correſpondantes; il faut ſeulement qu'il y ait un temps conſidérable entre les deux obſervations, puiſqu'elles doivent être faites de part & d'autre, ou dans l'horiſon, ou dans le cercle horaire de ſix heures, afin que les petites quantitez dont on eſt toujours ſujet à ſe tromper, ſoient d'un moindre *moment*, ou tirent moins à conſéquence. Mais dans un intervale de 10. ou 12. heures, il peut arriver ſouvent que la hauteur polaire & la déclinaiſon de l'aſtre changent d'une quantité ſenſible, & même auſſi quelquefois la variation; & alors cette méthode qui paroît très-ſimple, parce qu'elle ne ſupoſe la connoiſſance d'aucun principe, ceſſe d'être immédiate, & devient très-compliquée, par l'attention expreſſe qu'on eſt obligé de faire aux changemens ſurvenus entre les deux obſervations. Enfin comme tous les moyens d'obſerver la variation de la Bouſſole, engagent dans les mêmes opérations, il eſt conſtant que les remarques que nous venons de faire, ſont non-ſeulement propres à nous apprendre ce que nous en devons penſer, mais à nous faire connoître auſſi dans quelles occaſions on peut principalement les employer. Cet uſage de nos réfléxions ſera toujours facile, & comme elles ſont d'ailleurs aſſez étenduës, il eſt temps de les terminer Nous les ſoumettons avec d'autant plus de plaiſir au jugement de l'ACADEMIE ROYALE DES SCIENCES, que nous ſçavons que cette célébre Compagnie ne ſe fait pas moins admirer par la ſageſſe de ſes déciſions ſur tout ce qu'on lui préſente, que par l'extrême beauté des differentes découvertes qu'elle produit elle-même tous les jours, & dont elle enrichit continuellement le Public.

FIN.


Pl. 1.
Prix de l'Académie 1731.
fig. 1.
D
A
C
E
B
4
n
a
S
N
S
C
5
S
a
n
N
S
C
2
A
D
C
E
B
3
a
A
D
d
C
e
E
B
b
6
A
E
L
D
M
m
H
N
G
O
F
C
B
Q
K
E
H
I
L
N
C
F
A
D
B
M
8
G
S
7
A
E
H
C
B
F
G
S
pl. 25.


Pl. 2.
Prix de l'Académie. 1731.
fig. 9
10
11
12
13
pl. 26.

ENTRETIENS
SUR LA CAUSE
DE L'INCLINAISON
DES ORBITES
DES PLANETES.

Où l'on répond à la Queſtion propoſée par l'ACADEMIE ROYALE DES SCIENCES, pour le ſujet du Prix, des années 1732. & 1734.

Par M. BOUGUER *de la même Académie.*

SECONDE EDITION.

Dans laquelle on a ſaiſi l'occaſion d'éxaminer quelle eſt l'étendue du Méchaniſme ou des loix de Phyſique.



A PARIS, QUAY DES AUGUSTINS,
Chez CH. ANT. JOMBERT, Libraire du Roi pour l'Artillerie & le Génie, au coin de la rue Gille-Cœur, à l'Image Notre-Dame.

M. DCC. XLVIII.

PRIVILEGE DU ROY.

LOUIS, par la grace de Dieu, Roi de France & de Navarre: A nos amés & féaux Conſeillers les gens tenant nos Cours de Parlement, Maîtres de Requêtes ordinaires de notre Hôtel, grand Conſeil, Prevôt de Paris, Baillifs, Sénéchaux, leurs Lieutenans Civils, & autres nos Juſticiers qu'il apartiendra, Salut.

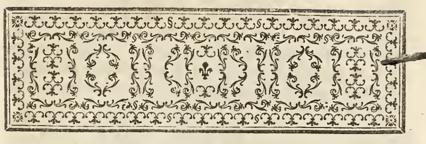
Notre Académie Royale des Sciences nous a très-humblement fait expoſer, que depuis qu'il nous a plû lui donner par un Réglement nouveau de nouvelles marques de notre affection, elle s'eſt apliquée avec plus de ſoin à cultiver les Sciences qui ſont l'objet de ſes exercices; en ſorte qu'outre les Ouvrages qu'elle a déja donnés au Public, elle ſeroit en état d'en produire encore d'autres, s'il nous plaiſoit lui accorder de nouvelles Lettres de Privileges, attendu que celles que Nous lui avons accordées en date du ſixiéme Avril 1699, n'ayant point eu de tems limité, ont été déclarées nulles par un Arrêt de notre Conſeil d'Etat du treiziéme Août 1713. celles de 1704, & celles de 1717. étant auſſi expirées. Et déſirant donner à notredite Académie en Corps & en particulier, & à chacun de ceux qui la compoſent, toutes les facilités & les moyens qui peuvent contribuer à rendre leurs travaux utiles au Public: Nous avons permis & permettons par ces Préſentes à notredite Académie de faire imprimer, vendre ou débiter dans tous les Lieux de notre obéïſſance, par tel Imprimeur ou Libraire qu'elle voudra choiſir, en telle forme, marge, caractere, & autant de fois que bon leur ſemblera, toutes les recherches ou Obſervations journalieres, & Relations annuelles de tout ce qui aura été fait dans notre Académie Royale des Sciences; comme auſſi les Ouvrages, Mémoires ou Traités de chacun des Particuliers qui la compoſent, & généralement tout ce que notredite Académie jugera à propos de faire paroître, après avoir fait examiner leſdits Ouvrages, & jugé qu'ils ſont dignes de l'Impreſſion. Et ce pendant le tems & eſpace de ſix années conſécutives, à compter du jour de la date deſdites Préſentes. Faiſons défenſes à toutes ſortes de Perſonnes de quelque qualité & condition qu'elles ſoient d'en introduire d'impreſſions étrangeres dans aucun lieu de notre obéïſſance, comme auſſi à tous Imprimeurs, Libraires, & autres, d'imprimer, faire imprimer, vendre, faire vendre, débiter, ni contrefaire leſd. Ouvrages ci-deſſus ſpécifiés,

en tout ni en partie, ni d'en faire aucuns Extraits, ſous quelque prétexte que ce ſoit d'augmentation ou correction, changement de titre, même en feuillets ſéparés, ou autrement ſans la permiſſion expreſſe & par écrit de notre Académie, ou de ceux qui auront droit d'elle, ou ſes ayans cauſes; à peine de confiſcation des Exemplaires contrefaits, de dix mille livres d'amende contre chacun des contrevenans, dont un tiers à Nous, un tiers à l'Hôtel-Dieu de Paris, l'autre tiers au dénonciateur, & de tous dépens, dommages & interêts; à la charge que ces Préſentes ſeront enrégiſtrées tout au long ſur le Regiſtre de la Communauté des Imprimeurs & Libraires de Paris dans trois mois de la date d'icelles; que l'impreſſion deſdits Ouvrages ſera faite dans notre Royaume & non ailleurs, & que notre Académie ſe conformera en tout aux Réglemens de la Librairie, & notamment à celui du 10. Avril 1723. & qu'avant de les expoſer en vente les Manuſcrits ou Imprimés qui auront ſervi de copie à l'impreſſion deſd. Ouvrages, ſeront remis dans le même état avec les approbations & certificats ès mains de notre très-cher & féal Chevalier Garde des Sceaux de France le ſieur Chauvelin, & qu'il en ſera enſuite remis deux exemplaires de chacun dans notre Bibliothéque Publique, un dans celle de notre Château du Louvre, & un dans celle de notre très-cher & féal Chevalier Garde des Sceaux de France le ſieur Chauvelin; le tout à peine de nullité des Préſentes: du contenu deſquelles Nous mandons & enjoignons faire joüir notred. Académie, ou ceux qui auront droit d'elle ou ſes ayans cauſes, pleinement & paiſiblement ſans ſouffrir qu'il leur ſoit fait aucun trouble ou empêchement. Voulons que la copie deſd. Préſentes qui ſera imprimée tout au long au commencement ou à la fin deſd. Ouvrages, ſoit tenuë pour dûëment ſignifiée, & qu'aux copies collationnées, par l'un de nos amés & féaux Conſeillers & Sécrétaires, foi ſoit ajoûtée comme à l'original. Commandons au premier notre Huiſſier ou Sergent de faire pour l'exécution d'icelles, tous actes requis & néceſſaires. Car tel eſt notre plaiſir.

Donné à Paris le 21. jour de Janvier l'an de grace mil ſept cens trente quatre, & de notre régne le dix-neuviéme. Par le Roi en ſon Conſeil.

SAINSON.

Contrôlé.



PRÉFACE.



EPUIS que j'eus le bonheur il y a environ deux ans de posseder à la campagne mes trois amis Ariste, Théodore & Eugene, à qui je dois les Entretiens suivans, il ne m'a pas été possible de les rassembler, & je n'ai même pû recevoir des nouvelles que d'Eugene. Les deux autres ont entrepris différens voyages qui ont interrompu un commerce que je ne pouvois pas manquer de cultiver avec soin. C'est ce qui m'oblige de soumettre au jugement de l'ACADEMIE la Piéce que j'avois déja eu l'honneur de lui présenter en 1731 ; & j'y joins seulement cette Préface, qui en contiendra une espéce d'extrait, avec la confirmation de divers Articles. * Si j'avois pû avoir le consentement de Théodore, j'eusse retranché, ou au moins abrégé différentes choses du premier Entretien, qui tendent à prouver que les attractions de M. Newton bien loin d'être contraires à la Philosophie de M. Descartes, en sont plûtôt le suplément & la perfection ; en ce qu'elles peuvent apartenir aussi-bien au

* Laissant à part la fiction dont l'Auteur étoit obligé de se servir pour ne pas se faire connoître, on sçaura qu'il lui étoit bien permis de faire valoir le droit qu'il pouvoit avoir au Prix, mais qu'il ne pouvoit s'en acquerir de nouveau, parce que l'Académie lui avoit fait l'honneur de le compter au nombre de ses Membres vers la fin de 1731.

Méchanifme que les loix du mouvement avec lefquelles elles n'ont rien d'incompatible,& dont au contraire elles occafionnent fouvent l'exercice. Toutes ces diverfes loix ne peuvent en effet que fe compliquer entr'elles; les unes ne font point une infraction aux autres. L'abfence de Théodore m'a empêché de rien changer: mais au refte, plus j'ai examiné le fond des trois Entretiens, plus je me fuis confirmé dans la penfée où j'étois, qu'il n'eft pas poffible d'expliquer autrement l'obliquité du cours des Planetes. Il m'eft permis de parler de la forte, & mes trois amis le pourroient faire auffi; puifqu'ils n'ont rien avancé & que je n'ai auffi rien écrit, que fur la foi des démonftrations, & qu'après y avoir été comme forcé par le degré d'évidence, dont ces matières font fufceptibles. Mais ce n'eft pas malheureufement affez pour qu'un ouvrage foit bon, qu'il ne contienne que des vérités démontrées, autant qu'elles puiffent l'être; il faut encore que ces vérités foient expliquées avec clarté, & qu'elles foient mifes dans une certaine difpofition qui leur eft prefque toujours néceffaire, pour fraper l'efprit des Lecteurs. Sur cela, je dois me charger fans difficulté de toute la faute, & déclarer que les trois Entretiens que je préfente, ne peuvent pas manquer d'avoir perdu beaucoup de leur prix, en paffant entre mes mains. Tout ce qui me raffure, c'eft que fi la vérité expofée avec peu d'adreffe, tombe quelquefois dans l'obfcurité; ce n'eft pas devant un Tribunal auffi éclairé que celui qui doit prononcer dans cette rencontre.

I.

J'ai dit que fi j'avois cru le pouvoir faire pendant l'abfence de Théodore, j'euffe abrégé l'endroit du premier Entretien, dans lequel il s'agit des attractions. Ce n'eft pas que je ne croye que les raifonnemens de Théodore

ne ſoient aſſés fondés : Car il me paroît qu'il faut ſuivre néceſſairement la voye qu'il indique, pour découvrir toutes les loix de la Nature. M. Deſcartes vouloit qu'on fermât les yeux, qu'on rentrât en ſoi-même, & qu'en éxaminant dans le ſilence des ſens extérieurs les propriétés de la matiere ou de l'étenduë, on tâchât de deviner comment les choſes ont été faites. Mais on ne peut point aprendre de cètte ſorte ſi l'ETRE SUPREME s'eſt contenté d'établir une ſeule loi, cette loi par exemple, que tous les corps doivent ſe mouvoir en ligne droite, ou s'il a jugé à propos d'en établir pluſieurs, qui doivent ſe combiner avec celle-ci.

Ce n'eſt nullement ici le cas en effèt où nous puiſſions en ſaiſiſſant les choſes dans leur origine, en juger *à priori*. Lorſqu'on ſuit la methode de M. Deſcartes, c'eſt comme ſi on vouloit ſe mettre à la place du Créateur, & ſe charger de la commiſſion trop téméraire pour nous de chercher dans la région des poſſibles les diſpoſitions qui étoient les plus convenables. Mais, en vérité, ne ſent-on pas qu'une pareille entrepriſe eſt infiniment au-deſſus de nos forces, & qu'elle demande une étenduë de lumieres que nous n'avons pas, & que nous ne pouvons avoir ? Il eſt certain que le Tout dont la Nature nous offre le ſpectacle, n'eſt pas moins marqué au coin de l'intelligence infinie qui l'a ſi ſagement diſpoſé, qu'il l'eſt au coin de la puiſſance ſans borne qui l'a tiré du néant. M. Deſcartes, à qui d'ailleurs toutes les ſciences ont tant d'obligations, le reſtaurateur ou plûtôt l'inſtituteur de la Phyſique, le Promoteur des Mathématiques, celui pour tout dire qui a perfectionné le plus dans ces derniers tems le grand art de penſer, étoit preſque tenté de croire qu'il ne lui manquoit que du pouvoir, pour ſe trouver en état de nous fournir un Monde comme le nôtre ; mais quelle préſomption, & qu'il manquoit d'autres choſes au grand Deſcartes comme à nous tous ! Reconnoiſſons donc que nous devons ſuivre

une route directement opofée à celle que nous prefcrivoit ce Philofophe. Nous devons confiderer l'Univers par parties, ou le décompofer, pour ainfi dire ; afin de diminuer les difficultés de l'examen, & de fimplifier nos expériences. Nous réüffirons au moins de cette forte à trouver des vérités d'induction, fi nous ne fommes pas affez heureux pour remonter jufqu'aux vraies caufes. Il faut pour tout cela faire ufage de fes fens, il faut ouvrir les yeux, faire une grande attention aux phénomenes: & fi l'on parvient à démontrer qu'il y en ait un feul qu'on ne puiffe expliquer par les loix du mouvement, il faudra alors recourir néceffairement à quelque autre principe qui trouvera également fa force comme les autres dans la volonté de l'Ordonnateur ou de l'Inftituteur de toutes chofes.

Mais fi cet article du premier Entretien ne laiffe pas d'être exact, on peut le regarder d'un autre côté comme formant une digreffion un peu longue; & nous fommes perfuadés que Théodore, malgré fon zéle pour la Philofophie Angloife en conviendroit maintenant ; d'autant plus que dans tout le refte on ne fait pas grand ufage des attractions. On avoit néanmoins de bonnes raifons pour ne pas fuprimer entierement cet endroit, fupofé qu'on eut pris le parti d'y toucher. Tout le monde s'accordoit alors en France à tenir le même langage fur le chapitre de la Phyfique Cartéfienne: On entendoit retentir par tout qu'il ne falloit que du mouvement & de l'etendue diverfement configurée, pour produire cette admirable variété que nous voyons dans la Nature. Le Livre de M. de Maupertuis, qui a raport à cette matière & qui a pour titre, *Difcours fur la figure des Aftres*, ne parut qu'en 1733, plus d'un an & demi après qu'on eut préfenté à l'Académie les trois Entretiens fuivans, lefquels perdirent entre les mains des Juges & de M. de Maupertuis même une priorité de date qu'ils avoient. Il n'étoit donc pas hors de faifon d'expofer une partie

des raisons qu'on avoit de soupçonner que les principes reçus comme uniques, n'étoient pas absolument exclusifs. On vouloit au moins insinuer que c'étoit avec quelque sorte de peine qu'on se renfermoit dans des moyens d'explication qui, peut-être, n'étoient pas suffisans. Maintenant que cet Ouvrage est destiné à suivre le même sort que plusieurs autres qui lui sont certainement fort supérieurs, nous avons crû que nous lui donnerions quelque utilité, en saisissant l'occasion qu'il nous offre, de comparer un systême à l'autre, & d'aider les Lecteurs à faire un choix. C'est ce qui nous a invité à ne rien retrancher dans cette seconde Edition : Nous avons au contraire ajoûté considerablement ; tantôt en approfondissant davantage la nature des attractions, tantôt en tâchant de mesurer la juste étenduë du Méchanisme ordinaire. Mais nous avons mis le plus souvent nos additions sous la simple forme de remarques, afin de moins troubler nos trois Philosophes dans leur conversation.

Après cette exposition des différens principes de Physique, dont on pouvoit faire usage & sur lesquels il étoit bon au moins de proposer ses doutes, on passe à l'examen du fond de la question. On prouve d'abord contre le sentiment particulier de plusieurs Cartésiens que les inclinaisons dont il s'agit ne sont pas causées par la matiere du tourbillon ou par le fluide qui se trouve resserré entre les Planetes, lorsqu'elles passent vis-à-vis les unes des autres, & qui les pousse chacune de leur côté par l'effort qu'il fait pour s'étendre. Cette cause, comme on le démontre, ne peut que faire varier un peu les inclinaisons, les faire tantôt augmenter & tantôt diminuer ; mais ne peut pas les avoir produites, ni les avoir portées au point où elles sont.

L'obliquité des orbites ne peut pas venir non plus de la figure irréguliere de la Planete, qui, frapée obliquement se détourne selon une certaine ligne. Suposé que la Planete, au lieu d'être exactement sphérique, soit

un ſphéroïde oblong ou aplati, & que ſa ſituation dépende abſolument du choc du fluïde, elle ne pourra ...affecter une, que lorſque la direction de l'impulſion paſſera par ſon centre de gravité ou de maſſe. Ainſi elle préſentera naturellement au choc ou un de ſes poles ou ſon équateur; & il ne faudra nullement, comme quelques-uns l'ont fait, la comparer à un bateau qui eſt ſujet à quelque déviation dans ſa route. Le Navire n'embraſſe une direction oblique que parce qu'il eſt expoſé en même-tems à l'action de deux fluides dont les impulſions doivent ſe mettre en équilibre: Au lieu que s'il n'étoit livré qu'à la ſeule action d'un courant, il cederoit bien-tôt à la force exterieure qui agiroit contre lui; il iroit de compagnie avec toutes les parties du fluide qui l'environneroient, il en prendroit toute la viteſſe & il conſerveroit la derniere ſituation dans laquelle il ſe ſeroit trouvé. C'eſt auſſi ce qu'on infere ici à l'égard des mouvemens céleſtes, après avoir fait pluſieurs réfléxions ſur les divers changemens que peuvent recevoir leurs directions. On inſiſte principalement ſur la maniere de connoître ſi ces changemens ſont cauſés par un fluide trop reſſerré qui pouſſe en dehors, ou par les attractions qui tendent à tout raprocher. Ces diſcuſſions ſont de la plus grande importance pour l'Aſtronomie Phyſique & pour la Phyſique même; puiſqu'elles éclairent mieux que toutes les autres le Phyſicien qui n'a point encore pris de parti. On regarde enfin comme démontré que ſi les Planetes ſont entraînées par un fluïde, elles en ſuivent toûjours à très-peu près la direction, & que s'il étoit poſſible qu'elles s'en écartaſſent d'un côté ou d'autre, elles y ſeroient bien-tôt ſenſiblement ramenées, par le choc latéral auquel elles ſeroient expoſées.

II.

Tout cela ſemble confirmer le ſentiment qu'on tâche d'établir dans le ſecond Entretien. On peut, en ſuivant

l'Hypothese des Tourbillons du fameux Descartes, embrasser deux différentes opinions sur l'obliquité du cours des Planetes, & du mouvement des couches à peu près Sphériques, dont les tourbillons sont formés. Ou bien dans le commencement des choses, toutes les parties de chaque tourbillon circuloient exactement dans le même sens, & elles ont ensuite un peu changé de chemin : ou bien toutes les parties de matière, mûës par une premiere impression, suivoient d'abord une infinité de diverses routes ; mais après s'être choquées une infinité de fois, elles ont pris des directions moins obliques les unes par raport aux autres ; & si elles ne s'accordent pas encore à se mouvoir sensiblement dans le même sens, c'est parce qu'elles n'ont pas eu tout le tems de s'y assujettir. Les choses, selon ces deux opinions, partent de deux points bien différens, pour venir à l'état d'obliquité où nous les voyons; elles partent ou du plus exact parallelisme ou de la plus grande diversité de directions.

Mais il me paroît que le premier sentiment n'est pas soutenable. Si toute la matière du tourbillon s'étoit mûë d'abord dans le même sens, rien ensuite ne l'auroit pû faire changer de chemin, & on verroit encore toutes les Planetes circuler aujourd'hui dans le plan de l'écliptique, & tourner toutes aussi sur leur propre centre éxactement dans le même sens. Il est vrai que lorsque les Planetes se trouveroient héliocentriquement en conjonction, il arriveroit quelque changement dans leurs cours par la réaction du fluide qui se trouveroit resserré entre deux : mais le changement ne seroit que passager, & seroit sujet à une alternative continuelle ; à peu près comme celui des 20 minutes qu'on observe dans la plus grande latitude de la Lune.

Nous devons ajoûter encore cette nouvelle considération, que si les Planetes pouvoient être détournées de leurs directions, le Soleil qui occupe le centre du tourbillon, devroit au moins toujours faire ses circulations

ſur ſon propre centre dans le même ſens; & ce ſeroit auſſi la même choſe de chaque Planete conſidérée par raport au petit tourbillon qui l'envelope. Notre petit tourbillon, par exemple, doit circuler vers ſes extrêmités à peu près dans le ſens de l'écliptique, c'eſt ce que nous ſçavons par le mouvement de la Lune : au lieu que nous voyons que notre Terre fait ſes révolutions journalieres ſelon une direction qui différe de 23 deg. 28½ min. de l'écliptique. Or peut-on imaginer quelque cauſe, qui ait pû faire tourner la Terre ſur ſon centre dans un ſens ſi éloigné de celui que ſuit toute la matiere éthérée qui nous environne ? Supoſons même que la direction des couches ſupérieures de notre petit tourbillon ait été un peu changée par quelque agent extérieur; ſupoſons qu'elle ait été alterée de cinq ou ſix degrés : la Terre devroit toujours faire ſes révolutions ſur ſon propre centre dans le même ſens, ou n'auroit tout au plus changé de directions, que de quelques degrés. En effet ſi une boule tourne ſur ſon centre, pendant qu'un fluide tourne autour d'elle préciſement dans le même ſens; il eſt certain que ſi l'on cauſe quelque changement dans le cours du fluide, ce changement ne ſe communiquera qu'en partie à la boule & que la boule n'en recevra jamais de plus grand.

Ainſi bien loin de croire que toutes les parties de matiere, aient été mûës dans le commencement des choſes préciſément dans le même ſens, & qu'elles aient enſuite perdu cette conformité de directions; nous devons aſſurer au contraire, & nous devons regarder cela comme démontré, que les parties d'éther ont été portées de différens côtés par la premiere impreſſion qu'elles ont reçûës; & que ſi nous voyons que preſque toutes les Planetes ſuivent encore dans leur circulation annuelle autour du Soleil, & dans leur révolution particuliere ſur leur propre centre, des directions fort différentes, c'eſt par un reſte de cette confuſion ou de ce déſordre dans lequel étoit d'abord toute la matiere.

C'eſt

C'eſt auſſi ce qui s'accorde parfaitement avec la Tradition des Egyptiens que Hérodote nous a conſervée, que l'équateur de notre Terre étoit autrefois perpendiculaire à l'écliptique. Cependant, nous diſons ſimplement que notre ſentiment eſt comme démontré: Car outre que les choſes de Phyſique ne ſont pas ſuſceptibles comme celles de Géometrie, de démonſtrations rigoureuſes, nous ſommes encore très-perſuadés qu'on ne doit rien avancer qu'avec beaucoup de reſerve, lorſqu'on entreprend de pénétrer dans le ſecret de l'origine des choſes. Nous voudrions bien ne pas tomber dans le défaut qu'on eſt ſi fort en droit de reprocher à M. Deſcartes. Mais enfin ſi les tourbillons n'ont point été formés de la maniere dont nous le diſons: il eſt toûjours très-certain que tout eſt actuellement diſpoſé, comme ſi la matiere avoit d'abord été mûë ſelon une infinité de divers ſens. Les parties qui forment chaque couche ſphérique, ont dû s'obliger aiſément par le choc à ſuivre exactement le même chemin; c'eſt pourquoi toutes ces parties ont décrit preſque dès le commencement, des cercles exactement paralleles. Mais il eſt évident que les couches n'ont pas pû aſſujettir de la même maniere leurs voiſines à prendre la même direction: Car elles ne peuvent agir que très-peu les unes ſur les autres; elles ne peuvent agir que par voye de friction, & que parce qu'il y a toujours entr'elles, malgré l'extrême fluidité de l'éther, quelque eſpéce d'engrainement. Ainſi, quoique le mouvement des unes influë toûjours un peu ſur le mouvement des autres, & que leurs directions deviennent continuellement plus conformes, il n'eſt point étonnant que nous remarquions encore aujourd'hui une grande obliquité dans tous les mouvemens céleſtes.

Ce que nous diſons ici ſe trouve confirmé, autant qu'il puiſſe l'être, par l'état où nous voyons les choſes. Il eſt certain que la grandeur de l'action des couches d'un tourbillon les unes ſur les autres, dépend du plus

ou du moins de viteſſe de ces couches ; & auſſi ſçavons-nous qu'il y a une plus grande conformité de directions, dans tous les tourbillons particuliers où il y a plus de mouvement. Nous pouvons juger, par exemple, par la grande viteſſe avec laquelle tourne Jupiter ſur ſon centre, & par la promptitude de la circulation de ſes ſatellites, que les couches ſphériques dont le tourbillon particulier qui environne cette Planete, eſt formé, ont dû agir avec une grande force les unes ſur les autres, & mettre une prompte conformité entre leurs directions. C'eſt ce qui eſt cauſe qu'il ſe trouve moins d'obliquité dans Jupiter que dans toutes les autres Planetes, entre l'équateur ſelon lequel ſe font les révolutions journalieres, & l'Orbite ſelon laquelle ſe font les circulations annuelles autour du Soleil.

Si nous examinons maintenant le petit tourbillon particulier qui environne la Terre, & que nous faſſions attention qu'il tourne avec beaucoup moins de viteſſe, nous reconnoîtrons que l'action des couches les unes ſur les autres, doit être beaucoup plus foible, & qu'elle a dû travailler par conſéquent avec moins d'efficacité à détruire l'obliquité des directions. C'eſt ce qui s'accorde encore avec l'expérience : Car la Terre en tournant ſur ſon propre centre, & les couches d'éther qui nous environnent, ſuivent des routes fort différentes. Enfin, ſi nous conſiderons que le tourbillon particulier de Vénus doit tourner avec une extrême lenteur, puiſque Vénus qui n'eſt pas plus groſſe que la Terre, employe cependant 23 ou 24 fois plus de temps à faire une révolution ſur ſon centre, nous conclurrons que les couches ſphériques dont ce tourbillon eſt formé, doivent agir encore beaucoup moins les unes ſur les autres ; & auſſi ſçait-on par les Obſervations de M. Bianchini, que l'équateur de cette Planete fait encore un angle extrêmement grand, un angle d'environ 75 degrés, avec le plan de ſon Orbite.

Ce feroit un problême très-important à réfoudre pour l'Aftronomie Phyfique Cartéfienne, mais qui eft d'une difcuffion trop longue pour être traité avec la derniere exactitude dans une Préface ; que de chercher par quels degrés les directions des couches dont un tourbillon eft formé, doivent s'aprocher les unes des autres. Au lieu de confidérer des furfaces fphériques, nous nous contenterons d'examiner ici en paffant des furfaces planes, que nous fuppoferons gliffer de côté les unes fur les autres ; & nous chercherons les changemens qui doivent arriver à leurs directions par le frotement. Soient donc deux plans horifontaux mis l'un fur l'autre, & qui fe touchent immédiatement dans tous leurs points, & que l'un fe meuve felon la direction horifontale A B, & de la quantité A B, pendant que l'autre fe meut felon la direction horifontale AC de la quantité AC égale à A B. (*figure* 1.)

Comme ces deux plans ne font pas cenfés fe toucher par des furfaces parfaitement Mathématiques, ils feront fujets à une friction réciproque & continuelle, & il eft évident que le point A de l'un & le point A de l'autre, en fe rencontrant en A, fe heurteront avec la viteffe refpective BC ; puifque ces deux points s'éloignent l'un de l'autre de la quantité BC, pendant qu'ils parcourent les efpaces AB & AC. En effet, les deux plans ont déja quelque conformité dans leurs mouvemens : ils s'accordent à avancer felon A D ; & on peut dire qu'ils ne fe meuvent point l'un par raport à l'autre felon cette détermination. Mais ce n'eft pas la même chofe du mouvement latéral, de l'un felon D B, & de l'autre felon D C : Ces deux mouvemens font contraires, & il eft clair que les points des deux plans doivent fe heurter avec la viteffe B C, fomme des deux viteffes latérales D B & D C. Or cet efpéce de choc qui fe fait ainfi entre les points des deux plans, doit faire diminuer leur viteffe refpective, & doit toujours la faire diminuer

d'une quantité proportionnelle, pourvû qu'il ne se fasse par le frotement aucun changement dans les petites inégalités des deux surfaces. C'est-à-dire donc, qu'après que la vitesse respective B C sera diminuée, par exemple, d'une dixiéme partie B*b* d'un côté, & d'une dixiéme partie C*c* de l'autre, la nouvelle vitesse respective b c qui sera plus petite, diminuera également dans un tems égal de deux de ses dixiémes parties. Ainsi on voit évidemment, que lorsque les directions A B & A C se changent continuellement en d'autres A*b* & A*c*, les détours successifs ne sont point égaux; mais qu'ils sont continuellement proportionnels à la vitesse respective. Il suit delà que les lignes D B, D*b*, &c. qu'on peut prendre pour les tangentes de la moitié des angles B A D de l'obliquité des directions, diminuent en progression Géométrique, ou diminuent en même raison que les Ordonnées de la ligne courbe, qu'on nomme logistique ou logarithmique.

Mais il n'a point encore été question jusques à présent de la vitesse absoluë avec laquelle les deux plans glissent l'un sur l'autre. Il me paroît que cette vitesse n'aporte aucune différence dans l'action particuliere de chaque point contre chaque point. Car que A B & A C soient deux fois plus grandes ou deux fois plus petites; la soutendante B C sera aussi deux fois plus grande ou deux fois plus petite, de même que les petits détours B*b* & C*c*; mais les angles B A *b* & C A *c* seront toujours les mêmes. Cependant l'action devient plus grande ou plus petite; mais c'est simplement parce qu'il y a dans un tems égal un plus grand ou un moindre nombre de points qui se heurtent ou qui se froissent: de sorte qu'eu égard à tout, les détours B*h* & C*c*, causés dans chaque instant par la friction totale, sont proportionnels aux produits des vitesses absoluës A B ou A C, par les tangentes D B de la moitié des angles B A D de l'obliquité des directions. Ainsi, si nous nommons *a* la

ligne conſtante A D, x la ligne variable D B, & dx ſes diminutions momentanées B b, t les temps pendant leſquels ſe font les changemens de directions, & dt les parties infiniment petites de ces temps, nous aurons $x\sqrt{a^2+x^2}$ ($= BD \times AD = BD \times \sqrt{\overline{AE}^2 + \overline{DB}^2}$) pour le produit qui eſt continuellement proportionel à la petite diminution dx que reçoit ſans ceſſe x; & nous pourrons faire cette analogie, la conſtante a ou plûtôt a^2 (afin d'obſerver l'Homogenéïté) eſt à dt, comme $x\sqrt{a^2+x^2}$ eſt à dx: ce qui donne $dt \times x\sqrt{a^2+x^2} = a^2dx$, & $dt = \frac{a^2dx}{x\sqrt{a^2+x^2}}$. Or cette équation différentielle appartient à l'Hyperbole équilatere comparée à ſon ſecond axe, & ſi l'on veut pour la facilité des applications qu'on en voudra faire, la transformer en une équation logarithmique, on n'a qu'à prendre une nouvelle inconnue s, & ſuppoſer qu'elle eſt telle que $x = \frac{2\sqrt{2} \times a^2 s}{2s^2 - a^2}$, ou que $s = \sqrt{\frac{1}{2}} \times \frac{a^2 + a\sqrt{a^2+x^2}}{x}$. On trouvera effectivement, en introduiſant $\frac{2\sqrt{2}a^2s}{2s^2-a^2}$ à la place de x, & $\frac{4\sqrt{2}a^2s^2ds + 2\sqrt{2}a^4ds}{\overline{2s^2 - a^2}^2}$ à la place de dx, cette autre équation $dt = \frac{ads}{s}$; & on aura par conſéquent $t = \text{L}\, s$; ou ſi l'on rétablit x, on aura $t = \text{L}\sqrt{\frac{1}{2}} \times \frac{a^2 + a\sqrt{a^2+x^2}}{x}$, ou à cauſe de la nature des logarithmes, $t = \text{L}\,\frac{a^2 + a\sqrt{a^2+x^2}}{x} - \frac{1}{2}\text{L}\,2$.

Cette derniere équation qui nous aprend que les tems t que les directious A B & A C mettent à changer de ſituation, ſont proportionnels aux logarithmes de $\frac{a^2 + a\sqrt{a^2+x^2}}{x}$ moins une quantité conſtante b, nous indique en même tems une propriété fort ſimple & fort

remarquable. Car si du point A comme centre, & de l'intervalle AD, on décrit le demi-cercle LDM, & qu'après avoir prolongé BA jusqu'en M, on tire au point M une tangente MN au cercle, & qu'on la conduise jusqu'à la rencontre de BC prolongée en N, on aura MN pour la valeur de $\frac{a^2+a\sqrt{a^2+x^2}}{x}$; puisque la ressemblance des triangles rectangles ADB & NMB, donne cette proportion, $BD = x : AD = a :: MB = MA + AB = a + \sqrt{a^2+x^2} : MN = \frac{a^2+a\sqrt{a^2+x^2}}{x}$. Ainsi les temps t, qui sont proportionels aux logarithmes de $\frac{a^2+a\sqrt{a^2+x^2}}{x}$ moins le logarithme constant b, sont aussi proportionels aux logarithmes de MN moins la moitié du logarithme de 2. Il est évident d'un autre côté que MN est la tangente du complement du quart de l'obliquité des directions AB, & AC; Car l'angle MAN est le complement de l'angle ANM, qui est la moitié de l'angle BNM, & ce dernier angle est égal à l'angle BAD de la demie obliquité. On voit donc qu'il n'y a qu'à prendre les log. tang. compl. du quart de l'obliquité des directions, & en retrancher la moitié du log. de 2, ou un nombre constant 1505150; & que les restes seront proportionnels aux tems t; & par conséquent les différences de ces restes, ou les différences mêmes des log. tang. seront proportionnelles aux différences ou aux parties de tems, correspondantes.

Si l'on veut maintenant appliquer cette premiere ébauche de Théorie à quelque tourbillon particulier, comme par exemple, à celui de la Terre, on acquerra au moins quelque notion de la lenteur avec laquelle toutes les couches d'éther travaillent mutuellement à mettre de la conformité dans leurs directions. Si l'on considére les couches les plus éloignées de nous, & celles qui en sont les plus proches, on trouvera une obliquité d'environ

23 deg. 28½ min. & on pourra ſuppoſer que cette obliquité diminuë maintenant d'environ une minute par ſiécle. Or ſi l'on veut trouver après cela combien l'équateur de notre Terre auroit dû employer de tems, pour paſſer de l'état de perpendicularité qu'il avoit autrefois par raport à l'écliptique, ſelon les Egyptiens, à l'état où il eſt à préſent, nous n'avons qu'à faire cette analogie; la différence 3115. des log. tang. compl. des quarts de 23 deg. 29 min. & de 23 deg. 28 min. eſt à un ſiécle, comme la différence 6051225 des log. tang. compl. des quarts de 90 deg. & de 23 deg. 29 min. eſt à environ 1942 ſiécles ou à 194 mille ans; & telle ſeroit donc le tems écoulé depuis l'époque dont parle Hérodote. Mais comme cette durée eſt beaucoup trop longue, pour s'accorder avec ce que nous ſçavons d'ailleurs, on peut ſoupçonner que l'équateur n'a jamais été perpendiculaire, ni preſque perpendiculaire à l'écliptique : De ſorte que la Tradition des Egyptiens ne peut être vraye qu'en cela; que dans le commencement des choſes, l'angle que formoient ces deux cercles, étoit beaucoup plus grand.

On peut chercher de la même maniere combien il faut de tems pour que l'obliquité diminuë d'une certaine quantité, pour qu'elle ſe réduiſe, par exemple, à 20 degrés juſtes. Il n'y aura ſimplement qu'à faire cette analogie; 3115 eſt à un ſiécle, comme la différence 701500 des log. tang. compl. des quarts de 23 deg. 29. min. & de 20 deg. eſt à 225 ſiécles & un cinquiéme; de ſorte qu'il faut environ 22520 ans, pour que l'inclinaiſon de l'équateur par rapport à l'écliptique, ne ſe trouve plus que de 20 degr. On voit par la lenteur de la diminution qu'il faudroit une ſuite étonnante de ſiécles, pour faire diſparoître toute l'obliquité : mais en faiſant un peu plus d'attention à la nature du Problême, on s'aperçoit que l'obliquité ne doit jamais ſe détruire

entierement, & que les directions des couches ne peuvent devenir que sensiblement paralleles.

Si nous passons des tourbillons particuliers au grand tourbillon qui les renferme tous, & qui a le Soleil pour centre, nous pourrons faire aussi à peu près les mêmes remarques; & si nous trouvons qu'il y a beaucoup plus de conformité entre ses directions, il nous sera facile de reconnoître que cela vient de la rapidité du mouvement, & de ce que les couches par leurs plus grandes actions se sont assujetties beaucoup plutôt à se mouvoir à peu près dans le même sens. On remarque encore des effets de cette action dans le progrès des nœuds, & peut-être aussi dans le changement d'inclinaison des Planetes. Enfin toutes les Parties s'acheminent sans cesse, mais avec lenteur, vers cet état d'uniformité, ou si l'on veut, de perfection, dans lequel tous les mouvemens s'accompliroient dans le même sens. L'écliptique même, ou la route que trace la Terre, ne doit joüir d'aucune exception particuliere; & il est constant que comme elle est plus éloignée du chemin commun, elle doit être aussi plus exposée à l'action des couches d'éther, qui sont au-dessus & au-dessous. Ce n'est en effet que par un reste de Péripatétisme qu'on a pû s'imaginer que l'écliptique devoit être absolument immobile, pendant que les Orbites de toutes les Planetes changent continuellement de place. Par une prévention à peu près semblable, quelques Auteurs ont crû que si l'écliptique changeoit de situation, il devoit le faire sur les deux points des équinoxes: au lieu qu'on fait voir que ce doit être sur des points très-différens; sur des points situés vers le commencemenr de *Gemini* & d'*Arcitenens*.

Il nous reste à répondre à une objection tirée du mouvement des Cometes, qui paroissent s'éloigner souvent par l'obliquité de leurs cours, de la direction que doit avoir la matiere Celeste; & nous sommes d'autant plus obligés

obligés de satisfaire à cette difficulté, qu'elle a été comme attachée * au sujet du Prix, par M. Cassini, un des plus illustres Membres de l'Académie des Sciences. M[illegible] ce même Académicien a lui-même fourni la meilleure des réponses, en montrant & en prouvant que la grande obliquité, par raport à l'écliptique, qu'on observe dans l'Orbite des Cometes, n'est souvent qu'apparente, & qu'elle vient du mouvement de la Terre, qui doit même quelquefois nous faire paroître les Cometes rétrogrades, de même que les Planetes supérieures. C'est ce que nous avons aussi trouvé en rapellant au calcul un assez grand nombre d'Observations.

* Dans l'Assemblée publique d'après Pâques de 1730.

Il se peut faire outre cela que quelques Cometes, au lieu d'apartenir à notre tourbillon Solaire, apartiennent à quelques tourbillons voisins, & dans ce cas elles doivent suivre le cours de ces tourbillons, qui peut différer considérablement du cours du nôtre. Il n'y a pas lieu de croire que les tourbillons soient exactement sphériques ; ils peuvent être fort applatis vers les poles: Car nous ne voyons rien qui puisse empêcher de leur apliquer la plus grande partie des remarques que fait M. de Maupertuis dans son ingénieux Discours sur la figure des Astres. Or si les tourbillons ont la forme d'une espéce de meule, par la grande force centrifuge qu'ils ont dans leur équateur; une Comete qui nous paroît à quelque distance de l'écliptique, peut fort bien n'être pas fort éloignée de nous, & circuler cependant dans un autre tourbillon. Elle peut être, ou une Planete principale, ou un Satellite d'une Planete principale; & être par conséquent sujette aux mêmes loix dans ce tourbillon que toutes nos Planetes dans le nôtre. Il me paroît qu'on ne peut rien répondre de plus en faveur de la cause Cartésienne: mais pour dire ingénument la vérité, nous ne connoissons aucune Comete qui confirme cette derniere partie de la réponse. Toutes celles qu'on a observées & dont on a déterminé exactement le mouvement, tournent constamment la

C

concavité de leur route vers le Soleil, & elles sont assujetties à la même gravitation vers cet Astre que les Pla-[illegible] Qu'il y ait un très-grand nombre de Cometes qui paroissent retrogrades quoi qu'elles soient effectivement directes, c'est ce qui est incontestable. Mais il suffit pour que l'objection ait toute sa force qu'une seule de ces Planetes vagabondes vienne traverser dans un sens tout oposé la Région des Planetes ordinaires. Nous ne disons ceci qu'en attendant que nous nous expliquions dans la suite d'une maniere plus précise. *

* [illegible] les Remarques à la fin du premier Entretien, num. (7)

III.

Nous voici enfin parvenus au troisiéme Entretien, dont il ne nous reste plus qu'à faire un court extrait. Cet Entretien est destiné à l'explication de différentes choses particulieres & détachées. Il s'agit d'abord de la précession des équinoxes qu'on veut ici attribuer à l'action des couches les uns sur les autres de notre petit tourbillon; action qui se transmet à la fin jusqu'à notre globe. On montre à cette occasion que la Terre en tournant autour du Soleil de même que les autres Planetes, tend par elle-même à conserver un exact parallelisme dans la situation de son axe & de son équateur: De sorte qu'on prétend que ces especes de vis * qu'a imaginé M. Descartes, pour donner aux Planetes une situation constante, sont absolument inutiles. Ce n'est pas de l'immobilité dont il est difficile d'assigner la cause; il falloit plutôt chercher celle du mouvement, lorsqu'il y en a. La Lune nous presente toûjours la même face, en faisant sa révolution pendant un mois. C'est ce Phénomène & les autres qui y ont raport qui demandent de bonnes explications.

* La matiere canelée.

Ce qu'on dit à ce sujet, peut recevoir un nouveau degré de confirmation par quelques expériences très-simples. Si l'on prend une assiéte parfaitement ronde,

& qui ne soit point godronnée, & qu'après l'avoir renversée, on la soûtienne sur la pointe d'une aiguille, on pourra en la portant ainsi, se promener dans la chambre, faire plusieurs tours, aller & revenir; & on verra avec quelque espéce d'étonnement que l'assiete malgré tous ces mouvemens, aura conservé sa premiere situation; ce qu'on reconnoîtra à quelque marque qu'on aura faite. Pour rendre l'expérience encore plus conforme à ce qui se passe dans le Ciel, on n'a qu'à faire floter dans un vase rempli d'eau, un corps parfaitement rond, comme une boule de bois dont on aura poli la surface; & il sera facile de remarquer, lorsqu'on transportera le vase, que la boule affecte toujours la même situation, & qu'elle ne reçoit qu'avec difficulté les mouvemens irréguliers du vase, par l'entremise de l'eau. Or tout cela fait toucher au doigt cette vérité importante, & cependant méconnuë des Cartésiens, que notre transport continuel autour du Soleil, ne doit point empêcher la Terre de conserver exactement le parallelisme de son axe. Ainsi c'est l'éther qui nous environne, qui peut seul produire le leger changement de situations que nous observons: Mais comme l'éther est incomparablement plus fluide que l'eau du vase dont nous venons de parler, les mouvemens de ses couches n'influent presque point les uns sur les autres; & c'est ce qui fait que la situation ne change gueres.

On insiste aussi sur la dépendance sécrete qu'il y a entre la précession des équinoxes & le retardement des nœuds de la Lune; & on explique les changemens que reçoit l'inclinaison de cette petite Planete. Mais nous nous contenterons de rendre compte de la remarque qui finit cet Entretien, parce qu'elle nous paroît mériter une attention particuliere. Eugene, après avoir parlé des latitudes de la Lune, entreprend de marquer les effets que doivent produire les changemens de latitude sur la vitesse de ce Satellite de la Terre. Il présume qu'outre les

augmentations de viteſſe qu'on remarque proche des Syzygies, & que Tycho a obſervé le premier, on doit trouver encore une grande augmentation, lorſque la Planete a peu de latitude; parce qu'elle paſſe alors dans l'endroit de notre tourbillon le plus étroit, & où elle doit recevoir le plus de mouvement de la matiere éthe-rée qui la tranſporte autour de la Terre.

Cette remarque eſt ſi conforme aux principes de la plus ſure Méchanique appliquée à l'hypothéſe des tourbillons, que nous ne pouvons pas la regarder comme une penſée abſolument hazardée : Mais ce qui nous perſuade encore plus qu'elle ne doit point être mépriſée des Aſtronomes, c'eſt qu'en r'éxaminant depuis le même ſujet, nous avons eu le plaiſir de voir qu'il ſe paſſe quelque choſe de ſemblable dans les conjonctions des Planetes principales, qui doivent toujours agir un peu les unes ſur les autres par leur rencontre, & qui ne le font cependant d'une maniere ſenſible, que lorſqu'elles ſe trouvent en conjonction proche de leurs nœuds mutuels, ou proche de l'interſection réciproque de leurs Orbites. Qu'on rejette ou qu'on admette l'explication, le fait demande à être vérifié : Nous ne ſçaurions trop recevoir de ces ſortes d'avis dont l'éclairciſſement ne peut produire qu'une plus grande lumiere.

Saturne pouſſe aſſez loin l'irrégularité dans ſes mouvemens, pour qu'on pût ſoupçonner, il y a quelque temps qu'il avoit perdu de ſa viteſſe par la ſuite de ſes révolutions. C'eſt ce qui réſultoit, ce ſemble, des obſervations faites vers le milieu du dernier ſiécle par le Pere Riccioli & par Hévélius, depuis 1642. juſqu'en 1671. Le mouvement de cette Planete a enſuite augmenté juſqu'au commencement de ce ſiécle, après lequel il a diminué de rechef. Ce changement a paru ne ſuivre aucune régle, & ne peut point être attribué aux conjonctions en général, leſquelles ont lieu dans toutes les révolutions. Mais trouveroit-on la vraye cauſe de l'irrégu-

larité dont il s'agit, en distinguant entre les conjonctions, celles qui se font proche des nœuds mutuels? Toutes les fois que des Planetes, telles que Jupiter & Saturne, qui sont environnées de tourbillons particuliers fort étendus, passent vis-à-vis les uns des autres, elles rétrecissent le passage de la matiere étherée du grand tourbillon qui les transporte autour du Soleil, & cette matiere qui ne peut pas manquer de se mouvoir avec plus de vitesse, doit en communiquer aux Planetes, qui se trouveront ensuite pendant long-temps un peu plus avancées.

Il faut remarquer que cet effet, supposé qu'il dépende de la cause qu'on lui assigne, ne doit devenir assez grand pour être sensible, que lorsque les deux Planetes se trouvent en conjonction proche de leur nœud mutuel; parce que c'est alors que se trouvant l'une exactement au-dessus de l'autre, le passage de la matiere étherée est plus considérablement rétreci. Ainsi, si en comparant les observations de 1671. avec celles de 1700. & de 1701, Saturne paroît être allé un peu plus vîte; nous en avons la cause dans sa conjonction avec Jupiter, qui s'est faite en 1683, fort proche du nœud mutuel de ces deux Planetes, qui se trouve au septiéme degré du Signe du Lion. Une autre conjonctiou s'étant faite encore assez proche de ce même nœud en 1742, elle a dû produire le même effet; la vitesse de Saturne a dû s'en trouver un peu augmentée.

Ces explications au surplus fussent-elles beaucoup plus plausibles, n'en excluent pas d'autres d'un genre tout différent. Il faudroit avoir un plus grand nombre d'Observations sur le changement de vitesse de Saturne, il faudroit mieux connoître la marche de cette variation, pour sçavoir si elle est favorable à un systême ou si elle n'y est pas contraire. Tant qu'on ignore la loi que suit un effet, on ne peut remonter que difficilement jusqu'à sa cause; & si cet effet se prête également à toutes les hypothéses, il ne met nullement le Physicien en état de

se décider. C'est un motif qui nous invite à consulter encore mieux le Ciel, en l'observant avec plus de soins, par des regards plus attentifs. Enfin, quoique nous n'ayons affirmé que les seules choses que nous avons crû démontrées & que nous n'ayons parlé des autres que d'une maniere douteuse, nous attendrons néanmoins que l'ACADEMIE ROYALE DES SCIENCES ait prononcé, pour sçavoir ce que nous devons penser nous mêmes de tout ce que nous venons de soumettre à son Jugement.





ENTRETIENS SUR LA CAUSE DE L'INCLINAISON DES ORBITES DES PLANETES.

PREMIER ENTRETIEN.

Après avoir fait une digreſſion ſur la nature des attractions, on montre qu'elles ne ſont pas propres à réſoudre la Queſtion propoſée par l'Académie, & on fait voir que les explications qu'en ont donné quelques Cartéſiens, ne ſont pas plus ſuffiſantes. On prouve enſuite que l'hypotheſe des tourbillons étant admiſe, les Planetes ſe meuvent autour du Soleil préciſément dans le même ſens que le Fluide qui les entraîne.



IL y avoit déja quelques jours que Théodore, Ariſte & Eugene étoient chez moi à la campagne où ils ſe délaſſoient des embarras de la Ville, lorſque nous aprîmes par une Lettre de Paris que l'Académie Royale des Sciences propoſoit pour ſujet du Prix qu'elle

doit diſtribuer en 1732 *, d'expliquer pourquoi les Planetes ne ſe meuvent pas préciſément dans le même ſens, en faiſant leur révolution autour du Soleil. Nous joüiſ-[illegible] un grand loiſir ; nous n'avions rien de mieux à faire ; & comme je ſçavois que mes trois amis s'entretenoient volontiers des choſes de Phyſique, je ne laiſſai point échaper cette occaſion de les jetter ſur une matiere qui me fait à moi-même beaucoup de plaiſir, quoique je ne la poſſéde que bien peu. Théodore, par la lecture des Ouvrages de Képler & de ceux de Newton, ce grand Géometre dont la mémoire vivra toujours, eſt devenu Partiſan zélé des attractions : Il admire ſans ceſſe cette heureuſe convenance qui fait qu'il ſuffit de les ſupoſer, pour pouvoir expliquer ſans peine les Phénomenes les plus difficiles. Ariſte & Eugene ſont Cartéſiens ; le premier l'eſt rigoureuſement ; mais le ſecond plus libre dans ſes ſentimens, s'éloigne ſouvent de ceux de Deſcartes. Il prétend ſeulement avec ce Philoſophe que rien ne s'éxecute dans l'Univers matériel que par la configuration des corps, & que par leur mouvement. Au reſte, je pourrois ajoûter que ces trois Meſſieurs ſont d'une parfaite probité ; & que s'ils cultivent l'homme Sçavant, ils cultivent encore beaucoup plus l'homme Moral.

* On écri-[illegible]it ceci [illegible] le c[illegible]nt de 1731. La fin des trois Entretiens avoit pour dat[illegible]e 12. Juillet de la même année.

Je leur demandai, ſi ce ſeroit un Sectateur de Deſcartes ou de Newton, qui réſoudroit la queſtion propoſée par l'Académie. Un des Cartéſiens, je ne me ſouviens pas lequel, répondit que l'Académie s'étoit déja aſſez expliquée ſur les attractions ; & que quoiqu'elle ſentît parfaitement toute la beauté de la Philoſophie que déſormais on peut appeller Angloiſe, elle ne reconnoiſ[illegible]oit cependant dans la Phyſique que les ſeules cauſes Méchaniques. Il n'en fallut pas davantage pour exciter tout le zéle de Théodore, qui trouva extraordinaire que les Cartéſiens, après avoir éprouvé une infinité de fois l'inſuffiſance ou l'infécondité de leurs principes, refuſaſſent

ſaſſent encore d'admettre les attractions, & de les regarder comme une loi de la Nature. Vous ne faites pas attention, dit-il, que ce n'eſt pas renoncer au méchaniſme que d'avoir recours à un nouveau principe, lorſqu'il le faut abſolument ; c'eſt reconnoître ſeulement que le Méchaniſme contient plus de différentes loix qu'on ne l'a crû juſqu'ici. Or, vos tourbillons ne s'accordent point avec les différentes circonſtances du mouvement des Aſtres : Vous n'avez rien dit de plauſible ſur la peſanteur des Graves ; vous ne réüſſiſſez pas mieux à expliquer certaines propriétés de la lumiere ; vous ne .... Rien ne prouve mieux qu'outre les régles ordinaires de la Méchanique, il y en a quelqu'autre dans la Nature que vous ne connoiſſez pas, & qui fait cependant partie du Méchaniſme.

Les deux Cartéſiens vouloient interrompre notre Partiſan des attractions ; mais ce dernier continua. Je vois bien, ajoûta-t-il, que vous voulez m'objecter que c'eſt revenir aux vertus ou facultés occultes qui ont regné ſi long-tems dans l'Ecole, & qu'on en a enfin proſcrites. Mais remarquez que chaque faculté ou chaque vertu n'étoit imaginée que pour rendre raiſon d'un effet particulier, & qu'outre cela on la regardoit comme une eſpéce de ſubſtance qui exiſtoit indépendamment & à part de la choſe qu'elle affectoit. Mais les attractions telles qu'elles ſont ſupoſées par les Anglois, ou telles qu'elles doivent l'être, ne ſont pas faites pour n'expliquer qu'un ſeul Phénomene : leur uſage eſt preſque auſſi étendu que celui du mouvement. C'eſt déja beaucoup qu'on puiſſe dévoiler par leur moyen la cauſe de toutes les particularités qu'on obſerve dans le mouvement des corps céleſtes ; juſques à rendre raiſon des moindres inégalités & les ſoumettre à un calcul exact. Mais ce n'eſt pas là tout ce qui nous parle en faveur de la gravitation univerſelle : elle nous fournit l'explication du flux & du reflux de la Mer dont il eſt ſi difficile d'aſſigner la cauſe

par toute autre voye ; elle nous ſert encore à expliquer la reflexion & la refraction de la lumiere qui ne renferment pas de moindres difficultés. Nous pouvons d'ailleurs, pourſuivit Theodore en regardant Eugene, aſſurer que nos explications ne ſont pas fondées ſur un principe purement hypothétique, comme le ſont tant d'autres qu'on ſe contente de rendre ingenieuſes, & dans leſquelles on ne conſidére les faits qu'en gros, en fermant les yeux ſur la plûpart de leurs circonſtances. Nos explications ſe ſoutiennent juſques dans les derniers détails ; le principe ſatisfait à tout, & on peut prévoir à coup ſûr en l'admettant, une infinité de phénomenes particuliers que l'expérience ou l'obſervation ne manque jamais enſuite de confirmer. Peut-être même y a-t-il encore pluſieurs effets qu'on ne rapporte pas ordinairement à l'attraction, leſquels néanmoins en dépendent.

M. Newton a crû découvrir que dans les très-petites diſtances, l'attraction ne ſuivoit pas exactement la raiſon inverſe du quarré des diſtances ; qu'elle ſuivoit une raiſon qui croiſſoit par de plus grands degrés, lorſque la proximité augmentoit. Cette modificarion faite au principe le rend propre à expliquer les ſécrétions animales, l'introduction des ſucs & leur circulation dans les Plantes, la dureté & l'élaſticité des corps, leur moleſſe, leur cohéſion, les prodiges étonnans des opérations chimiques: c'eſt ce que quelques Newtoniens ont fait voir avec aſſez de ſuccès. Il eſt vrai qu'on leur a reproché qu'ils créoient au beſoin de nouvelles loix ; au lieu de s'attacher inviolablement à celle qui leur avoit été indiquée par les Phénomenes les plus ſimples de la chûte des Graves & du mouvement régulier des Planetes. Mais de même que les grains de matiere qui entrent dans la compoſition des corps n'ont pas tous originairement la même figure, & qu'ils doivent ſe réduire à un nombre déterminé d'eſpeces primordiales, puiſque nous voyons, par exemple, que le nombre des métaux eſt invariable, on eſt tout

auſſi autoriſé à penſer que les plus petites molécules ne ſont pas toutes doüées préciſément de la même force, & que l'action dont elles ſont capables ne diminue pas dans toutes ſelon le raport inverſe des quarrés des diſtances. Quelques unes de ces parties agiſſent ſelon la raiſon inverſe des cubes, quelques autres n'agiſſent point du tout, elles n'ont que de l'inertie en partage ; & peut-être qu'il y en a quelques-unes qui n'ont pas même d'inertie, & qui ſont préciſément dans l'état ſimple où elles furent créées. Elles ſont abſolument indifférentes au mouvement ou au repos ; elles cédent ſans réſiſtance aux plus petits efforts, qu'elles peuvent néanmoins tranſmettre en certains cas : mais ſujettes à être tranſportées, elles ne ſe meuvent jamais qu'autant qu'elles ſont actuellement pouſſées, & elles s'arrêtent auſſi-tôt que la cauſe extérieure qui les preſſoit ceſſe d'agir ; parce qu'elles n'ont, pour ainſi dire, jamais de mouvement intrinſéque ou acquis.

On ne doit pas, je le repéte, ajoûta Theodore, faire plus de difficulté d'admettre toutes ces différences que vous n'en faites de recourir à l'inſtitution de parties primordiales ou d'élemens qui conſervent conſtamment la même figure, pour conſtituer certains corps. L'infraction que vous faites au pur Méchaniſme eſt encore bien plus grande, lorſque vous recourez, comme cela eſt abſolument néceſſaire à la préformation des germes, pour expliquer la production des Plantes, & la génération des animaux. Vous ne retirerez pas moins d'avantage des parties hétérogenes ou diverſement affectées que je vous propoſe ; leur mêlange fera varier infiniment les effets : Si dans la conſtitution d'un mixte, certaines parties dominent, la loi que ſuit leur action dominera auſſi *. Ainſi, vous aurez dans cette diverſité de molécules une reſſource utile pour remedier à la trop grande limitation de la Phyſique Cartéſienne.

* Voyez les Remarques, num. (2)

Ariſte, principalement ne pouvoit goûter les propo-

ſitions trop hazardées de Théodore. Il me paroît, lui dit-il, qu'en introduiſant cette multitude de loix, vous faites perdre au Méchaniſme toute ſa ſimplicité & toute ſa beauté. Vous renoncez à l'avantage qui eſt toujours ſi propre à nous marquer l'habileté de l'Ouvrier, de faire joüer une grande machine par un petit nombre de reſſorts. N'eſt-il pas de la dignité de la Nature, que peu de cauſes produiſent une infinité de différens effets? Je ne ſçai même ſi vous n'inſinuez pas par votre conduite, quoique ſans doute contre votre intention, que l'Auteur de toutes choſes n'a pû trouver de moyens plus ſimples pour achever ſon ouvrage, & qu'il a été réduit à employer tous ces expédiens, faute d'autre dénoüement plus ſimple.

Il faut diſtinguer, reprit Théodore, deux choſes bien différentes dans l'aſſemblage des loix ou des principes qui conſtituent le Méchaniſme : Il faut remarquer d'abord l'infaillibilité ou la promptitude qui vient de dehors & avec laquelle s'execute chaque loi de Phyſique ; il faut conſidérer en ſecond lieu l'étendue de la loi, les différentes circonſtances dans leſquelles elle peut s'exercer. Il ne manque rien à l'infaillibilité ou à la promptitude, la puiſſance de l'Inſtituteur ne le permet pas ; la loi doit avoir tout ſon effet dans tous les cas auxquels elle s'étend, & ſon exécution ne peut ſouffrir aucun délai : Mais c'eſt toute autre choſe de la fécondité ou de la multitude de ſes divers uſages. Chaque loi eſt limitée à cet égard ; ſa limitation vient de ſa nature ou de ſon propre fond, il eſt de ſon eſſence d'être bornée ; la loi ne peut avoir d'exercice que dans les ſeules circonſtances pour leſquelles elle a été inſtituée ; & il eſt auſſi abſurde d'en exiger davantage lorſqu'elle a une fois été établie, que de vouloir conduire d'un point à un autre une ligne plus courte que la ligne droite. Nous ne devons donc pas craindre d'avancer, malgré le voile de religion dont ſe couvrent les Cartéſiens, pourvû d'ailleurs que nous en ayons de bonnes preuves, que les moyens qu'ils propoſent

ſont trop ſimples, non-ſeulement pour produire un ouvrage auſſi compoſé que l'Univers, mais même pour le conſerver, ou pour procurer cette viciſſitude de ſituations qui en changent continuellement le ſpectacle. C'eſt la faute de ces Philoſophes s'ils ſe chargent de faire les choſes à trop peu de frais, ou s'ils n'employent pas aſſez de reſſorts ou de principes. Ne devroient-ils pas penſer que la ſimplicité des moyens portée trop loin, ne peut pas manquer d'être ſtérile ?

Mais qu'on joigne aux loix ordinaires du mouvement, le principe de la gravitation univerſelle, chaque partie de matiere ſera enſuite diſtinguée non-ſeulement par ſa figure & par le mouvement qu'elle aura déja acquis ; elle le ſera encore par le degré de force avec lequel elle tendra à s'aprocher de tous les corps vers leſquels elle péſe ou *gravite*. Les grains de matiere qui n'ont que du mouvement vont inutilement en fraper d'autres ; & plus ils ont de viteſſe, plus ils ſont propres à cauſer de dérangement. Auſſi-tôt au contraire que chaque molécule ſe trouve ſollicitée par une force toûjours agiſſante, quoique foible, qui la dirige & qui la fait chercher, pour ainſi dire, les autres parties auxquelles elle doit s'attacher, l'accroiſſement & le développement ne peuvent plus être regardés comme une production du hazard ou de la rencontre fortuite des corpuſcules. Les anciennes parties contribuent à l'introduction des nouvelles ; & d'autres peuvent encore venir ſe joindre & trouveront entrée, pourvû qu'elles ayent du rapport avec les premieres & que leur action réciproque ſoit propre à les faire s'arranger. Dès lors on commence à découvrir comment un corps organiſé peut devenir plus grand & conſerver toujours à peu près ſa forme, ſans rien perdre de ſon organiſation. Comment une certaine quantité d'eau, de feuilles & de fruits, introduite dans l'eſtomac d'un Elephant, peut par le dévelopement de ſes parties & par l'ébranlement qu'elles ſe communiquent en ſe

rencontrant avec force, contribuer ou suffire au renouvellement, pour ainsi dire, de tout l'animal, & soutenir dans le même degré sa chaleur interieure pendant 20 ou 30 ans; quoique les alimens dont l'Elephant se nourrit, n'en eussent aucune de sensible.

Les grands amas de corpuscules, comme ceux qui composent le Soleil ou la Terre, doivent être capables d'autres effets : ils agiront avec force dans l'éloignement; leur action dépendra de leur grande masse, & d'autres circonstances, comme du genre des parties élémentaires dont ils seront formés*. Si nous entreprenions d'exprimer leur force, nous ne pourrions pas le faire d'une maniere concise, à cause de la multitude & de l'hétérogénéïté de ces mêmes parties qui sont chacune capable d'une action distincte & qui reconnoissent peut-être des loix différentes. Mais la Nature n'est point arrêtée par le peu d'élégance de nos formules ou de nos expressions algébriques; & ses opérations n'en sont ni moins promptes ni moins infaillibles. Il suffit enfin de déclarer que la force *attirante* ou *mouvante* dont nous parlons n'est autre chose que la volonté même de l'Auteur de la Nature, pour prévenir l'erreur où l'on pourroit tomber de confondre les attractions avec les qualités péripatéciennes. J'ajouterai encore que l'obscurité qu'on croit y voir n'est qu'apparente, & qu'elle vient presque toujours de ce qu'on veut les expliquer par les loix du mouvement. L'entreprise n'est pas plus légitime que si l'on prétendoit déduire les loix du mouvement de celles des attractions. Les loix de la Nature sont paralleles : Ce sont des sources qui mêlent souvent leurs eaux; mais qui sont elles mêmes séparées, & au-delà desquelles on ne doit point aller en Physique; de même qu'en Géometrie, on ne remonte point au-delà des axiomes, & qu'on ne les explique point les uns par les autres.

* Voyez les Remarques, num. (2)

Au surplus, continua Théodore, les loix du mouvement ne sont-elles pas elles-mêmes aussi sujettes à quel-

que difficulté, lorſqu'on les conſidére d'une certaine façon ? N'eſt-il pas ſurprenant, par exemple, qu'un corps pouſſé en même temps ſelon deux différentes directions, embraſſe toûjours ſur le champ, & avant qu'on s'en ſoit aperçû, la diagonale d'un certain parallelograme, ſans tenter jamais aucune autre voye, ni en changer pour venir enfin à cette diagonale ? Si je vous faiſois bien ſentir cette difficulté, & ſi nous l'examinions enſuite attentivement, vous verriez qu'elle tire ſon origine, de même que pluſieurs autres, de ce qu'il y a de Métaphyſique dans l'établiſſement des loix-mêmes du mouvement*; ou pour m'expliquer en d'autres termes, qu'elle vient de ce qu'on veut mal-à-propos donner une explication Phyſique d'une choſe qui n'a point de cauſe corporelle, & qui ne s'execute que par l'efficacité que l'Être ſuprême eſt Maître d'attacher aux loix qu'il établit. Il ſe trouve une pareille obſcurité dans les attractions ; mais on peut auſſi y faire la même réponſe : *Car ſi les corps s'attirent mutuellement, & s'ils s'attirent ſelon certaines regles, c'eſt parce que toute la Nature eſt obéïſſante aux loix que ſon Auteur lui impoſe ; & c'eſt auſſi par la même raiſon que les corps ſe communiquent du mouvement, lorſqu'ils ſe choquent.

* Voyez les Remarques, num. (1)

* Voyez les Rem. num. (2)

Théodore avança pluſieurs autres choſes, dont je ne puis pas aſſez me ſouvenir ; mais il nous dit enfin qu'il ſe taiſoit, & qu'il alloit nous écouter avec toute l'attention dont il étoit capable. Nous devons vous être trop obligés de cette grace, repartit Eugene, pour que nous ne nous hâtions pas d'en profiter. Vous ſupoſez toujours que les principes ordinaires de la Méchanique n'ont pas aſſez de fécondité pour pouvoir produire en ſe combinant de toutes les manieres, cette charmante variété que nous admirons dans l'Univers. Mais c'eſt ce que perſonne n'a encore prouvé, quoiqu'il fallût commencer par-là, pour ſe mettre en droit d'établir un nouveau principe : ſi l'on veut abſolument être Newtonien, qu'on le ſoit à bon

titre. * A-t-on examiné toutes les explications Cartésiennes, en a-t-on pésé exactement la valeur? Ce seroit là vous offrir une trop vaste carriere : mais faites-nous voir ici seulement, puisque l'occasion s'en présente, qu'il n'est pas possible avec les loix vulgaires du Méchanisme, d'expliquer la différente Inclinaison des Planetes. Cela bien démontré, nous commencerons à reconnoître que les régles ordinaires du mouvement ne suffisent pas, & qu'ainsi elles ne sont pas les seules de la Nature : Nous trouvant ensuite forcés d'en admettre quelques autres, il ne nous coutera rien pour vous faire plaisir, de donner la préférence aux attractions.*

* Voyez Remar- (4),

* Voyez les Rem. num. (3)

Vous faites en vérité parfaitement bien vos conditions, répondit Théodore. Je ne doute pas qu'on ne puisse donner une explication complete de plusieurs Phénomenes, en ne supposant que les loix ordinaires du mouvement; de même qu'en n'employant que quelqu'une de ces dernieres loix, on vient à bout de rendre raison de certains effets. Chaque Phénomene a sa cause; elle ne dépend quelquefois que d'un seul principe, sans qu'on puisse rien en conclure contre les autres. Mais il suffit que nous trouvions un seul effet, un seul cas, qui ne soit pas explicable par le concours des loix connuës, pour que nous soyons en droit d'assurer que la Nature nous a fait un secret de quelques autres de ses régles, dont elle sçait se servir dans l'occasion. D'ailleurs les Cartésiens mitigés comme vous, Eugene, rendent aisément raison de chaque chose prise séparément ; & cela parce qu'ils se permettent tant de différentes supositions, qu'à la fin les principes Cartésiens deviennent assez féconds, pour produire seuls l'effet qu'on veut expliquer. S'agit-il, par exemple, de tourbillons ; l'un de vous suposera la matiere éthérée plus dense vers le centre, pendant qu'un autre qui voudra donner la cause de quelqu'autre Phénomene, rendra cette matiere plus dense vers la circonference ; & un troisiéme sera encore bien reçû à

suposer

ſupoſer par tout une denſité uniforme. On ne ſçauroit trop faire d'hypothéſes, pourvû qu'on ſoit toujours prêt à les abandonner, auſſi-tôt qu'elles ſe trouvent d[illegible] ties par l'expérience. Le droit d'en faire lorſqu'on n'en abuſe pas, eſt très-utile aux progrès de la Phyſique. La premiere Remarque que fit Newton de la Gravitation univerſelle, n'étoit-ce pas une ſimple hypotheſe, quoiqu'elle ceſſât bien-tôt d'en être une, lorſque confrontée ſeverement à la lumiere des obſervations, elle acquit la certitude de la Théſe la mieux établie? Tout le monde ſçait ſur cela un trait du Philoſophe Anglois qui lui fait d'autant plus d'honneur, qu'il ne trouve guéres d'exemples. Mais il faut que vous me le pardonniez; je me le promets au moins en comptant ſur votre amitié & ſur cette ſage liberté que tous les hommes raiſonnables devroient ſe permettre: Je ne puis m'empêcher de vous comparer à une troupe d'Horlogers qui entreprendroient de faire une Pendule, mais qui y travailleroient ſéparément, ſans s'aſſujettir à la même meſure, ni aux différens raports que doivent avoir toutes ſes parties. Vous agiſſez à peu près de la même maniere: L'un explique la cauſe de la péſanteur, l'autre la cauſe de la dureté des corps; & je vous vois en train de parler de l'Inclinaiſon des Planetes: mais tout cela, ce ſont différentes parties de la Pendule qu'on ne pourra jamais raſſembler; parce qu'elles ne ſont pas faites l'une pour l'autre. Vous ſentirez avec étonnement qu'il n'y aura rien d'expliqué après avoir donné des explications de tout; & vous verrez à la fin qu'il faudra vous faire Newtoniens.

Mais pour répondre à l'invitation que vous venez de me faire, de montrer que les régles vulgaires du Méchaniſme ne ſuffiſent pas; je vais * examiner la dureté des corps. Je ſuis prêt auſſi à refuter toutes les différentes explications qu'on a données juſques à préſent de la cauſe de la peſanteur, & à vous faire voir par un dénombrement exact de tous les autres moyens qui ſont conformes

* Voyez les Rem. num. (4)

aux idées de Descartes, que ce Phénomene n'est point explicable, tant qu'on n'admet que les seuls principes de [illegible]uteur. * Si vous l'aimez mieux, je prendrai quelqu'autre point de Physique : Car il y en a plusieurs qui sont également propres à mon dessein. Voulez-vous que nous éxaminions l'excentricité des * .... ? Oh non, dirent nos deux Cartésiens : pour une pareille entreprise, il nous faudroit un plus grand loisir ; la discussion seroit longue, & vous vous souvenez que nous devons nous en retourner ce soir. Mais comment voulez-vous donc, reprit Théodore, que je réponde à la Question proposée par l'Académie ? Si je me sers des attractions sans les établir, ma Piéce ne sera point admise ; & malheureusement je ne puis réüssir à montrer que ces sortes de forces ont lieu dans la Nature, qu'en faisant différentes incursions sur toutes les parties de la Physique, afin de faire voir l'insuffisance des principes ordinaires dont la stérilité ne devient manifeste que lorsqu'on les suit un peu de près. En vérité, reprit Ariste en riant, vous ferez tout aussi-bien de renoncer de bonne grace aux honneurs du Triomphe, ou bien faites pendant quelque tems le personnage de Cartésien : Car il y a lieu de croire, & il paroît que vous en convenez, que l'Inclinaison des Planetes est un de ces Phénomenes dans lequel l'attraction n'a que peu de part. Il est cependant vrai que la supposition de ce principe vous fournit différentes choses fort ingénieuses sur le mouvement des nœuds, & sur le changement d'Inclinaison de la Lune & des autres Satellites. Mais vous ne réüssissez pas également, lorsque vous traitez de l'Inclinaison des Planetes principales. Quoiqu'il n'y ait rien de régulier ni dans ces Inclinaisons, ni dans la situation de ces nœuds, vous prétendez que toutes ces choses sont encore précisément dans le même état, que lorsqu'elles sortirent des mains du Créateur. Vous ne faites pas attention que l'extrême irrégularité qu'on y remarque, montre avec la

[illegible] les Rem. num. (6)

* Voyez [illegible]emarque n. (7)

derniere évidence que les causes secondes y ont contribué.

Je crois, interrompit Eugene, qu'on peut dire quelque chose de plus, contre l'usage que Théodore auroit peut-être envie de faire des attractions dans la Question dont il s'agit : Je crois que si les attractions avoient lieu, elles détruiroient bien-tôt toute l'Inclinaison qu'on veut expliquer. M. Newton nous assure que l'action des Planetes les unes sur les autres ; que cette force avec laquelle elles s'attirent mutuellement, ne fait naître dans la situation de leurs Orbites que quelques inégalités qu'on peut négliger *, *inæqualitates aliquæ, sed quæ ob parvitatem hîc contemni possunt.* Pour moi je vous avoüe que comme ce grand Mathématicien n'admet aucun fluide, ni aucun autre obstacle qui puisse s'opposer le moins du monde à l'effet des attractions, il me paroît qu'elles devroient avoir bien-tôt fait disparoître l'obliquité des Orbites, & obligé tout le Systême Planétaire à se mouvoir exactement dans le même sens. Il n'importe que cette force n'agisse que très-peu, aussi-tôt qu'elle agit, & qu'elle produit quelques inégalités, *inæqualitates aliquæ.* Dès-lors toutes les Planetes doivent avoir à suivre le même chemin, une espece d'inclination que rien n'est capable d'arrêter ; puisqu'elles se meuvent comme dans le vuide, & que leur tendance vers le Soleil n'est du tout point contraire au mouvement latéral, par lequel l'obliquité de leurs Orbites diminuëroit.

* Vid. Propos XIV. lib. III. secun. Edit.

Je ne conviens point de tout cela, repartit Théodore ; j'aurois même beaucoup de choses à vous répondre. L'attraction doit causer simplement des alternatives périodiques sur les Inclinaisons des Planetes. Suposé que cette Inclinaison se réduisit à rien, il s'en formeroit une autre en sens contraire par la continuation du mouvement acquis, de même qu'un pendule une fois agité ne s'arrête pas tout à coup dans le point le plus bas par l'ac-

tion de la péſanteur. A l'égard de ce qu'à objecté Ariſte ; que nous ne pouvons pas rendre raiſon de l'Inclinaiſon abſoluë ou primitive, il eſt vrai que c'eſt une difficulté dans nôtre Philoſophie. Mais cette Inclinaiſon peut avoir eu de cauſes accidentelles que nous ne ſommes point obligés de ſçavoir : Nous ignorons divers changemens qu'à peut-être reçû l'Univers avant que de parvenir à l'état actuel où il ſe trouve. Après tout, je le repéte ; nous n'admettons point de principe qui détruiſe néceſſairement les Inclinaiſons ; & c'eſt ce qui ſuffit. Si l'on peut nous accuſer de ne pas tout ſçavoir ſur cet article, on ne peut pas nous convaincre d'erreur ; la différence eſt infinie, vous le ſentez aſſez : Nous ne ſoutenons point d'hypothéſes qui ſoient contraires aux Obſervations. Mais je vois bien que vous ne voulez pas que je prétende au Prix. Je ne ſçai cependant ſi l'opinion de Deſcartes miſe dans un plus grand jour, ſera beaucoup plus propre à ſatisfaire l'Académie des Sciences ?

M. Deſcartes, reprit Ariſte, s'eſt contenté d'indiquer les principes qui peuvent ſervir à réſoudre cette queſtion, ſans l'avoir examinée d'une maniere particuliere; mais les Sectateurs de ce grand homme, comme M. Gadrois * & quelques autres, en ont donné une explication qui me paroît tout-à-fait évidente. Vous convenez avec nous de Syſtême ſur le mouvement des Planetes, entre leſquelles nous mettons la Terre : Vous êtes trop habile Aſtronome pour n'en pas convenir. Vous ſçavez que toutes les Planetes ſuſpenduës à différentes diſtances du Soleil, circulent autour de cet Aſtre en mettant plus ou moins de tems à achever leur révolution, ſelon qu'elles en ſont plus ou moins éloignées. Je me diſpenſe auſſi de prouver l'exiſtence des Tourbillons en général, & celle en particulier du Tourbillon Solaire. On voit auſſitôt qu'on renonce à toutes eſpéces de vertus ocultes, que ſi la Terre & les autres Planetes ne ſe meuvent pas en ligne droite, que ſi elles ſont leur révolution autour

* Pag. 185 & ſuiv. Syſt. du Monde.

du Soleil, ce n'eſt que parce qu'elles ſont retenuës par un fluide qui les oblige par la rapidité de ſon cours, à circuler avec lui. Chacune en effet iroit bien-tôt ſe per-dre vers les extrêmités du Monde, ſi elle n'étoit tranſportée que par ſa propre vélocité, & ſi elle n'étoit pas détournée ſans ceſſe par l'éther qui forme ce vaſte Tourbillon, qui s'étend juſques vers les Etoiles fixes, & dont le Soleil eſt le centre. * Il eſt clair outre cela que les parties de ce fluide, après avoir ſuivi différentes directions, & après s'être choquées mutuellement différentes fois, ont dû à la fin circuler toutes préciſément dans le même ſens. Ainſi, il ne reſte plus qu'à vous montrer pourquoi les Planetes ne ſuivent pas exactement le cours de la matiere céleſte ou ètherée qui les tranſporte.

* Voyez la fin de la Rema... (7)

C'eſt parce qu'elles ſe trouvent ſouvent en conjonction les unes avec les autres par raport au Soleil, & qu'alors elles retreciſſent le paſſage de la matiere éthérée; matiere qui ne peut pas être preſſée, ſans repouſſer les Planetes chacune de leur côté, ni ſans les détourner de la direction qu'elles ſuivoient.

Il me paroît, interrompit Eugene, que l'Inclinaiſon des Planetes demande abſolument une autre cauſe : Car celle-ci rendroit l'Inclinaiſon ſujette à une viciſſitude continuelle. Vous en conviendrez auſſi-tôt que vous ferez attention, que la conjonction de deux Planetes doit produire des effets tout contraires, ſelon qu'elle ſe fait en deçà ou en delà de leurs nœuds mutuels. Il eſt vrai que ſi deux Planetes ſe trouvent vis-à-vis l'une de l'autre, après avoir déja paſſé par un de leurs nœuds réciproques ou par l'interſection mutuelle de leurs Orbites, la matiere éthérée qui ſe trouvera reſſerrée entr'elles, & qui accelera un peu ſa viteſſe, les pouſſera, comme vous le dites, de part & d'autre en dehors, & tendra à augmenter leur Inclinaiſon, ou à ouvrir l'angle formé par leurs Orbites qui étoient divergentes. C'eſt ce qu'on peut voir aiſément ſur la figure que je trace (*fig.* 2) .... E & F

ſont les deux Planetes ; AB l'Orbite de la premiere ; AC celle de la ſeconde, & A le nœud mutuel que ces [illegible] ont déja paſſé. Je n'ai que faire d'obſerver que ſi une de ces deux lignes repréſente une des deux Orbites, l'autre ligne ne repréſentera pas l'autre ; mais ſimplement ſa projection, puiſque l'une des deux Orbites eſt au-deſſus de l'autre. Quoiqu'il en ſoit, la matiere ètherée qui paſſe entre les deux Planetes, & qui conformément à la régle de Képler, ſe meut moins vîte que l'inférieure, mais plus promptement que la ſupérieure, doit accelerer ſa viteſſe dans le paſſage plus étroit, & doit en pouſſant en dehors les deux Planetes, leur faire ſuivre des lignes E *b* & F*c* qui ont une plus grande Inclinaiſon, que n'en avoient les premieres AB & A C.

Remarquez que ce ſera tout le contraire, ſi les Planetes ſe trouvent en conjonction dans le voiſinage d'un de leurs nœuds mutuels A, avant que d'y être parvenuës. Car la matiere ètherée qui ſe trouvera preſſée, & qui les pouſſera encore de part & d'autre en dehors, travaillera alors à diminuer la convergence de leurs directions, ou à éloigner le point *a* (*fig.* 3.) d'interſection de ces deux lignes ; ce qui ne peut avoir lieu, ſans que leur Inclinaiſon réciproque ne diminuë. Or comme les conjonctions ſe font ſucceſſivement dans différens points du Zodiaque, il eſt conſtant que s'il y en a un certain nombre qui occaſionnent l'augmentation de l'Inclinaiſon des Orbites, parce qu'elles ſe font après la rencontre des nœuds réciproques ; il y en a préciſément le même nombre qui occaſionnent la diminution, parce quelles ſe font avant la rencontre des nœuds. Ainſi, on ne peut expliquer de cette ſorte que les legeres variations que ſouffrent vraiſemblablement les Inclinaiſons de toutes les Planetes ; mais on ne peut pas rendre raiſon de l'Inclinaiſon même.

Vous ne remarquez pas, répondit Ariſte, que l'obli-

quité dont il s'agit, a pû fort bien n'être produite, qu'après plusieurs révolutions. J'y pense, reprit aussi-tôt Eugene; car si nous prenions pour exemple les conjonctions de Saturne & de Jupiter, il me seroit facile de vous montrer que, quoique ces deux Planetes se rencontrent tous les vingt ans, elles ne se rencontrent cependant proche de leurs nœuds mutuels, qu'environ de 60 en 60. ans, après que la premiere a fait un peu plus de deux circulations, & la seconde un peu plus de cinq. Mais enfin poussez le nombre des révolutions si loin que vous le voudrez, s'il se trouve des conjonctions qui sont propres à faire augmenter l'Inclinaison, il s'en trouvera le même nombre qui seront propres à la faire diminuer; puisqu'elles se succedent toutes d'une façon reglée, & qu'il s'en fait autant avant l'intersection des Orbites, qu'il s'en fait après. Saturne & Jupiter dans ces derniers tems se sont trouvés en conjonction dans des points fort proches de leur nœud mutuel qui est dans le signe du Lion; ils s'y sont trouvés en 1563, en 1623, en 1683, & ils s'y trouveront encore en 1742 : Et dans trois ou quatre siécles, sçavoir en 1961, en 2020 & 2140, ils se joüeront autour de l'autre nœud qui est dans le signe du Verseau. Mais, je le repéte encore une fois, si entre ces conjonctions les unes étoient capables de produire l'obliquité de 1. degré 16. min. que l'Orbite de Saturne a par raport à celle de Jupiter, les autres seroient également capables de réduire à leur tour cette obliquité à rien. Cette alternative seroit déja arrivée un très-grand nombre de fois; elle seroit arrivée en dernier lieu en 1683, & elle n'eût sans doute pas échapée aux regards attentifs des Astronomes, qui observent continuellement le Ciel.

Au surplus, continua Eugene, si les conjonctions ne causent pas, comme vous le prétendiez, Ariste, cette obliquité considérable que nous remarquons dans le mouvement des Planetes, il seroit très-curieux & très-

important d'examiner ſi elles ne la rendent pas au moins un peu variable. Je me conſolerois, répondit Ariſte, ſi j'avois donné occaſion à cette découverte. Peut-être que la variation dont il s'agit, n'eſt pas aſſez grande pour être aperçûë, & qu'elle ſe refuſera toujours aux recherches des Obſervateurs les plus exacts. Mais combien n'y a-t'il pas auſſi de petites irrégularités dans le Ciel, qu'on rejette ſur le défaut des inſtrumens, & qu'on ne remarque point, parce qu'on ne s'y attend pas; au lieu qu'elles ſe manifeſteroient ſans peine, ſi nous ſçavions en faire l'objet de notre curioſité & de notre attention. Je ſuis même le plus trompé du monde ſi ceci ne pourroit pas ſervir au jugement du grand procès qui eſt entre Théodore & nous, ou plûtôt entre Newton & Deſcartes.

Nous venons de voir que lorſque les Planetes ſe rencontrent après avoir paſſé le point où leurs Orbites ſe coupent, leur obliquité réciproque doit augmenter; au lieu qu'elle doit recevoir quelque diminution, lorſque les Planetes ſe rencontrent avant que d'être parvenuës à ce point: Mais il me ſemble qu'il arriveroit tout autrement, ſi les attractions étoient une loi de la Nature, & que tous les corps y fuſſent ſujets. En effet, lorſque deux Planetes ſe rencontrent, après avoir paſſé leur nœud, & qu'elles vont en s'éloignant l'une de l'autre, leur attraction mutuelle rendroit leurs directions moins divergentes, puiſqu'elle tendroit à les rapprocher réciproquement: Et au contraire, lorſque les Planetes ne ſeroient point encore arrivées à l'interſection de leurs Orbites, la force avec laquelle elles s'attireroient mutuellement, rendroient leurs directions encore plus convergentes, & feroit par conſéquent augmenter leur Inclinaiſon. Vous voyez donc qu'auſſi-tôt que les Aſtronomes réüſſiront à apercevoir le changement de directions que reçoivent les Planetes, lorſqu'elles paſſent vis-à-vis les unes des autres proche de leur nœud; il ſera facile de reconnoître par la nature de

ce

ce changement, s'il eſt cauſé par un fluide qui accelere ſa viteſſe, & qui pouſſe de parr & d'autre en dehors lorſqu'il eſt reſſerré ; ou s'il eſt cauſé au contraire par les attractions Newtonienes, qui font que tous les corps peſent les uns ſur les autres, & tendent à s'aprocher.

Théodore qui écoutoit la converſation fort attentivement, parut approuver la remarque d'Ariſte. Apparemment, dit-il, qu'on n'a point fait attention que les variations dont il s'agit, doivent ſe faire en différens ſens dans l'un & dans l'autre Syſtême : Car on ne s'eſt point encore aviſé de remarquer quelle conſéquence on peut tirer de celles qu'on obſerve dans les Satellites de Jupiter, lorſque cette Planete ſe trouve en conjonction avec Saturne. On peut obſerver auſſi avec ſoin le mouvement des nœuds réciproques des Planetes principales : C'eſt plûtôt par ce mouvement qu'on pourra ſe décider que par le changement d'Inclinaiſon des Orbites. Car cette Inclinaiſon étant ſujette ſelon l'une & l'autre explication à augmenter & à diminuer alternativement, elle ne ſouffre pas de variations qui deviennent plus ſenſibles par la ſuite des ſiécles : Au lieu que ce n'eſt pas la même choſe de la marche des nœuds dont les degrés du mouvement s'accumulent ou s'ajoutent. Ces points retardent pour ainſi dire, continuellement dans le ſyſtême Newtonien, & c'eſt tout le contraire dans le vôtre. En effet, ſi vous ne vous trompez pas dans les Remarques que vous venez de faire ſur l'action du fluide qui remplit les vaſtes eſpaces du Ciel, les Planetes qui ont paſſé par leur nœud comme dans votre fig. 2., prennent des directions plus divergentes ; le point A d'où partent ces directions ſe raproche en a, le nœud ſe trouve donc plus avancé : Et il avance également, lorſque les Planetes s'aprochent de leur nœud mutuel, comme dans la figure 3, & que leur direction en devenant moins convergentes vont ſe rencontrer en a. Ainſi, les deux ſyſtêmes, le Newtonien & le Cartéſien de la ma-

niere dont vous repréſentez ce dernier, ſont directement opoſés ſur cet article ; ils ſupoſent des effets abſolument contraires. Selon vous, le nœud mutuel des Planetes qui ſont voiſines doit toujours par ſon progrès paſſer de A en a, au lieu que ſi l'attraction n'eſt point oiſive, ce point doit reculer de A en *a*, en allant contre l'ordre des Signes, au moins par raport au Ciel étoilé. *

* Voyez les Remarques qui ſont à la fin des deux autres Entretiens.

Mais pour revenir à la premiere cauſe de l'Inclinaiſon, je ne ſçai, continua-t-il, comment Eugene à ſon tour viendra à bout de l'expliquer : Car quand même les Planetes ſeroient quelquefois détournées de la direction du Tourbillon, elles ſeroient bien-tôt obligées d'y revenir par la rapidité extrême du cours de l'éther. M. Newton a démontré que les fluides qui ne laiſſent aucun intervalle entre les petites molécules dont ils ſont formés, ſont par leur choc une impreſſion beaucoup plus grande qu'on ne le penſe ordinairement*. Or, lorſqu'une Planete avance ſelon une direction qui differe de 4 ou 5 degrés de celle du fluide qui la tranſporte, elle eſt expoſée à une impulſion latérale capable d'un très-grand effet. Quelle puiſſance Eugene veut-il employer pour ſoûtenir la Planete contre une pareille impulſion, & l'empêcher de céder entierement au courant qui l'entraîne ?

* Voyez la Remarque, num. (5)

Ne ſoyez point ſi fort en peine de ce que je penſe, repliqua Eugene : Je ſuis de votre ſentiment en ceci ; & je vous dirai même qu'ayant eu il y a quelque tems occaſion de diſcuter toutes ces matieres, j'ai fait le calcul de l'impulſion laterale dont vous parlez, & que je l'ai trouvé trop grande, pour qu'elle ne doive pas obliger les Planetes à ſuivre exactement le cours du Tourbillon. Il ſuffiſoit de faire ce calcul pour une ſeule Planete, & je l'ai fait pour Vénus. Il tira en même tems un papier, ſur lequel il y avoit différentes ſuputations, avec une figure ſemblable à celle que je mets ici. (*fig.* 4.) Supoſons, pourſuivit-il, que A B repréſente & la direction que ſuit

la matiere étherée, & l'espace qu'elle parcourt dans un certain tems; & que A C à peu près égal à A B, soit le chemin fait par Venus dans le même tems sur la direction AC, qui différe de celle du fluide de la quantité de l'Inclinaison; c'est-à-dire, de 3 degrés 23 ou 24 minutes. Il est évident que la soustendente BC de l'angle de l'Inclinaison représentera la vitesse respective de la Planete par raport au fluide; puisque le fluide & la Planete s'éloignent l'un de l'autre de la quantité de cette soustendente, pendant qu'ils parcourent les espaces AB & AC. On trouve en résolvant le triangle BAC, que BC est environ la dix-septiéme partie de AB; de sorte que la Planete rencontre le fluide de côté avec la dix-septiéme partie de sa vitesse absoluë, ce qui produit précisément le même effet que si la Planete étoit en repos, & que la matiere étherée vint la rencontrer en sens contraire, & la pousser de C vers B, avec une pareille vitesse.

Peut-être m'objectera-t-on que la matiere étherée ne fait pas un aussi grand effort par son choc que le prétend M. Newton; & que l'impulsion qui résulte de la dix-septiéme partie de sa vitesse totale n'est pas fort considérable. Mais la réponse à cette difficulté est toute prête: Car je puis montrer qu'une vitesse qui n'est qu'environ la huitiéme partie de celle-ci, ou que la cent-quarantiéme partie de la vitesse totale produit un effet sensible. On sçait que toutes les Planetes, comme Mercure, Vénus, &c. ne font pas leurs révolutions autour du Soleil d'un mouvement uniforme; elles en augmentent depuis leur Aphélie jusqu'à leur Périhélie: mais d'où peut venir cette augmentation, si ce n'est de la plus grande rapidité qu'ont les différentes couches d'éther, dans lesquelles les Planetes passent continuellement? On n'a cependant qu'à examiner dans Vénus combien la vitesse de la matiere éthérée est plus grande vers le Périhélie que vers l'Aphélie, & on trouvera par la re-

gle de Képler, que la différence n'eſt pas de la cent-quarantiéme partie ; de ſorte que ce n'eſt tout au plus qu'avec cet excès de viteſſe, que l'éther peut agir ſur Venus, pour lui imprimer un plus grand mouvement. Or je demande, ſi lorſque l'éther choque la Planete de côté à cauſe de ſa déviation, & qu'il employe pour la faire revenir ſur A B une viteſſe huit fois plus grande, laquelle rend l'impulſion 64 fois plus forte ; (car on ſçait que les impulſions ſont comme les quarrés des viteſſes,) je demande ſi la Planete peut perſiſter à ſuivre ſa direction oblique, & ſi en partant d'un de ſes nœuds avec une Inclinaiſon de 3 ou 4 degrés, par raport au cours du Tourbillon, elle peut revenir à l'autre nœud avec cette même obliquité. Je crois donc que les Planetes ſuivent exactement le cours du fluide qui les entraîne, ſans qu'il y ait d'autre différence que ces variations dont nous avons vraiſemblablement trouvé la cauſe dans les conjonctions. Eugene vouloit encore dire quelque choſe ; mais il ſurvint de la compagnie qui dîna avec nous, & qui nous interrompit.

Fin du Premier Entretien.



REMARQUES
SUR LE PREMIER ENTRETIEN.

Sur l'Inſtitution des loix du mouvement.

(1) CE qu'on dit ici a été ſi peu reconnu, qu'on voit ſouvent les plus ſçavans Mathématiciens ſe donner la torture pour parvenir à des démonſtrations rigoureuſes des différentes vérités de Méchanique qu'il faudroit ſe contenter d'expliquer, ou de raporter à quelques autres vérités plus faciles à ſentir. Combien de fois ſans penſer qu'on prêtoit de foibles armes à la mauvaiſe cauſe de Spinoſa, n'a-t-on pas tenté, par exemple, de démontrer en rigueur les propriétés du levier ou les loix de la compoſition du mouvement ? On n'apercevoit pas que les Mathématiques pures ne ſont ſuſceptibles de démonſtrations exactes, que parce qu'elles offrent continuellement des vérités néceſſaires : Au lieu que la certitude de la plûpart des principes de Méchanique ou de Phyſique dépend de leur inſtitution ou des raiſons de convenance, ſur leſquelles ils ſont fondés. On peut montrer ſans doute que la diagonale du Parallelograme qui ſert à la compoſition des mouvemens, a un grand nombre de propriété qui la diſtinguent. Les forces ou les mouvemens contraires ſe détruiſent de part & d'autre de cette ligne, la longueur de cette diagonale repréſente la ſomme des forces qui s'accordent à agir dans le même ſens, c'eſt outre cela ſur cette diagonale que tombe le plus grand effort relatif commun ; car qu'on cherche cet effort ſur tout autre direction, il ſera toujours un peu moindre. Il ſe préſentera une infinité d'autres raiſons de préférence à la ſagacité des Mathémati-

ciens qui en feront la recherche ; & ils pourront par l'arrangement & la longue ſuite de leurs reflexions donner quelque aparence de démonſtrations à leurs raiſonnemens. Mais ces prétenduës démonſtrations n'en ſeront pas meilleures, & ſi on les regarde comme de ſimples explications, elles ſeront fort inférieures à d'autres qui ſeroient plus courtes. Outre cela, elles n'auront toujours de force qu'autant qu'on ne rejettera pas certaines ſupoſitions qu'on n'eſt pas invinciblement forcé d'admettre, & qu'on n'eſt diſpoſé à recevoir que parce que le choix fait par l'Auteur de la Nature étant l'effet de la plus parfaite lumiere, quelques rayons qui s'en détachent pour ainſi dire, percent juſqu'à nous, & nous ſont ſentir par leur impreſſion la ſageſſe du choix.

Dans les cas mêmes les plus ſimples & qui ſemblent n'admettre qu'une ſeule ſolution, nous laiſſons paſſer ſouvent ſans nous en apercevoir quelques unes de ces ſupoſitions dont nous venons de parler. Preſque tous les Philoſophes ſe trompent, ſelon toutes les aparences, ſur la cauſe du mouvement continué. Ils diſent que le mouvement eſt un état & que puiſque chaque choſe perſiſte dans ſa maniere d'être, le corps une fois mû doit continuer à ſe mouvoir. On auroit, peut-être, tout autant de droit de dire que le mouvement eſt un changement continuel d'états & qu'il faut donc une cauſe continuellement agiſſante pour le produire. Le corps exiſtoit d'abord en A, il exiſte enſuite en B, en C, &c. Peut-il paſſer ſucceſſivement de lui-même dans tous ces lieux en ſortant de ſa place à chaque inſtant ? N'eſt-il pas plus à propos de penſer, conformément à ce qu'on a dit (*pag.* 27) touchant les molécules de matiere qui ne ſont point affectées, que la force qui fait mouvoir le corps après qu'on a ceſſé de le pouſſer, lui eſt exterieure, & que cette propriété qu'il a de continuer à ſe mouvoir, il pourroit ne la pas avoir ?

Mais au lieu d'un mobile, conſidérons en deux qui

viennent ſe rencontrer en ſens directement contraires avec des maſſes & des viteſſes égales : Nous ſommes tentés de croire qu'il faut néceſſairement qu'il y ait équilibre entre ces deux corps. Ils ont des forces préciſément égales ; toutes les circonſtances ſont les mêmes de part & d'autre, ajoute-t-on ; & il eſt métaphyſiquement impoſſible que l'un l'emporte ſur l'autre. Qu'on y penſe cependant un peu : Ces deux mobiles ſont formés chacun de la même quantité de matiere, & ils parcourent en tems égaux des eſpaces de mêmes longueurs ; c'eſt tout ce que nous ſçavons avec certitude. Le tranſport eſt égal, ſi par tranſport nous entendons la maſſe multipliée par la viteſſe. A l'égard de la force, que j'y ſupoſe comme attachée, je n'en ai aucune idée diſtincte, je l'ai ſentie ſouvent ſans la mieux connoître, & aparemment que les autres Phyſiciens ſont dans le même cas que moi ; témoin la diſpute qui fit tant de bruit il y a quelques années touchant l'expreſſion qu'on devoit lui aſſigner. Tout conſidéré, nous ignorerions encore, ſi l'expérience ne nous l'avoit apris, que cette force ne dépend point du ſens dans lequel le corps ſe meut par raport à l'Univers. En effet, on entreprendroit inutilement de nous démontrer qu'il eſt géometriquement impoſſible ou qu'il impliqueroit contradiction que le mobile qui va vers l'Orient, ſurmontât toujours celui qui avance vers l'Occident, malgré leur égalité de tranſport. Il eſt vrai que tout eſt égal de part & d'autre, ſi l'on fait abſtraction des Régions du Monde : Mais l'Auteur de la Nature pouvoit faire dépendre l'action de chaque mobile non-ſeulement de la maſſe & de la viteſſe, mais encore de la ſituation de la direction ſelon laquelle ſe fait le mouvement.

Il ſuffit d'ouvrir les yeux pour ſe convaincre que la ſituation de la direction par raport aux Régions du Monde ne fait rien au choc des corps. On doit conclure de là que quant à l'Ordre général, l'établiſſement des loix du

mouvement eſt antérieur à la formation de l'Univers; & tous les Phénomenes nous confirment la même vérité. Notre globe tourne ſur ſon axe en 24. heures ; tous les corps terreſtres décrivent des cercles plus ou moins grands ſelon qu'ils ſont plus ou moins éloignés de l'axe. Mais conformément à la loi qui porte qu'une ligne courbe ne peut être décrite que par un mouvement contraint ou continuellement gêné ; tous ces corps font effort pour s'éloigner du centre de la Terre, & cet effort qui s'exerce contre la peſanteur, la rend inégale. Preuve certaine que l'Auteur de la Nature ne veut pas abſolument ou ſimplement que les corps terreſtres décrivent des cercles. Si ſa volonté ſe bornoit à cet effet, les graves n'auroient point de force centrifuge ; ils décriroient auſſi naturellement un cercle que la ligne droite : au lieu qu'ils ont une force centrifuge conſidérable ; parce que les loix du mouvement ſont conſtamment obſervées par tout, & qu'elles ſont les premieres en date, ſi on peut ſe ſervir de cette expreſſion.

Sur l'Inſtitution des loix de l'Attraction.

(2) LE Newtonien & le Cartéſien habile, ſe réüniſſent déſormais à regarder les Attractions comme un point de fait qui eſt atteſté par un ſi grand nombre de Phénomenes, qu'il n'eſt plus permis de les revoquer en doute. Mais ces Philoſophes ſe trouvent à peu près dans le même cas que les Nations qui ne pouvant parvenir au bonheur ineſtimable d'une Paix durable, ſe procurent au moins autant qu'ils peuvent, les douceurs paſſageres qu'offre une Treve mal établie. Il leur ſuffit pour cela de déclarer, les uns peut-être ſans trop le croire, & les autres ſans trop l'eſperer, que le mot d'*Attraction* de même que celui de péſanteur déſigne ſimplement un fait, en attendant qu'on en découvre la cauſe. Par le moyen de cette ſimple précaution qui réüſſit toujours, on

on peut malgré la diverſité d'interêts de Sectes, travailler enſemble comme amis à chercher des vérités d'induction, qui ſont preſque les ſeules auxquelles nous puiſſions parvenir ; on peut en un mot faire tout ce qu'il faut pour augmenter nos connoiſſances dans la Phyſique. La Philoſophie des uns eſt comme entée ſur celle des autres ; & il eſt certain que pour devenir bon Newtonien ou pour le devenir à bon droit, il faut commencer par être Cartéſien & ne ceſſer d'être pur Cartéſien qu'à la la derniere extrêmité. Malheureuſement le concert eſt actuellement un peu troublé entre eux dans nos Entretiens, quoique leur diſpute ne les occupera pas longtems. Nous profiterons de cette occaſion pour faire quelques réfléxions ſur la nature de la Gravitation univerſelle ; & nous tâcherons enſuite de ſatisfaire à quelques-unes des difficultés qu'on fait contre cette force regardée comme principe.

I.

On peut conſiderer l'Attraction comme pluſieurs autres qualités ſenſibles qui s'exercent ſelon des lignes droites. De la divergence de ces lignes qui partent d'un point, qui partent d'un grain de matiere, il naît naturellement une diminution dans la force qui doit ſuivre la raiſon inverſe du quarré de la diſtance. L'éloignement étant trois ou quatre fois plus grand, l'Attraction ſera 9 fois ou 16 fois plus petite : Mais c'eſt en ſupoſant que la force qui s'exerce ſur chaque ligne Mathématique ne reçoit aucun changement, & il eſt clair qu'elle pourroit en recevoir ; elle pourroit diminuer ſuivant un certain raport qui ſe compliqueroit avec la diminution que produit la divergence ; un raport ſe multiplieroit par l'autre. Supoſé que la Gravitation ſur chaque rayon ou ſur chaque ligne priſe mathématiquement, diminuât comme la diſtance, la Gravitation diminueroit en tout

comme le cube ; & on voit bien qu'elle pourroit par la même raifon fuivre dans fa diminution une infinité de raports, felon qu'elle diminue plus ou moins le long de chaque ligne. En général, fi x marque la diftance au grain de matiere, & que la loi que fuit la gravitation particuliere fur chaque rayon foit proportionnelle aux puiffances négatives p de x, on aura $\frac{1}{x^p}$ pour la force fur chaque ligne confidérée mathématiquement. Mais les efpéces de rayons fur lefquels s'exerce la force étant fujets à la même divergence que les rayons de lumiere, & que les lignes le long defquelles fe continuent diverfes qualités fenfibles, il faut multiplier $\frac{1}{x^p}$ par $\frac{1}{x^2}$; & on aura $\frac{1}{x^{p+2}}$ pour la force attractrice de tous les grains de matiere imaginables.

Cette expreffion de la force s'étend à une infinité de cas ; elle ne marque à notre égard que la fimple poffibilité de la chofe, fans nous rien aprendre touchant le fait ou fur l'exiftence des cas qui ont réellement été choifis. Il nous faut confulter les Phénoménes fi nous voulons découvrir combien l'Auteur de la Nature a jugé à propos d'inftituer de ces différentes loix, ou s'il n'a voulu en établir qu'une feule. Nous n'avons que cette unique route à fuivre, pour ne pas nous égarer dans le champ trop vafte que nous préfente ici par fa généralité la Géometrie ou la Métaphyfique. C'eft à l'experience feule à nous inftruire ; & encore ne fommes nous pas sûrs de ne nous pas tromper : Car toutes ces matieres font trop mêlées d'obfcurité, pour que nous puiffions rien affirmer abfolument. Pour peu néanmoins que nous faffions attention à certaines opérations de la Nature, nous jugerons que la raifon inverfe du quarré de la diftance n'eft pas la feule qui ait été adoptée, & qu'il faut au moins que plufieurs corpufcules qui entrent dans la

composition des mixtes, agissent selon la raison inverse des cubes. Qu'on joigne ensemble plusieurs grains de matiere dont l'action suit le raport inverse des quarrés, on ne trouvera pas dans cet assemblage une force suffisante pour produire ici bas une infinité de ces Phénoménes qui frapent autant les yeux des Naturalistes dans les productions de la Nature, que les mouvemens célestes propres à établir l'autre loi, frapent les yeux des Astronomes. Les deux loix ont un égal droit à être admises : Car il ne paroît pas qu'on puisse expliquer par l'une les effets que produit certainement l'autre. Messieurs Kiell & Friend se sont attachés à mettre cette proposition dans tout son jour ; & ils n'ont fait en cela que suivre les traces de M. Newton, qui avoit déja touché le même sujet à la fin de son Optique. Tous ont vû qu'il y avoit au moins des exemples bien distincts de deux loix différentes, l'une qui dépend du quarré, l'autre du cube de la distance. S'il ne s'agissoit que d'une simple diminution de force, on pourroit peut-être la procurer par la décomposition des mouvemens : Mais une progression n'est pas propre à tenir la place de l'autre ; & on ne peut pas encore une fois réüssir à multiplier la force jusqu'à la rendre comme immense dans le contact, en accumulant des parties qui agissent selon le quarré.

Il suit de là, que si on eut demandé à M. Newton, ou même aux deux autres Sçavans que nous venons de citer, l'expression générale de la force d'un corps formé de corpuscules pris au hazard, j'ai le soin de dire pris au hazard, ils n'eussent point hésité à nous donner une quantité complexe composée au moins de deux termes, pour représenter la diverse action des deux sortes de parties qu'ils reconnoissoient. L'expression eut été $\frac{m}{x^2} + \frac{n}{x^3}$ dans laquelle m désigne la multitude & en même tems l'intensité de la force des corpuscules qui agissent selon la raison inverse des quarrés, & n la multitude des au-

tres molécules. On ne peut pas employer d'autre expreſſion ; auſſi-tôt qu'on embraſſe les principes de M. Newton dans toute leur étenduë. Il ne nous l'a pas fourni lui-même, parce qu'il nous arrive tous les jours de ſçavoir une infinité de choſes ſur leſquelles nous ne nous replions pas, ou ſur leſquelles nous ne nous aviſons pas de nous interroger. Au ſurplus, on ſe feroit une vaine difficulté, ſi l'on prétendoit que l'action de chaque grain ne ſuit pas une loi ſimple ; on voit bien qu'elle en ſuit une. Ce n'eſt pas que nous euſſions rien à dire contre une expreſſion originairement complexe ; de même que nous aurions tort de mettre ſur le compte des nombres, les embarras dans leſquels nous jetteroit, par notre faute, l'uſage des chiffres Romains, ſi nous les employons dans nos calculs à la place des chiffres Arabes. Mais ce n'eſt point cela ; l'aſſemblage des corpuſcules, pour ainſi dire hétérogenes, apporte néceſſairement de la complication dans le réſultat ; & peut-être faudroit-il, ſi nous connoiſſions mieux la Nature, ajouter quelques autres termes à l'expreſſion pour la rendre complette, quoique la diverſité d'actions doive être renfermée dans des bornes très-étroites. Une régle qui eſt ſupérieure à toutes celles-là & qui ſans doute n'a pas été violée, c'eſt qu'il n'a dû entrer de différentes loix dans le Méchaniſme général qu'autant qu'elles y étoient abſolument indiſpenſables : Le nombre de toutes ces loix dépend de la variété que l'Ordonnateur de toutes choſes a voulu mettre dans ſon Ouvrage. Ainſi, nous qui n'en pouvons juger qu'*à poſteriori* & qui n'avons dans cette rencontre d'autre lumiere que celle que nous fournit l'experience, nous ne devons admettre de nouveaux principes, que lorſque nous y ſommes abſolument obligés, non pas par un fait unique dans la diſcuſſion duquel nous pourrions craindre quelque erreur, mais par une ſuite entiere de Phénomenes qui dépoſent unanimement en faveur de la même vérité.

Je n'ai que faire d'avertir qu'il ne s'agit pas ici de la dé-

compoſition de la force qui réſultera de l'action oblique des molécules les unes par raport aux autres. Cette décompoſition faite ſelon les régles ordinaires de la Méchanique, produira d'autres changemens. Nous ne conſidérons actuellement que la ſeule complication qu'introduit néceſſairement la multitude des parties hétérogenes. Dans certains mixtes le terme $\frac{m}{x^2}$ doit diſparoître ou devenir comme nul, parce que le nombre des autres parties ſera incomparablement plus grand; c'eſt ce qui donne lieu à la plûpart des merveilles qui s'operent dans le laboratoire des Chymiſtes. On trouvera d'autres corps qui ſeront formés entierement de parties dont l'action ſuit la raiſon inverſe du quarré des diſtances; ou bien leurs autres parties ſeront comme enſevelies dans les premieres, ou elles ſeront en trop petit nombre. Mais il n'eſt pas étonnant que les deux termes ayent lieu, dans l'aſſemblage de tous les mixtes, dans un amas grand comme la Terre qui en contient elle-même tant d'autres; & il n'eſt pas incroyable que l'action des deux différentes forces ſe manifeſte dans le mouvement d'une Planete voiſine comme la Lune, à l'égard de laquelle la péſanteur vers nous doit produire des effets plus marqués.

Auſſi M. Clairaut a-t-il trouvé que le premier terme de l'expreſſion ne ſuffiſoit pas & qu'il falloit néceſſairement en ajoûter un ſecond, auſſi-tôt qu'il a examiné le mouvemeut de l'Apogée & du Perigée de la Lune, avec la ſagacité qu'il aporte dans toutes ſes recherches. La Lune étant peu éloignée de la Terre, & ſes diſtances changeant conſidérablement, les deux forces ou actions particulieres doivent ſouffrir de grandes altérations; & comme elles ſuivent différens raports, leur diverſité donne lieu de les démêler. Une barriere difficile à franchir avoit empêché M. Newton de faire cette découverte ſi importante, qui bien loin de faire tort à ſa Théorie, la perfectionne au contraire. Pour ne pas entreprendre

la ſolution d'un problême embarraſſant, ce grand Homme à qui nous ne devons pas en faire de reproche, puiſque nous lui avons tant d'autres obligations, ſe contenta d'une aproximation trop peu exacte. Il jugea à propos de n'évaluer que groſſierement la force perturbatrice à laquelle la Lune eſt ſujette, cette force qui altere ſans ceſſe & la ſituation de l'Ellipſe, & l'Ellipſe même que décrit cette Planete. Faute de vérifier ou d'apercevoir que l'action du Soleil ne pouvoit pas toute la fournir, il ne pouvoit pas ſoupçonner qu'il falloit en attribuer une partie à la Terre même, dans laquelle il reconnoiſſoit néanmoins des corpuſcules qui agiſſent en raiſon inverſe triplée de l'éloignement; eſpéce d'action qui eſt propre comme il le ſçavoit encore, à faire avancer d'un pas réglé la ligne des apſides dont il étoit queſtion. On trouveroit, peut-être, encore une autre petite partie de cette force dans les corpuſcules hétérogenes de la petite Planete. Mais enfin pour trancher le mot, on ne peut pas diſculper M. Newton de toute erreur, puiſqu'il a crû que le ſecond terme de la Gravitation étoit inſenſible; au lieu que ce terme eſt conſidérable par raport à l'autre; ce qui change la loi de la Péſanteur qu'il faut au moins employer dans l'Aſtronomie Phyſique lunaire.

On pourra vraiſemblablement, en examinant avec plus de ſcrupule dans la ſuite le mouvement des autres Planetes, décider ſi la diſtribution des parties hétérogénes eſt la même dans le Soleil que dans la Terre, ou que dans Saturne ou dans Jupiter. Il ſeroit auſſi abſurde de prétendre que cette diſtribution eſt la même par tout, que ſi l'on ſoutenoit qu'elle eſt égale ici bas dans tous les mixtes. Que la Terre contienne donc trois ou quatre fois plus de parties d'une eſpéce que de l'autre, on n'en doit rien conclure à l'égard des autres corps céleſtes, ni même à l'égard de la Lune: Car le deuxiéme terme qu'il faut ajouter à l'expreſſion de la Péſanteur, apartient juſqu'à préſent par indivis aux deux Planetes, & on peut dire à peu près

la même chose du premier. Nous pouvons dire quelque chose de plus; les Cieux nous présentent une matiere qui paroît exempte d'inertie, puisqu'elle ne fait pas de résistance sensible aux mouvemens des Planetes. Une semblable matiere ne paroît pas propre à avoir une force attractrice : Car il faut une certaine sorte de réaction ou de résistance de la part des corps qui agissent en distance. Ils n'attirent que parce qu'ils sont eux-mêmes attirés, & qu'ils ne cedent à cet effort que lentement. Mais il se peut faire que toute matiere qui a de l'inertie n'agisse point dans l'éloignement ; & il suit de là que quoique la multitude des parties qui forment un corps, soit exprimée par une quantité complexe de trois termes, il n'y en aura quelquefois que deux qui contribueront à l'action dans l'éloignement. Il faudra excepter peut-être un grand nombre de parties doüées d'inertie, mais destituées d'attraction, pendant que les autres corpuscules agiront inégalement ; ce qui nous donnera la même expression que ci-devant pour l'action totale.

II.

Il ne nous reste plus qu'à examiner, comme nous l'avons promis, les difficultés qu'on fait ordinairement contre les Attractions. Je n'entreprendrai pas de répondre ici aux objections que les personnes qui ne sont nullement initiées dans ces matieres hazardent quelquefois. On a déja entendu parler en France des tentatives que je fis au Pérou à la fin de 1738 sur une Montagne continuellement couverte de neige, nommée *Chimboraço* qui est la plus haute que j'aye vûë, & peut-être la plus haute du Monde. J'invitai Messieurs de Ulloa & de la Condamine, à être témoins des Observations que je me proposois d'y faire & à y prendre part. Nous nous postames au pied de la neige, 829 toises au-dessous du sommet de la Montagne, & 2388 toises au-dessus du niveau de

la Mer. Là, un fil à plomb ſe détourna vers Chimboraço d'environ $7\frac{1}{2}''$, c'eſt-à-dire, que ſa tendance vers la Montagne ne ſe trouva guéres que d'une 27 ou 28 millieme partie de ſa tendance en bas vers la Terre. Mais ſi une ſi énorme maſſe, comme la Montagne, produiſit ſi peu d'effet, qu'on juge de celui que cauſeroit le Mont-Valerien, qui n'eſt peut-être pas la vingt milliéme partie de la maſſe dont nous reſſentions la préſence, & qu'on s'étonne enſuite que nos plus grans édifices n'agiſſent pas d'une maniere ſenſible ſur les corps qui ſont dans leur voiſinage ! Je laiſſe encore une fois ces ſortes d'éclairciſſemens, pour conſidérer les attractions d'un autre côté. Qu'elles ſoient impoſſibles, je doute que perſonne le penſe. Qu'elles ſoient inutiles, c'eſt la grande objection que répétent continuellement les Sectateurs de M. Deſcartes, & c'eſt la plus difficile à réſoudre; parce qu'il ne ſuffit pas de refuter les explications de la plûpart des Phénoménes qu'ont donné ces Philoſophes, il faut encore faire voir qu'il n'eſt pas poſſible d'en trouver de meilleures, tant qu'on ſe renferme dans les principes Cartéſiens. Nous aurons ſouvent occaſion de ſuivre cette objection & de l'examiner dans ces Remarques. On a fait enfin une troiſiéme difficulté un peu différente de la ſeconde, & c'eſt celle dont nous allons actuellement péſer la force. Les Sectateurs de M. Leibnitz en puiſant dans la Métaphyſique de leur Maître, ont prétendu montrer, non pas que la Gravitation univerſelle étoit impoſſible, mais qu'il n'y a jamais eu de raiſon de l'établir.

Ils ſoutiennent que lorſqu'on conſidére un corps, on ne voit rien qui ait raport à la viteſſe qu'il doit prendre ni à la direction qu'il doit ſuivre. Ce corps eſt placé dans le vuide : on l'examine inutilement, on ne peut décider de ſon ſort par l'effet de l'Attraction. Le problême eſt indéterminé à cet égard; il n'admet point de ſolution préciſe & certaine; & c'eſt à peu près comme s'il

s'il n'en admettoit aucune. Rien ne reglant l'Attraction, elle n'a pas dû être établie : Car pourquoi feroit-elle plûtôt d'un certain degré que d'un autre ?

Pour moi, j'avoüe ingénument que je ne fuis nullement étonné que le problême confidéré de cette forte, foit fufceptible d'une infinité de folutions. L'Attraction ne peut s'exercer que lorfqu'il y a plufieurs corps : Ainfi pour prévoir ce qui arriveroit à chacun d'entr'eux, il faut embraffer du même coup d'œil tout le fyftême ; & alors la queftion qui paroiffoit indécife, ne le fera plus. N'eft-ce pas à peu près la même chofe lorfqu'un corps en mouvement en choque un autre ? Si je ne jette la vûë que fur le corps choqué, je ne découvre rien qui puiffe lui faire prendre une nouvelle viteffe. Je vois, il eft vrai, dans l'inftant du choc un autre corps : Mais ce dernier pourroit refter pendant un fiécle entier dans la même place fans produire le moindre effet. Il faut donc que je fçache que ce dernier mobile vient de plus loin ; il faut en un mot que je n'ignore aucune des circonftances effentielles. Je ne fuis auffi obligé à rien de plus lorfque j'examine un fyftême de corps ; & que j'entreprends de marquer les effets de l'Attraction. Il n'eft pas douteux qu'il n'y aura pas d'action dans l'éloignement, fi le corps eft tout feul.

On repliquera, peut-être, que fi la direction que doivent fuivre les deux corps en s'aprochant mutuellement l'un de l'autre, eft indiquée par la ligne droite qui les joints, & que fi outre cela le changement de leur Gravitation dans tous les points de la diftance, eft foumis à une loi certaine, les degrés même de cette Gravitation ne paroiffent pas l'être ; & que les deux corps n'offrent aucune particularité qui puiffe fervir à les déterminer. On ajoutera que la diftance & la gravitation font des grandeurs abfolument hétérogènes, qu'elles n'ont point de raport entre elles qui permette de les comparer immédiatement. C'eft-à-dire, que l'une ne peut jamais

être prise pour la mesure absoluë de l'autre, quoiqu'on puisse exprimer réciproquement leurs changemens les uns par les autres, parce qu'il ne s'agit alors que de proportion. Tout cela prouve que si les deux corps étoient seuls dans la Nature, la force même de la gravitation ne seroit soumise, quant à sa quantité ou à son intensité, à aucune régle précise fondée sur les seules conditions données. Mais ce n'est plus la même chose si nous considérons l'Univers dans son état actuel, & si nous faisons attention à l'harmonie qu'il y a entre toutes ses parties. Les Planetes en circulant autour du Soleil avec une certaine vitesse, font un effort continuel pour s'éloigner de cet Astre : Les Planetes secondaires ou Lunes, font un effort semblable pour s'écarter de leur Planete principale. L'Auteur de la Nature, comme nous l'avons dit plus haut, n'anéantit point ces efforts centrifuges, mais il leur opose une force contraire, la Gravitation avec laquelle ils se mettent en équilibre. Or, c'en est assez pour que cette derniére force reconnoisse des régles qui l'empêchent d'être arbitraire. Il n'a pas fallu la rendre trop grande, pour ne pas précipiter toutes les Planetes dans le Soleil ; ni la rendre trop petite pour ne pas laisser les mêmes Planetes aller se perdre vers les extrêmités de l'Univers en suivant des lignes presque droites : il a fallu enfin que la gravitation fut précisément d'un certain degré, pour que les Orbites devinssent des Ellipses déterminées fort approchantes du cercle & parcouruës dans un certain tems. Tout ce qui résulte de là, c'est que si la Gravitation universelle constitue un principe distinct, ce principe ne tient que le second rang entre ceux de Physique : il n'est pas antérieur à la formation de l'Univers, comme le sont à certains égards les loix du mouvement ou le Méchanisme ordinaire. L'inertie est une suite ou plûtôt une dépendance nécessaire des loix du mouvement : Il n'a été permis de la méconnoître que lorsqu'on ne les a pas

bien connuës. Mais quant au principe de la Gravitation ou de la Pésanteur universelle, son infériorité est incontestable ; puisque dans une de ses premieres circonstances, ce principe dépend des dimensions des Orbites Planétaires & de la promptitude de leur révolution.

On voit clairement que c'est par une fausse application du principe *de la raison suffisante*, qu'on prétendoit proscrire la Gravitation universelle. Le principe de la raison suffisante nous paroît hors de doute. Seroit-il possible que quelque chose se fit sans cause, ou sans raison déterminante ? Le principe est donc certain. Mais en vérité, l'instrument entre nos mains est trop délicat, pour que nous soyons toujours sûrs d'en faire un bon usage. Il ne nous est pas donné de prendre un vol assez hardi, pour pouvoir, comme si nous étions au-dessus de tout, considérer les choses d'un point de vûë suffisamment élevé. Il nous faut presque toujours tenir un chemin tout oposé ; remonter le mieux que nous pouvons des effets aux causes, ou nous borner aux seules vérités d'induction.

L'Univers materiel a comme deux modules différens ou deux parametres, auxquels toutes ses particularités se raportent. Tout est déterminé aussi-tôt que les deux paramétres sont fixés ; & l'un des deux pourroit varier à l'infini, pendant que l'autre demeureroit constant ou variroit en sens contraire. En effet, un Univers semblable au nôtre pourroit n'avoir que la grosseur d'un de nos grains de sable, & il pourroit au contraire être porté à un excès de grandeur qui rendît ses grains de sable plus gros que notre Terre ou notre Soleil. Le module du tems pourroit aussi être diminué ou augmenté à l'infini ; tous les siécles, tous les mouvemens périodiques, toutes les vicissitudes s'accompliroient plus ou moins promptement, mais dans un ordre parfaitement semblable. Il ne nous reste plus qu'à ajouter, pour écarter toutes les chicanes d'une Métaphysique trop subtile, que chacun de ces Mondes dont les dimensions seroient différentes & dont

la durée des révolutions feroit auſſi plus grande ou plus petite, pourroit ſubſiſter en même tems que le nôtre. Enfin, on conſidérera que tous ces différens plans d'Univers feroient parfaitement équivalens ; puiſque l'enchaînement de tous les Phénoménes y feroit le même & les ſcènes ordonnées de la même façon. Il ne faut donc pas que le Leibnitien ſe hazarde d'appliquer ici ſon principe ; car il en tireroit une conſéquence ou fauſſe ou abſurde : il nous diroit que Dieu n'a pas créé de Monde, ou qu'il en a créé une infinité d'infinités. Je dis une infinité d'infinités, à cauſe des deux parametres dont dépend chaque ſyſtême de Mondes, entre ceux qui ſont ſemblables.

Au ſurplus, nous ne chercherons point à nous diſculper ſi dans les Remarques précédentes, de même que dans les ſuivantes, nous avons recours ſi ſouvent à la puiſſance du Créateur, quoique nous ne prétendions pas ſortir des limites étroites dans leſquelles nous avons dû nous renfermer. Lorſqu'il s'agit d'un fait particulier, on auroit tort de ne pas le raporter aux cauſes Phyſiques dont il dépend, ou à l'ordre qu'on ſçait qu'il y a entre toutes les cauſes ſecondes. C'eſt la grande élaſticité de la flamme conçûë dans un petit eſpace, qui fait, par exemple, que le boulet eſt chaſſé du canon avec tant de force, & que le boulet va fraper un mur qu'il renverſe. Tout cela doit s'expliquer par les ſeules loix du Méchaniſme étendu à tout ce qu'il comprend ; & c'eſt la même choſe, lorſque le vent déracine un arbre, ou que le Tonnere détruit un édifice ſur lequel il tombe. Mais qu'on remarque qu'il faut bien recourir à l'autorité de l'Ordonnateur de toutes choſes, lorſqu'on entreprend de fonder la Phyſique ou de penetrer juſqu'à la premiere ſource de ſes principes. La Philoſophie devient alors néceſſairement une eſpéce de Théologie : Elle le devient, auſſi-tôt qu'on eſt convaincu que les loix qui compoſent le Méchaniſme ſont effectivement

des loix, & qu'on ne donne pas dans la penſée ſi abſurde, de les regarder comme des ſuites néceſſaires des propriétés Géométriques de l'étenduë.

Des Principes de Phyſique qu'on pourroit ſubſtituer aux Attractions.

(3) QUELQUES ſolutions qu'on donne aux objections qu'on fait ordinairement contre les Attractions, on ne prouve tout au plus que la poſſibilité de ces ſortes de forces, & on ne prouve pas qu'elles ayent effectivement lieu. Ce ſont les experiences & les Phénoménes qui doivent nous apprendre le reſte. Mais il faut éviter en cela un équivoque qui fait prendre le change à bien des gens. Les Phénomenes nous indiquent la Gravitation univerſelle, mais ils ne nous l'indiquent que comme un fait que les Cartéſiens même doivent admettre. C'eſt ce qu'il faut bien remarquer. Car il ne ſuit pas de là que l'Attraction ou la gravitation univerſelle forme un principe indépendant & diſtinct, qui faſſe partie du Méchaniſme, en tenant un certain rang entre les autres loix de la Nature. Pour s'aſſurer donc d'une maniere infaillible de la vérité du principe, il faut, comme l'ont reconnu nos trois Interlocuteurs pouvoir ſe démontrer clairement à ſoi-même que la plûpart des Phénoménes ſont abſolument inexplicables par des moyens plus ſimples. Ce n'eſt qu'à ce prix, nous le repetons, qu'on peut acquerir le droit de reconnoître de nouvelles loix ; & peut-être même que M. Newton n'eſt pas allé tout à fait ſi loin. Nous voyons que dans une des Queſtions qui eſt à la fin de ſon Optique dans la 21[e]., il fait mention d'un fluide répandu par tout, qui étant plus denſe au dehors du Soleil & des Planetes qu'à leur ſurface, pourroit être la cauſe de la péſanteur. Ce grand

Homme parle auſſi de l'effort continuel que pourroient faire les parties de l'éther pour s'éloigner réciproquement les unes des autres. Supoſé néanmoins qu'on pût expliquer par ces moyens les difficultés de Phyſique qui ont embarraſſé les Cartéſiens, ce ſeroit toujours introduire de nouveaux principes dans le Méchaniſme, puiſque ceux qu'on propoſe ne naiſſent pas de la ſeule combinaiſon des loix du mouvement.

Nous devons auſſi à M. Varignon une hypotheſe fort ingénieuſe qu'il donna en *1690*, pour expliquer la péſanteur. Cette hypotheſe qui ſort un peu du Méchaniſme ordinaire, n'eſt pas d'une application aſſez heureuſe lorſqu'il s'agit des corps terreſtres. L'Auteur, dont la marche étoit ordinairement ſi sûre, ne s'eſt pas garanti de toute faute de Géométrie en diſcutant ſon ſujet. Mais ce qui nous paroît très-digne de remarque, c'eſt que ſon hypothéſe réüſſit parfaitement bien, lorſqu'on l'aplique aux Phénoménes de la Gravitation univerſelle dont nous voyons des effets continuels dans le Ciel. M. Varignon, à qui tout cet uſage ne s'eſt pas montré, ſupoſe que l'Univers eſt plein d'une infinité de corpuſcules qui ſe meuvent avec une extrême rapidité en toutes ſortes de ſens. Il n'eſt pas néceſſaire que ces corpuſcules forment un fluide, ils peuvent être détachés les uns des autres, à peu près comme la plûpart des Newtoniens, ſupoſent que les petits corpuſcules qui conſtituent les rayons de lumiere ſont iſolés. Ces corpuſcules doivent être très-petits, & ils doivent en même tems ſe mouvoir avec une extrême rapidité : car il faut que la viteſſe des Planetes ſoit comme nulle à l'égard de celle qu'ils ont. L'énorme promptitude de leur mouvement eſt cauſe qu'ils frapent une Planete de tous les côtés avec une force qui eſt la même : La viteſſe de la Planete n'ajoute rien à la grandeur de l'impulſion d'un côté, ni ne retranche rien non plus de l'impulſion du coté opoſé.

En tout cas, ſi les deux impulſions n'étoient pas par-

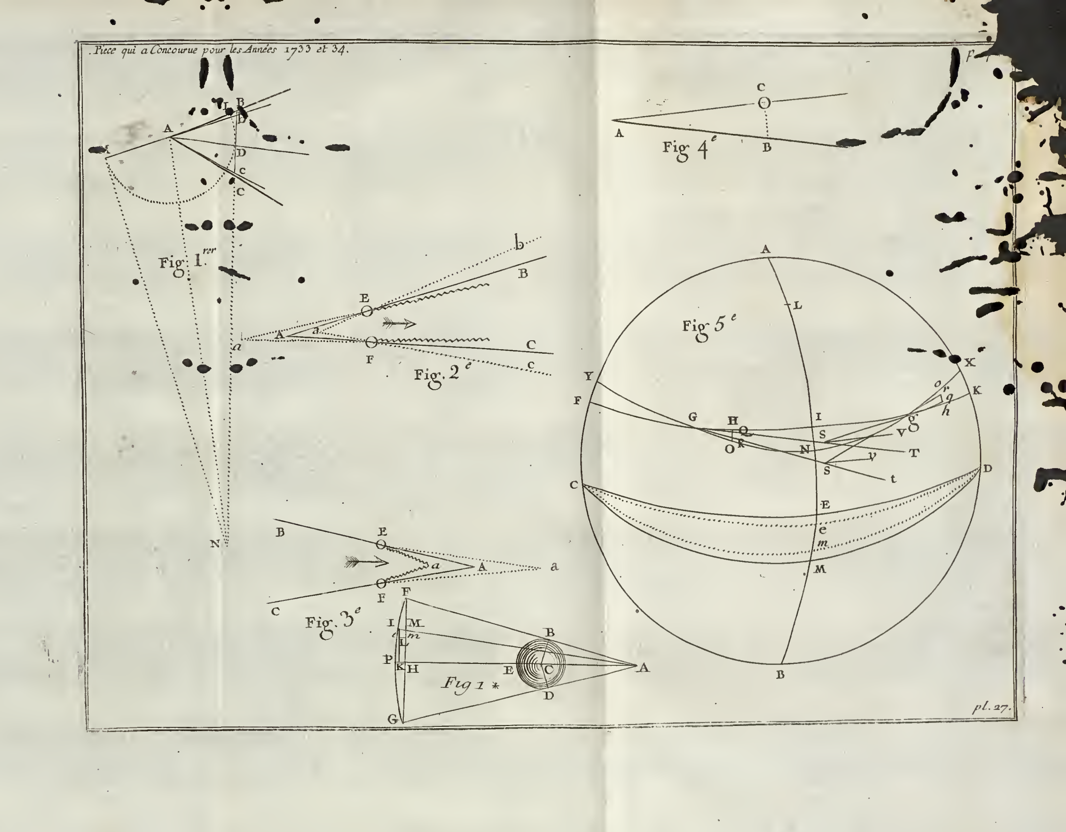
faitement égales, la Planete éprouveroit quelque résistance en continuant son cours ; elle perdroit peu à peu de son mouvement, & la gravitation se trouvant trop forte, la Planete iroit insensiblement en s'aprochant du Soleil, dans lequel elle tomberoit à la fin, après avoir fait un grand nombre de révolutions. Rien ne nous assure que les Planetes ne soient pas effectivement sujetes à ce progrès lent vers le centre de leur période. Ce n'est que l'observation des diamétres du Soleil qui puisse nous aprendre que nous ne changeons point de distance par raport à cet Astre, qui nous paroitroit plus grand si nous nous en aprochions d'année en année. Mais il n'y a pas assez long-tems qu'on mesure les petites grandeurs céléstes, avec une certaine exactitude, pour que nous ayons des observations à oposer à ce péril dont la Terre est menacée, de même que toutes les autres Planetes qui composent le systême Solaire.

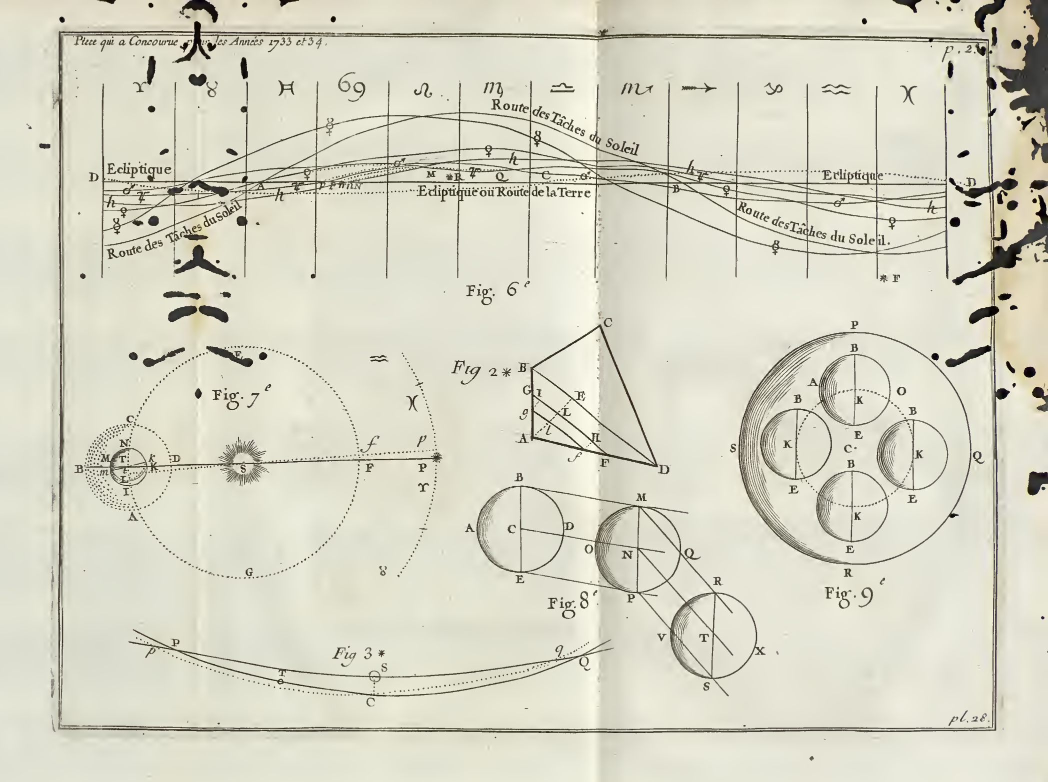
Au lieu de porter la vûë si loin, considerons la Lune dont nous sçavons l'éloignement à la Terre. Cette Planete secondaire doit être frapée de tous les côtés par les corpuscules de M. Varignon ; mais cependant elle sera un peu à couvert de l'impulsion par dessous ; puisque la Terre la garantira d'une infinité de chocs. Ainsi la Lune moins poussée par en bas que par en haut, tendra à tomber sur la Terre, & elle y tomberoit effectivement si la vitesse de ses révolutions ne lui faisoit acquerir une force centrifuge qui la soutient. Notre célébre Académicien n'avoit pas fait attention à la force centrifuge ; il avoit crû qu'il y avoit un point de repos où les impulsions étoient exactement égales ; & qu'un peu au-dessus & au-dessous de ce point, le Grave, n'étoit point encore exposé à tomber, à cause de la résistance du milieu. Il n'osoit pas regarder jusqu'aux extrêmités de l'Univers, qui sont comme infiniment éloignées : Il se consideroit comme à l'étroit sous une espéce de voute. Son systême perdoit à n'être pas développé davantage,

& il l'embarrassoit sans nul besoin, en lui ôtant de la simplicité qu'il a naturellement. L'espace de repos ne servoit qu'à loger tout au plus les boulets de canon que le P. Mersenne & M. Petit avoient tirés en haut & qu'ils n'avoient pas vû retomber.* Mais les corpuscules agités, comme nous venons de l'exposer, donneront à toutes les Planetes principales de la pésanteur vers le Soleil, à cause de la grosseur énorme de cet Astre. Les Satellites auront de la pésanteur vers les Planetes auxquelles elles apartiennent ; & outre cela toutes ces Planetes (les plus grosses au moins) modifieront ou troubleront un peu leur mouvement, par une espéce d'action réciproque, ou pour mieux dire, parce qu'elles se mettront mutuellement à couvert du choc des corpuscules, lorsqu'elles passeront à une certaine distance les unes des autres. Tout se passera comme dans le Monde Newtonien.

* Voyez le second Tome des Lettres de M. Descartes de l'Edition de 1724. Lettre IV.

Je me contenterai de démontrer la proposition fondamentale de cette Théorie : La forme de cet Ouvrage ne me permet rien de plus. Je ferai voir qu'en supofant des corpuscules qui se meuvent en toutes sortes de sens, un grain de matiere placé en A, (*fig.* 1.*) il n'importe à quelle distance du globe BED, éprouveroit une pésanteur vers ce globe, qui seroit précisément en raison inverse du quarré de la distance AC au centre du globe. Le grain de matiere A seroit également poussé de tous les côtés, s'il n'étoit en quelque sorte à l'abri par le voisinage du globe BED. Recevant une infinité de chocs de toutes parts, il faut excepter le cone ou secteur sphérique FAG qui ne contient aucun corpuscule qui contribue à l'impulsion, parce qu'ils sont tous de ce côté-là arrêtés par le globe. Ainsi, la pésanteur du grain de matiere A doit être exprimée par les chocs que font les corpuscules contenus dans le secteur ou dans le cone égal & oposé par le sommet au cone FAG. Sans nous donner la peine de tracer cet autre cone, nous n'avons qu'à


Piece qui a Concourue pour les Années 1733 et 34.
Fig. 1.rer
Fig. 2e
Fig. 3e
Fig 4e
Fig 5e
Fig 1 *
pl. 27.


Route des Tâches du Soleil
Ecliptique
Ecliptique ou Route de la Terre
Route des Tâches du Soleil
Ecliptique
Route des Tâches du Soleil.
Fig. 6e
Fig. 7e
Fig 2 *
Fig. 8e
Fig. 9e
Fig 3 *

qu'à considérer celui FAG dans lequel sont contenus les corpuscules, qui faute de fraper, donnent lieu à la pésanteur. Ses côtés AF & AG, sont comme les rayons ou semi-diametres de l'Univers : Car nous pouvons supposer que le grain A de matiere en occupe le centre. Il suit de là que la multitude des corpuscules que nous avons à considérer, ou que leur force absoluë peut être representée par la portion de surface sphérique GPF dont on peut supposer qu'ils partent. Ii représentera par la même raison tous les corpuscules qui partiront de l'espace Ii ou la force totale dont ils seront capables : Mais comme ces corpuscules suivent des directions obliques par raport à l'axe PA du secteur, ils ne contribueront pas tant à augmenter la pésanteur que d'autres. C'est pourquoi il faut décomposer leur mouvement.

La partie de leur effort qui sera efficace, ne sera representée que par IL ou M*m*, à cause de la proportion IK | KA || Ii | IL, qui marque le raport selon lequel se fait la décomposition. On trouvera de la même maniere que tous les autres efforts efficaces seront représentés par les parties correspondantes de FG, interceptées par des perpendiculaires abaissées de la surface sphérique sur FG. Il suivra de là que pendant que les efforts absolus seront représentés par la surface sphérique entiere dont FPG est la largeur, les efforts relatifs qui causent la pésanteur le seront par l'aire du cercle dont FG est le diametre ou par la base du cone FAG. Or, il ne reste plus qu'à remarquer après cela que le rayon FH de ce cercle est toujours en raison inverse de la distance CA du grain de matiere A au centre du globe. Car on a continuellement la proportion CA | CB || AF | FH, ce qui donne $FH = \frac{CB \times AF}{CA}$; expression de FH dans laquelle CB & AF sont constantes ; CB, tant qu'on considére le même globe, & AF, parce que le corpuscule A est toujours situé comme au milieu de l'Univers. Ainsi,

le quarré de FH ou l'étenduë du cercle qui marque la ſomme de tous les efforts relatifs efficaces, ſuit conſtamment la raiſon inverſe du quarré des diſtances CA. Supoſé que le globe BED donnât paſſage à quelques-uns des corpuſcules qui cauſent la péſanteur, cette force ne ſuivroit plus exactement la même loi, & elle pourroit auſſi changer, ſi l'on ſubſtituoit à la place du grain de matiere A un corps de grandeur finie. Cependant dans les très-grandes diſtances la raiſon inverſe du quarré ſera toujours ſenſiblement obſervée. On peut s'en aſſurer d'autant plus aiſément que le calcul ſera direct : Il ne s'agira que d'intégrer, & on pourra au moins y réüſſir toujours par aproximation.

Mais outre que ce ſyſtême ne repreſente pas bien les circonſtances de la péſanteur à l'égard des corps terreſtres, comme nous aurons occaſion de le montrer, peut-être que les Cartéſiens ne ſeroient pas plus diſpoſés à le recevoir que le Newtoniſme même. Ces corpuſcules mûs en lignes droites, juſqu'où vont-ils, & comment reviennent-ils en rebrouſſant chemin ? Se meuvent-ils dans le vuide, ou dans un milieu qui n'a point d'inertie & qui ne fait pas de réſiſtance ? Supoſé qu'un Sectateur de M. Deſcartes digerât ces difficultés, qu'il reconnût de la matiere différemment affectée, rien ne lui coûteroit de faire quelques pas de plus. Mais enfin les corpuſcules dont l'hypotheſe paroît avoir beſoin, ſont-ils abſolument néceſſaires ; & la poſſibilité de leur exiſtence & de leur action, ne pourroit-elle pas, quoiqu'ils n'exiſtaſſent point, ſervir de régle à la péſanteur? Je veux dire que rien n'empêcheroit que la gravité n'eût été ſoumiſe aux mêmes loix que ſi elle dépendoit du choc de ces corpuſcules ou de quelques autres, quoi qu'elle conſtituât un principe à part ajouté au Méchaniſme.

De l'insuffisance du Méchanisme ordinaire pour causer la dureté des corps.

(4) IL n'est besoin que d'une médiocre attention pour se convaincre que les loix du mouvement apliquées toutes seules à de l'étenduë ou à de la matiere diversement configurée, quoique simple, ne peuvent pas donner à certains corps la dureté que nous leur éprouvons. Les Physiciens qui employoient des parties élémentaires branchuës ou crochuës, afin d'en former des tissus ou des entrelassemens, suposoient précisément ce qui étoit en question. M. Jacques Bernoulli & le P. Malebranche, sont les seuls qui nous ayent donné sur ce sujet une explication un peu plausible. Ils ont eu recours à l'action d'un fluide extérieur très-comprimé, qui pousse les molécules de matiere les unes contre les autres; en les pressant avec d'autant plus de force, que ces molécules se touchent par une plus grande surface.

Si le corps dur n'avoit point de pores, ou que toutes les parties élémentaires dont il est formé se touchassent si parfaitement qu'elles ne laissassent aucun vuide, ce corps devroit être d'une dureté comme infinie, puisqu'il n'y auroit rien de perdu dans l'effort du fluide ambiant ou de l'éther qui a une si grande force comprimante. Lorsque deux icosaëdres égaux ont un de leurs triangles apuyé l'un sur l'autre, il y a une partie de l'effort du fluide ambiant qui s'exerce en pure perte, & qui pousse en dehors. Mais ce n'est pas la même chose, lorsque tous les grains de matiere qui composent le corps solide s'arrangent parfaitement; rien n'est perdu dans l'action du fluide environnant. Nous osons néanmoins le dire, malgré la grande autorité des célébres Promoteurs de cette explication, qui a été presque généralement adoptée, & que nous avons aussi regardé pendant long-tems

comme ſuffiſante ; un pareil corps ſeroit parfaitement mòl & cederoit au plus petit effort qui travailleroit à altérer ſa figure. Qu'on donne à une certaine quantité de matiere la forme d'une ſphère ou celle d'un cube, &c. la compreſſion qui s'exercera ſur chaque portion de ſa ſurface, ſera toujours également en équilibre avec la preſſion qui ſe fera ſur toutes les autres parties. Toutes les figures ſeront abſolument indifférentes : L'équilibre ſera toujours le même. C'eſt préciſément comme ſi nous diſions que le poids de l'atmoſphere ne contribue en rien à la rondeur des gouttes d'eau ou des autres liqueurs. Ainſi, le moindre effort qui ſurviendra d'un côté ou d'autre, doit néceſſairement troubler l'équilibre & produire du dérangement, ſi rien autre choſe n'unit les parties intégrantes du ſolide.

Il ſuffit d'indiquer ici la raiſon de l'équilibre dont dépend le *non effet* de la compreſſion de l'éther. La matiere contenuë dans l'eſpace irrégulier ABCD (*fig* 2*) eſt comprimée avec force par un fluide ambiant, très-élaſtique, très-comprimé lui-même. Le corps ABCD ſera un corps ſenſible, ou, ſi l'on veut, un ſimple grain de matiere, un corpuſcule, une partie élementaire. Quoique la face AB ſoit beaucoup plus petite que la face AD, cependant les preſſions qu'elles ſouffrent, ſont exactement en équilibre l'une avec l'autre ; & c'eſt la même choſe de toutes les autres faces. Je joins les points B & D par la droite BD, & du point A j'abaiſſe la perpendiculaire AE ſur cette ligne. Partageant enſuite par la penſée le côté AD en une infinité de parties égales comme F*f*, je conduis des paralleles FG & *fg* à DB, leſquelles viendront diviſer AB en parties auſſi égales entr'elles. Je ſupoſe après cela que l'effort de la compreſſion ſur chaque petite partie eſt repréſenté par la grandeur même de cette partie ; l'effort ſur F*f* ſera exprimé par F*f*, on dira la même choſe de G*g* ; & ſi en décompoſant ces efforts, on recherche la force rela-

tive qui s'exerce perpendiculairement à AE, on trouvera qu'elle eſt toujours repréſentée par les petites parties L*l* qui ſont interceptées ſur A*e* par les lignes FG & *fg*. Or, il ſuit de là que les deux efforts abſolus ſur les côtés entiers AB & AD ſont exactement en équilibre, puiſqu'ils n'ont à s'opoſer mutuellement que des forces rélatives toujours égales. Le même raiſonnement aura lieu à l'égard des autres côtés, & l'équilibre étant parfait, ou toutes les compreſſions particulieres ſe contrebalançant, il eſt clair que le plus petit effort accidentel qui ſurviendra fera, pour ainſi dire, pancher la balance, & aportera du changement à la figure; la compreſſion du fluide ambiant ne s'y opoſera jamais.

Si au lieu de n'employer que la ſeule preſſion extérieure pour former les corps durs, on ſupoſe de plus que leurs élémens ont une figure déterminée & conſtante, il n'y aura plus de difficulté; les mixtes & les corps ſenſibles pourront être capables d'une très-grande réſiſtance. Deux grains de matiere ſont durs par eux-mêmes, & ils s'apuyent en partie l'un ſur l'autre, preſſés qu'ils ſont par l'éther ou par quelque autre fluide ambiant. Si les faces contiguës ont une certaine longueur, la compreſſion extérieure agira ſouvent, comme une puiſſance apliquée à un levier, pour s'opoſer au dérangement; & il n'eſt pas moins certain ſi un mixte eſt compoſé d'un grand nombre de ſemblables molécules, qu'outre l'engrainement qu'il y aura entre pluſieurs d'entr'elles, on reſſentira toujours cette force de levier dont nous parlons.

Mais qu'on conſidére combien de différentes ſupoſitions on emploie pour rendre raiſon du Phénoméne: & cela pour ne pas admettre la gravitation univerſelle des parties de matiere les unes vers les autres, comme on l'a expoſé dans la remarque, num. (2) & comme Théodore l'avoit expliqué! La compreſſion que fait le fluide ambiant eſt déja quelque choſe d'ajouté au pur Mécha-

nifme, ou au Méchanifme ordinaire. C'eft un principe de plus qui n'eft pas compris dans les loix du mouvement. Ce n'eft pas affez que ce fluide foit élaftique par lui-même, il faut encore une force extérieure qui le preffe par dehors & qui l'empêche de s'étendre en le contenant toujours dans certaines limites. Une autre addition bien plus forte & bien plus humiliante pour ceux qui prétendent tout expliquer par les feuls principes Cartéfiens, c'eft que les parties élémentaires ont une figure conftante; & on ne peut en affigner d'autre caufe que la volonté du Créateur. Il nous paroît au refte, qu'on ne fçauroit douter un moment de cette figure fixe qu'ont les grains de matiere qui entrent dans la compofition des corps terreftres. Ces grains ont été comptés par celui qui fçait le nombre des grains de fable : & il lui a été auffi facile de leur prefcrire une figure déterminée que de leur donner de l'inertie, ou de les foumettre aux loix du mouvement. L'Ordonnateur de toutes chofes a même voulu que toutes ces différentes loix fe modifiaffent : car le grain de matiere participe au mouvement, dans le tems même qu'il n'y a qu'une de fes extrêmités qui eft expofée au choc & qui feroit mûë fi une loi ne fe combinoit pas avec l'autre, ou plûtôt ne la modifioit pas. Le célébre M. Leibnitz, s'écrie en vain que la loi de la continuïté fera violée, fi des parties de matiere qui font dures fe trouvent à côté de quelques autres qui n'ayant point été affectées, font parfaitement molles. La loi de la continuïté eft-elle mieux obfervée, lorfqu'un globe roule fur un plan, ou que de la matiere en mouvement fe trouve à côté de quelque corps en repos? il faut porter le même jugement fur ce principe que fur celui de la raifon fuffifante : On courra toujours moins rifque de fe tromper fur la convenance ou la non convenance des chofes, lorfqu'on n'en jugera que d'après les Phénomenes.

Nous ignorerons vraifemblablement toujours le nom-

bre des différentes eſpéces de parties primordiales ou élémentaires que la Nature employe dans ſes Ouvrages. Thalès, qui prétendoit que l'eau étoit le principe de toutes choſes, qu'elle ſuffiſoit par le divers arrangement de ſes parties pour compoſer tous les mixtes, les corps ſolides comme les fluides, ſe trompoit ſans doute. Ce Philoſophe avoit ſuivi avec attention toutes les transformations de l'eau, lorſqu'elle tombe en pluye, lorſqu'elle contribue à la germination des Plantes & à leur production, lorſque les Plantes ſervent à la nourriture des Animaux, &c. Mais eſt-il bien ſûr que l'eau ſoit propre à former de l'or & du fer, ou ſeulement de l'air tel que celui que nous reſpirons. Il faut néceſſairement plus d'une eſpéce de corpuſcules; il en faut de groſſeurs & de figures différentes; il en faut auſſi dont l'action ſuive diverſes loix : mais il n'eſt pas néceſſaire que cette diverſité ſoit portée bien loin, pour qu'il en réſulte une multitude prodigieuſe de différentes combinaiſons, & pour que les corps ſolides joüiſſent de toutes les propriétés qu'on leur connoît.

Sur la réſiſtance des Milieux au Mouvement.

(5) ON peut appliquer à un ſujet tout différent, au mouvement des corps dans le plein, une partie des choſes que nous venons d'expoſer. Les réfléxions que nous allons faire ſur ce point qui eſt un des plus important de la Phyſique, ſe raportent à divers endroits du premier Entretien: Nous les plaçons ici, non pas tant pour nous conformer à l'ordre que nous avons ſuivi dans l'Ouvrage même, que pour obſerver quelque ordre dans ces Additions; celle-ci pouvant répandre un nouveau jour ſur les ſuivantes. Quelques Carteſiens qui ont ſenti combien il ſeroit de conſéquence pour leur ſyſtême, qu'un Milieu parfaitement plein ré-

fiftât peu au mouvement, ont prétendu que les Milieux qui renfermoient de petits vuides, devoient refifter le plus; mais que dans le plein univerfel, dans un fluide infiniment élaftique & encore plus comprimé, la réfiftance pouvoit devenir abfolument nulle. Il nous a paru que nous devions, en diffipant l'obfcurité qu'on a jettée mal à propos fur ce fujet, faire voir combien la prétention de ces Philofophes eft peu fondée dans leurs principes.

I.

On peut fe former tant de différentes idées fur la nature des fluides, qu'il eft bon de commencer par fixer nos termes, afin de ne pas tomber, fans y penfer, dans l'inconvenient de mettre de l'opofition entr'eux. Lorfqu'on veut entrer dans la penfée des Cartéfiens, il ne s'agit toujours que de Milieux parfaitement homogènes & également affujettis aux loix de l'inertie & du mouvement. Mais, fuppofons que le Milieu ne foit point encore foumis à ces loix, fuppofons qu'il n'eft point affecté & qu'il differe en cela du mobile : fes parties perdent leur mouvement auffi-tôt qu'on les laiffe à elles-mêmes; & leur état ordinaire eft le repos dans lequel elles retombent, auffi-tôt qu'on ceffe de les pouffer. Il eft certain qu'un Milieu formé de femblables parties doit être infiniment fluide, car il eft parfaitement mou; il n'admet aucun frotement, il céde fa place fans la moindre peine, & il ne peut donc pas faire le plus petit obftacle au mouvement des corps qui le traverfent. Telle eft la notion d'un Milieu infiniment fluide dont nous croyons l'exiftence très-poffible. Ce milieu fera fujet, fi on le veut, à une compreffion extérieure qui fera infinie, & on peut donner encore une certaine forte d'élafticité à fes parties, en fupofant qu'elles font un très-grand effort pour s'éloigner les unes des autres : tout cela ne changera

gera rien à la Thèſe. Les mobiles qui ſeront renfermés dans ce Milieu, ſe trouveront très-preſſés ; mais comme nous l'avons montré dans les remarques précédentes, il y aura un parfait équilibre entre toutes les preſſions particulieres ; & par la même raiſon qu'elles ne ſont nullement capables d'altérer la figure du mobile, elles ne pourront auſſi faire aucune réſiſtance à ſon mouvement.

On peut en effet comparer le mobile comprimé infiniment, mais également de tous les côtés, à un bateau qui pendant qu'il céde à un leger ſouffle de vent, ſeroit tiré par une infinité de perſonnes ſelon une certaine direction & par un égal nombre d'autres perſonnes dans une direction toute contraire. Leurs efforts ſe détruiroient mutuellement ; & la navigation du bateau ſe feroit préciſément, comme ſi tout ce monde n'agiſſoit pas. Il ne faut auſſi avoir aucun égard aux diverſes preſſions auxquelles le mobile eſt ſujet ; puiſqu'elles ſont toutes égales. Le mobile oblige, il eſt vrai, les molécules du Milieu qu'il rencontre à ſe retirer & à faire une eſpece de circulation ; mais ces molécules n'étant point ſoumiſes à la loi de l'inertie & étant abſolument indifférentes au mouvement & au repos, leur tranſport ne peut cauſer aucune diminution au mouvement du corps ſolide. Il n'importe même que les molécules du fluide faſſent effort pour s'éloigner les unes des autres & qu'elles ayent une eſpece de force élaſtique ; car comme aucune d'entr'elles ne peut ſervir de point d'appuy, elles doivent au lieu de ſe laiſſer preſſer, ſe retirer plûtôt avec promptitude, en faiſant place au mobile.

II.

Mais, raprochons-nous maintenant de l'hypothéſe des Cartéſiens, qui, comme on le ſçait, & c'eſt même ce qui les diſtingue des autres Phyſiciens, n'admettent aucune exception dans la maniere dont les corps ſont af-

feƈtés. Ces Philoſophes croiroient effeƈtivement accorder beaucoup trop, s'ils convenoient que les loix du mouvement n'étendent leur régne que ſur une partie de la matiere, & qu'il y a quelque diſtinƈtion à mettre à cet égard entre corpuſcules & corpuſcules. Suppoſons donc que le Milieu eſt parfaitement homogène, de même denſité que tous les autres corps; & qu'il peut non-ſeulement recevoir du mouvement, mais le conſerver & le communiquer. Alors, il n'y aura plus de Milieu parfaitement fluide, ſi par fluidité on entend la propriété de ſe laiſſer traverſer ſans faire aucune réſiſtance. On peut bien réduire à rien l'obſtacle qui vient de l'engrainement des molécules ou de leur ténacité; mais il reſtera toujours la réſiſtance que cauſe l'inertie ou la difficulté que font en ſe retirant des parties qui ne ſe laiſſent tranſporter qu'avec peine. Qu'on imagine tant qu'on voudra dans le fluide des molécules prodigieuſement plus déliées ou plus fines les unes que les autres, & qu'on ſupoſe que pendant que les plus groſſieres ſe raprochent mutuellement, les autres s'échapent par l'effet de la compreſſion. Cette compreſſion exige un effort de même que la fuite des parties plus ſubtiles, qui ſe débarraſſent d'entre les premieres. Groſſes ou petites, il faut toujours conſiderer leur maſſe totale; & elles forment enſemble un tout qui contient autant de matiere que le mobile, lorſque ce corps qu'on peut ſupoſer un cilindre, a parcouru la longueur de ſon axe. Ainſi, les Seƈtateurs de M. Deſcartes, tombent dans une contradiƈtion manifeſte, lorſqu'ils perſiſtent d'un côté à ſe renfermer dans l'enceinte trop étroite de leurs principes, & que de l'autre ils ont recours à des Milieux infiniment fluides: Leur ſyſtême eſt trop ſimple, pour fournir de tels Milieux.

Nous convenons bien que le mobile n'agit pas contre le flüide comme contre un corps ſolide; il ne rencontre dans chaque inſtant qu'une ſimple lame, laquelle n'a qu'une épaiſſeur qui eſt comme infiniment petite lorſque

le Milieu a ses parties très-déliées. Mais on doit faire attention que la résistance n'en devient pas moindre pour cela, comme on l'a crû souvent, & comme le croyent encore plusieurs personnes qui se laissent séduire par un Sophisme. Si les molécules du fluide ont leur diamétre trois ou quatre fois plus petit, si l'épaisseur des lames est considérablement moindre, il y aura aussi un plus grand nombre de ces lames dans le même espace; ce qui repéte la résistance autant de fois précisément qu'elle est plus petite, & ce qui fait une exacte compensation dans l'effet total.

On est tout aussi peu en droit d'insister sur le peu de dérangement que souffrent les molécules qui cédent leur place. Nous n'avons garde de prétendre, lorsqu'un cilindre qui a un pied de longueur, suit la direction de son axe, qu'il faut que chaque partie frapée fasse toute cette longueur, pendant que le solide ne parcourt que la petite épaisseur qu'occupoit la lame. Mais malgré le très-petit dérangement auquel chaque molécule est sujette, il faut cependant qu'elle se retire aussi vîte que le cilindre avance. Ainsi, toutes les lames considérées les unes après les autres doivent prendre une très-grande vitesse, & faire perdre par conséquent beaucoup de mouvement au mobile, dans le tems même qu'il ne parcourt que sa longueur. Si le cilindre agissoit contre un solide sans ressort, il perdroit précisément la moitié de son mouvement; mais il doit en perdre davantage par le détail, en agissant successivement contre les tranches du fluide. La raison de cette différence est bien sensible. Le cilindre ne communique pas simplement la moitié de sa vitesse à chacune des tranches, il leur imprime toute celle qu'il a actuellement ou presque toute; à cause du peu de proportion qu'il y a entre leur masse & la sienne.

C'est une affaire de calcul que d'évaluer la perte précise du mouvement du cilindre; mais il est extrême-

ment facile d'en venir à bout. Si nous repréſentons les viteſſes du mobile par les ordonnées v d'une ligne courbe, & que les parties de l'axe de cette même courbe ou abſciſſes x ſoient les eſpaces parcourus, les parties infiniment petites dx repréſenteront l'épaiſſeur des lames du fluide qui ſeront continuellement déplacées. Le mouvement que reçoit chacune de ces lames ſera exprimé par le petit rectangle élementaire vdx formé par l'ordonnée ou la viteſſe v du corps & par l'épaiſſeur infiment petite dx de la lame dont l'unité marquera la ſurface. Or, ce mouvement que reçoit chaque lame, doit être continuellement égal à celui que perd le cilindre, perte qui eſt repréſentée par le produit de dv, par la longueur a du ſolide & par l'unité qui déſigne la grandeur de ſa baſe. Nous aurons donc dans tous les inſtans du mouvement, $vdx = -adv$ & $dx = -\frac{adv}{v}$; ce qui nous aprend que la ligne courbe dont les ordonnées marquent les viteſſes actuelles, eſt une logarithmique, qui a pour ſoûtangente la longueur du cilindre; & ſi nous nommons b la viteſſe initiale, nous aurons $x = Lb - Lv$: C'eſt-à-dire, que les eſpaces parcourus dans un Milieu qui eſt auſſi fluide qu'il eſt poſſible, lorſqu'on n'ajoute rien aux principes de M. Deſcartes, ſont continuellement proportionnels à l'excès du logarithme de la viteſſe initiale ſur le logarithme de la viteſſe actuelle.

La ſoutangente de la logarithmique dont nos tables ordinaires ſont comme tirées, eſt 4342945. & ſi l'on ſupoſe que l'eſpace x parcouru par le cilindre eſt de même longueur que ce ſolide, ou d'une longueur double, il n'y a qu'à chercher dans les tables deux nombres dont la différence des logarithmes ſoit égale à 4342945, ou en ſoit le double: Ces nombres exprimeront le raport ſelon lequel doit ſe faire la diminution. On trouvera qu'elle ſuit à peu près le raport de 1000 à 368 dans le

premier cas, & celui de 1000 à 135 dans le fecond. Ainfi, le cilindre doit prefque perdre les deux tiers de fon mouvement en parcourant feulement fa longueur, & environ les cinq fixiémes en parcourant une longueur double. Il faut remarquer qu'il en perdroit beaucoup davantage, fi on fupofoit que les molécules du fluide euffent du reffort : Leur action ou l'effet de leur réfiftance pourroit devenir double ; parce que leur reffort trouveroit un appui dans la lenteur avec laquelle elles fe retirent.

Il ne feroit pas difficile de faire voir qu'un globe eft fujet en parcourant les $\frac{4}{3}$ de fon diamétre, à fouffrir proportionellement les mêmes diminutions de mouvement que le cilindre, en parcourant fa longueur. Si le globe a fon diamétre égal à celui du cilindre, il rencontre bien la même quantité de fluide, mais il en rencontre la plus grande partie plus obliquement ; ce qui diminuë la réfiftance précifément de moitié. D'un autre côté, le globe a moins de maffe que le cilindre qui lui feroit circonfcrit ; ainfi il a moins de mouvement, quoiqu'il fe meuve avec la même viteffe. C'eft ce qui fait une efpéce de compenfation, mais elle n'eft pas exacte ; & l'avantage eft du côté du globe, parce que fa maffe eft plus grande à proportion ; elle eft les deux tiers de celle du cilindre. Eu égard à tout, il faut que le globe parcoure $\frac{4}{3}$ de fon diamétre, ou un diamétre & un tiers pour que fon mouvement diminuë dans le raport de 1000 à 368, & qu'il parcoure $\frac{8}{3}$ ou deux diamétres & deux tiers pour que fon mouvement diminuë dans le raport de 1000 à 135. Il s'agit ici de pertes réelles ou effectives, & non pas de celles que fouffriroit le corps s'il pouvoit fe mouvoir uniformément, comme l'a quelquefois fuppofé M. Newton.

Nous pourrions fans doute nous difpenfer de faire obferver que la conftitution ordinaire de nos mobiles, qui font tout criblés de trous ou de pores, n'ôte rien de la validité des conféquences fâcheufes qu'on doit tirer

des assertions précédentes contre le sentiment des Cartésiens. Au lieu de considérer le solide entier, il n'y a qu'à jetter successivement les yeux sur toutes ses parties élementaires, & on leur appliquera séparément tout ce que nous venons de dire du cilindre, ou du globe ou de tout autre corps sensible. Or, si chaque partie doit souffrir une diminution si subite dans sa vitesse, ce sera la même chose à l'égard du mobile entier qui en sera formé. Tout ce qu'on peut nous objecter de plus fort, c'est qu'un seul grain de matiere peut souvent en mettre plusieurs & même une infinité comme à l'abri de l'impulsion ou de la résistance du Milieu. Mais dans ce cas, il faut regarder la partie du fluide qui se trouve engagé entre ces corpuscules, comme si elle apartenoit au solide même : & alors le premier corpuscule devient comme l'extrêmité d'un cilindre très menu, mais dont la vitesse doit également diminuer dans le raport de 1000 à 368, lorsque le mobile parcourt sa longueur ou quelqu'autre espace toujours très-court.

III.

Nous avons supposé jusques ici que les parties du fluide étoient parfaitement en repos les unes auprès des autres: Il nous faut voir maintenant le changement que peut produire l'agitation de ces mêmes parties. Il est bien difficile de concevoir ce mouvement dans le plein, & dans un Milieu parfaitement homogène, tant qu'il n'y a pas de cause qui renouvelle continuellement l'agitation. Comment se pourroit-il faire en effet que des molécules qui se touchassent parfaitement & qui ne peuvent avancer sans en rencontrer d'autres qui se meuvent en sens contraire, conservassent leur vitesse un seul instant? Il ne paroît donc pas trop permis de suposer dans l'Univers Cartésien, que toutes les parties d'un Milieu homogène & parfaitement plein, ayent en conséquence d'une

premiere impulſion, des mouvemens qui ſubſiſtent vers différens côtés. Mais nous voulons bien pouſſer la condeſcendance juſqu'à admettre cette hypothèſe : Car nous devons nous prêter à tout, afin de juger des choſes plus murement, & de ne pas précipiter nos déciſions.

Si un corps ſolide étoit en repos dans un Milieu tel que celui que nous conſentons à feindre, il perſévéreroit éternellement à reſter en repos, puiſqu'il ſeroit également frapé de tous les côtés : mais s'il ſe meut, il ne ſera plus atteint avec la même viteſſe par derriere; & ce ſera tout le contraire de l'autre côté. Car en pouſſant les parties du fluide qu'il trouve ſur ſon paſſage, il donnera non-ſeulement une nouvelle action à leur reſſort ſi elles ſont élaſtiques; il faudra encore qu'il détruiſe tout leur mouvement, & qu'il leur en imprime un autre, en leur faiſant rebrouſſer chemin. Lorſque le fluide étoit en repos, le mobile en parcourant ſa longueur n'avoit à mouvoir qu'une maſſe de même volume que lui; mais il doit maintenant rencontrer dans le même-tems une maſſe beaucoup plus grande, dont il faut néceſſairement qu'il détruiſe tout le mouvement; ſçavoir de tout ce fluide qui le vient fraper. Il eſt donc viſible que le mobile doit ſouffrir un retardement incomparablement plus grand dans ce ſecond cas que dans l'autre.

C'eſt auſſi ce que nous allons trouver par un calcul très-court, & que nous rendrons encore plus ſimple, en ſupoſant que tout le mouvement du fluide ſe réduit à deux directions contraires. Toutes les parties du Milieu confonduës autant qu'elles puiſſent l'être, ſuivront l'une ou l'autre de ces deux directions opoſées. S'il eſt vrai que le mouvement de fluidité ſoit avantageux à la cauſe des Carténiens, nous le rendrons de cette ſorte encore plus favorable, puiſque nous l'augmenterons dans le ſens ſelon lequel nous ferons mouvoir notre mobile. Nous déſignons par V la viteſſe des corpuſcules du Milieu, & par u celle du cilindre, que nous ſupoſerons plus petite que

l'autre. Nous nommerons toujours a la longueur du cilindre & x les eſpaces qu'il parcourt.

Nous devons repréſenter la quantité du mouvement du cilindre par av ; mais celle du fluide qui vient à ſa rencontre n'eſt pas ſimplement Vdx : car la quantité du fluide que le cilindre trouve dans le petit eſpace dx eſt proportionnelle à la viteſſe reſpective du cilindre & du fluide, c'eſt-à-dire, que pour avoir la quantité de matiere qui ſurvient dans l'eſpace dx, il nous faut faire cette analogie ; $v \mid dx \parallel V + v \mid \frac{V+v}{v} \times dx$: & il faut prendre la moitié du quatriéme terme, parce qu'il n'y a effectivement qu'une moitié des molécules qui avancent vers un côté. Il faut donc multiplier $\frac{V+v}{2v} dx$ par V, & on aura $\frac{VV+Vv}{2v} dx$ pour la quantité du mouvement de la matiere rencontrée. Nous aurons par la même raiſon $\frac{VV-Vv}{2v} dx$ pour la quantité du mouvement de la matiere qui frape l'autre baſe du cilindre : Et ſi nous faiſons une ſomme des trois quantités de mouvement, en conſidérant que celle du fluide qui vient à la rencontre du mobile eſt négative, nous aurons $\frac{VV-Vv}{2v} \times dx + av \frac{-VV-Vv}{2v} dx$ qui ſe réduit à $av - Vdx$, quantité totale qui étant diviſée par la ſomme des trois maſſes, ſçavoir par $\frac{V-v}{2v} dx + a + \frac{V+v}{2v} dx = a + \frac{V}{v} \times dx$, nous donnera $\frac{av^2 - Vvdx}{av + Vdx}$ pour la viteſſe actuelle du moblile après le choc. Il faut maintenant ôter cette viteſſe de celle v que le cilindre avoit dans l'inſtant précédent ; & il viendra $\frac{2Vvdx}{av + Vdx}$ pour la valeur de la petite perte $-dv$. Ainſi, on a l'équation $2Vvdx = -avdv - Vdvdx$, dont on peut négliger le dernier terme, auſſitôt que la viteſſe V des molécules du fluide n'eſt pas infinie

infinie, & on ſçait qu'elle ne peut pas l'être réellement. Nous aurons par conſéquent $dx = -\frac{v}{2V}$; & ſi l'on intégre en prenant b pour la viteſſe initiale du cilindre, on trouvera $x = \frac{a}{2V}(b - v)$; ce qui montre qu'il ſuffit toujours que le mobile parcoure un eſpace très-court par raport à ſa longueur, pour qu'il perde une partie très-conſidérable de ſon mouvement. On voit que la perte de ſa viteſſe eſt continuellement proportionnelle à l'eſpace parcouru : Si un certain eſpace a fait perdre la moitié de la viteſſe, un eſpace double la fera perdre toute entiere.

Dans le cas de la deſtruction entiere du mouvement du cilindre, on a $x = \frac{ab}{2V}$; deſorte que le mobile commençant, comme nous le ſupoſons ici, à ſe mouvoir avec une viteſſe b qui eſt moindre que celle V des molécules du fluide, il perdra toujours toute ſa viteſſe avant que d'avoir parcouru la moitié de la longueur de ſon axe. Qu'on juge après cela de la bonté des expédiens auxquels Meſſieurs les Cartéſiens avoient recours pour diminuer la réſiſtance de leur Milieu & pour la rendre nulle ? Ils ne faiſoient pas attention que la plus grande viteſſe des parties du fluide, produit un effet tout contraire, & que ſa ſubtilité plus ou moins grande n'en produit aucun, auſſi-tôt qu'elle eſt portée juſqu'à un certain terme. Mais ce ne ſera plus la même choſe ſi le Méchaniſme s'étendant plus loin que ne le penſent ces Philoſophes, on mêle des parties de matiere qui ayent reçû originairement certaine figure & qui ayent été aſſujetties à un petit nombre de différentes loix. Selon la diverſe forme qu'auront ces corpuſcules élémentaires, & ſelon qu'ils ſe toucheront ou qu'ils ſeront plus ou moins ſéparés par de la matiere qui n'aura pas été affectée également & qui ne ſera peut-être pas même ſujette à l'inertie, les Milieux quoique plus péſans, pour-

ront faire très-peu de résistance au mouvement des mobiles : la pésanteur, la densité & la fluidité ne dépendront plus absolument les unes des autres : chacune aura sa régle particuliere.

De l'Insuffisance du Méchanisme ordinaire pour causer la pésanteur.

I.

(6) La chute des Graves est un Phénomène si simple & en même-tems si général qu'il doit être très facile d'examiner toutes les différentes manieres dont un fluide qui nous environneroit seroit capable de la produire. La cause d'un pareil effet ne peut pas manquer d'être très-simple ; & si on ne la déduit pas aisément du Méchanisme ordinaire, c'est une marque indubitable qu'elle n'y est pas renfermée, ou qu'elle n'en est pas une suite. Tous les autres Phénomènes, si l'on excepte la dureté des corps, sont moins propres à nous éclaircir ce point si important de Physique générale ; parce que dépendant de la combinaison d'un plus grand nombre de causes particulieres, il est plus difficile d'épuiser tous les moyens d'explication, & de s'assurer qu'on n'en obmet aucun dans le dénombrement qu'on en fait.

La matiere qui précipite les Graves vers la Terre doit être très-subtile ; nous ne la voyons peut-être pas, parce qu'elle se meut trop vîte : mais une preuve certaine qu'elle est d'une extrême subtilité, s'il est vrai qu'elle existe, c'est qu'elle pénétre jusques dans les cavernes les plus profondes, jusques dans le sein des Montagnes ; & qu'en y parvenant elle ne perd rien de sa force, puisqu'elle produit toujours sensiblement les mêmes effets. Cette matiere agissant toujours avec régu-

larité dans toutes les Régions, doit suivre des directions situées selon un certain ordre. Elle se meut dans le sens de l'Equateur ou dans le sens des Méridiens, ou bien elle suit indistinctement la direction d'une infinité de grands cercles autour de la Terre, en formant comme un amas confus de corpuscules souvent sujets à se heurter. Si la matiere étherée ne se meut point ainsi, elle suivra des lignes qui seront verticales ou également inclinées de part & d'autre de la ligne verticale. Il n'est pas douteux que nous n'indiquions ici d'une maniere générale toutes les hypothéses qu'on peut former sur la direction de la matiere subtile, supposée existante. Il ne restera plus qu'à rendre ses parties rondes, ou cubiques, &c. moles, dures ou éastiques, &c.

II.

Il faudroit s'engager dans une Dissertation très-longue si l'on vouloit raporter toutes les raisons qui excluent chacun des moyens d'explication que renferme notre dénombrement. La chose d'ailleurs a, pour ainsi dire, été déja faite ; car chaque explication ou hypothése particuliere n'a été que trop refutée : Il n'est désormais question que de les rassembler toutes & de les réduire sous un petit nombre de chefs, afin de pouvoir en les considérant d'une seule vûë, les comprendre toutes dans le même examen. Les premieres de ces hypothéses font consister la cause de la pésanteur dans un effort de la matiere étherée, qui n'est qu'une simple pression. L'éther en circulant autour de la Terre, fait effort pour s'éloigner du centre, & il prend le dessus des Graves qu'il précipite en bas. Mais, si une simple pression est suffisante pour ébranler un mobile, pour exciter en lui les premiers degrés de motion, elle ne l'est pas également pour agir sur lui lorsqu'il tombe avec une vitesse de trois à quatre cens piés par seconde ; & cependant

il faudroit que l'action fut toujours la même, pour faire accélérer le mouvement par des degrés continuellement égaux, conformément à l'expérience. La fin & le commencement de la chûte des corps ne se ressemblent pas assez, pour pouvoir être également produits par une pression, qui n'est toujours équivalente qu'à un mouvement très-lent. Qu'on travaille d'un autre côté à donner à l'éther une action excessive, afin qu'il puisse atteindre les corps qui ont déja beaucoup accéleré leur mouvement, on tombera dans l'inconvénient de trop augmenter sa force à l'égard des Graves qui commencent leur chute. Ainsi, quelque chose qu'on fasse, la loi de l'accélération sera toujours violée. On ne gagnera rien non plus à changer la figure des molécules du fluide ; & il feroit tout aussi inutile de les rendre moles, ou dures, ou de leur donner de l'élasticité. Elles doivent se mettre en équilibre les unes avec les autres, supofé qu'elles soient élastiques ; elles doivent toutes se pousser réciproquement, quelque soit la cause de leur ressort ; & si l'on place entr'elles un corps fluide, il arrivera que ce corps sera pressé de toutes parts, mais qu'il ne sera pas plus sollicité à avancer selon une certaine direction que selon toute autre.

Quoique nous évitions avec soin tout détail trop particulier, nous ne devons pas nous dispenser de faire remarquer combien se trompoient ceux qui se contentoient avec M. Descartes, de faire circuler l'éther aussi vîte que la Terre. Il faut retrancher de la masse des corps terrestres la capacité de tous leurs pores ; mais comparant un grain de matiere à un égal volume d'éther, la force centrifuge doit être exactement la même, aussitôt qu'ils circulent l'un & l'autre avec des vitesses égales autour de l'axe de la Terre, & nul des deux ne doit vaincre l'autre, puisqu'il y a un équilibre entre les deux efforts. M. Hughuens, est le premier qui ait démontré qu'il faloit que l'éther fit ses révolutions dix-sept fois plus

vîte que la Terre, pour qu'il eut autant de tendance à s'éloigner du centre, que les Graves en ont à s'en approcher. Mais cette énorme vîtesse ne suffiroit point encore. M. Hughuens ne faisoit pas attention que la matiere étherée devoit partager son mouvement avec le corps qui tombe, & que ce partage diminueroit au moins l'action de moitié. Il ne remarquoit pas encore, & tous les autres Physiciens qui ont proposé des explications aprochantes de la sienne, y ont aussi peu pensé, que l'éther qui environne un Grave vers la fin de sa chute, ne tend toujours à s'éloigner de la Terre que de quatorze ou quinze piés, ou si l'on veut de vingt ou trente dans une seconde; il n'est plus question de l'éther qui a imprimé les premiers degrés du mouvement; cet éther a eu le tems de faire beaucoup de chemin, il s'est déja éloigné de dix ou douze lieuës, si la chute a seulement duré quatre ou cinq secondes. Mais, se peut-il encore une fois qu'un fluide qui n'agit que par voye de pression, ou dont la vitesse se réduit tout au plus à vingt ou trente piés dans le sens vertical, fasse impression sur un mobile qui fuit en tombant avec une vitesse de plus de 100 ou 200 piés? Nous devons ajouter que si l'on a si peu réüssi à expliquer l'accélération de la pésanteur, on n'a pas mieux rencontré lorsqu'on a voulu rendre compte de sa direction. Quelques Sçavans ont crû que c'étoit la figure sphérique du Tourbillon terrestre qui déterminoit la chute à se faire vers le centre. Mais pour renverser tous les raisonnemens dont on s'est servi pour apuyer cette prétention, on n'a qu'à considérer ce qui se passe dans un vase formé en hémisphere, qui est plein d'eau & dans lequel on plonge des corps legers. La figure de ce vase & toutes les réactions qu'on a imaginées n'empêchent pas que ces corps ne s'élevent verticalement; on ne leur voit jamais suivre en montant des rayons obliques, pour se rendre en haut vers le milieu du vase.

III.

Si la chute des Graves eſt produite par le choc effectif de pluſieurs corpuſcules, il faut que ces corpuſcules, quelque direction qu'ils ſuivent, ayent une viteſſe actuelle de haut en bas qui ſoit comme infinie, afin de pouvoir atteindre le mobile qui tombe, & de le fraper ſenſiblement avec la même force. On ſeroit ſans doute très en droit de demander où va ſe perdre, & d'où vient cette matiere toujours nouvelle, qui deſcend continuellement ſelon des lignes verticales, ou ſelon des lignes obliques également inclinées? Mais pour ne pas nous tourner du côté obſcur des objets, & pour éviter des difficultés, qui pourroient auſſi-bien ne naître que de la trop grande limitation de nos lumieres, que de la fauſſeté des hypothéſes que nous examinons, il ſuffit de conſidérer la matiete ètherée lorſqu'elle eſt arrivée aux environs du Grave, & lorſqu'elle travaille déja à le précipiter. On n'aura de cette ſorte que deux cas à diſcuter, à moins qu'il n'en réſulte un troiſiéme de la combinaiſon des deux autres.

Les molécules de l'éther ou du fluide qui cauſe la péſanteur, ſont ſi groſſes que leur choc ſe termine à la ſurface des corps, ou bien elles ſont aſſez ſubtiles pour pénétrer dans ces Graves, elles les traverſent & il n'y en a que quelques-unes qui ſe trouvent arrêtées en donnant dans des pores qui ſont fermés. Il faut abſolument rejetter la premiere ſupoſition: car ſi elle avoit lieu, la péſanteur dépendroit de la figure des corps & de la grandeur des ſurfaces qu'ils preſentent en haut. Outre cela, leur gravité diſparoîtroit entierement dans une caverne, où toutes les fois qu'ils ſeroient couverts par quelques autres corps d'une épaiſſeur ſuffiſante.

L'autre hypothéſe ne ſe ſoutient pas davantage. Si la Nature l'avoit admiſe, la contexture des Graves chan-

geroit leur pésanteur & troubleroit le raport que nous sçavons qu'elle suit. La gravité seroit conforme à la transparence, qui dépend beaucoup moins de la densité ou de la multitude de parties grossieres renfermées sous le même volume, que de leur simple arrangement. La même quantité de matiere disposée d'une maniere plus ou moins serrée, ou selon que ses parties se couvriroient plus ou moins les unes les autres, péseroit diversement : au lieu que les expériences faites sur la communication des mouvemens nous aprennent que la gravité suit toujours exactement le raport des masses. Nous sçavons que les parties les plus intimes, quoique mises à l'abri par le voisinage des autres, & quoiqu'un fluide quelque subtil qu'il fût, ne pût les aller choquer, contribuent néanmoins encore à augmenter le poids ; elles ne sont pas perduës pour la Nature, dans le plan de laquelle elles rentrent. Il faut donc que le Méchanisme contienne quelque principe qui ne soit pas arrêté dans son exercice par l'obstacle que peuvent former des parties interposées.

De l'insuffisance du Méchanisme ordinaire dans l'Astronomie Physique.

(7) LA Philosophie Cartésienne n'est pas plus heureuse lorsqu'elle entreprend de rendre raison de la pésanteur qui s'exerce dans le Ciel, & qui s'opose à la force centrifuge que contractent toutes les Planetes en circulant autour du Soleil. Si l'on admet un grand Tourbillon qui comprenne tout notre systême planétaire, il doit être irrégulier vers ses limites, à cause du divers éloignement où sont les Etoiles fixes ou Soleils qui nous environnent. Cette irrégularité ne peut pas manquer d'en aporter dans le cours même de la matiere

céleste : Il y a, peut-être, quelques endroits plus resserrés entre le Soleil & les limites du Tourbillon ; & la matiere éthérée est obligée de s'y mouvoir plus vîte. Mais l'éther n'accelérant sa vitesse que parce qu'il est plus pressé, il doit en même-tems réagir, faire plus d'effort pour s'étendre dans le sens latéral ; & il repousseroit infailliblement le Soleil en le faisant reculer, s'il n'y avoit pas d'équilibre de part & d'autre de cet Astre. C'est-à-dire, que si la matiere céleste est pressée dans un certain endroit, & si elle est forcée d'y prendre plus de vitesse, elle doit nécessairement être aussi plus pressée du côté diametralement oposé ; & il faut donc toujours que le Soleil occupe comme le milieu, quelque irrégulier que soit le Tourbillon. Or c'est ce qui est absolument contraire aux Phénoménes, ou à ce que nous sçavons certainement du mouvement des Planetes tant principales que secondaires. Car l'endroit où il y a le plus de rapidité est toujours à l'oposite de l'endroit où il y en a le moins ; & le Soleil au lieu d'occuper le milieu des orbites elliptiques, occupe constamment un des foyers ; ce qui ne s'accorde nullement avec la nature des fluides.

Les Sectateurs de M. Descartes ne peuvent faire qu'une seule réponse : Ils diront que les Planetes ne suivent pas exactement la direction des différentes couches du Tourbillon. Les Planetes seroient donc alors sujettes à ressentir l'action de l'éther, de même qu'un bateau qui ne suit pas le fil d'une Riviere, est exposé à un choc continuel. Cette action se compliqueroit avec la force centrifuge du même fluide qu'on regarderoit vraisemblablement comme la cause de la pésanteur de la Planete. Mais de tout cela, il ne résulteroit jamais, ni des Ellipses pour l'orbite, ni toutes les autres particularités des mouvemens célestes. On ne trouvera point que les aires ou secteurs parcourus par les lignes droites tirées de la Planete au Soleil, soient proportionnels aux tems.

On

On ne trouvera pas non plus que l'autre régle de Képler ſoit mieux remplie ; qu'il y ait un raport exaċt entre les cubes des diſtances moyennes des Planetes au point central & les quarrés des tems de leurs révolutions.

On ne peut pas nier en général la poſſibilité des Tourbillons. Pourquoi la matiere éthérée ne pouroit-elle pas auſſi-bien ſe mouvoir en cercle, que le vent ou nos torrens rapides ? Mais il eſt vrai d'un autre côté que, gênés par les faits que nous fourniſſent les Obſervations Aſtronomiques, nous avons à concilier des conditions qui ſont réellement incompatibles. La figure à peu près ronde de toutes les Planetes, montre que leurs Tourbillons, s'il eſt vrai qu'ils exiſtent, doivent aprocher d'être ſphériques. Il faut qu'ils n'ayent pas moins de force centrifuge dans les points qui ſont éloignés de leur équateur, que proche de l'équateur même. C'eſt pour cela que pluſieurs perſonnes à qui nous n'avons garde de vouloir ôter le nom de Phyſiciens, font circuler avec la même viteſſe abſoluë tous les points de la même couche ſphérique : mais ces Deffenſeurs trop zélés des principes de M. Deſcartes devoient penſer que la force centrifuge qui naît de ce mouvement & qui doit néceſſairement être portée juſques là, ſe trouve trop grande, conſidérée ſous d'autres aſpeċts. Il réſulte par ſa décompoſition une trop grande force rélative dans le ſens de la circonférençe des Méridiens ; & l'éther qui n'a préciſément de force centrifuge que ce qu'il faut ſelon le rayon du parallele, ou même ſelon le rayon du Tourbillon, en a toujours trop dans le ſens perpendiculaire à ce dernier rayon. Il fait trop d'effort pour paſſer à la place de l'éther qui eſt plus voiſin de l'équateur ; ce qui doit mettre une confuſion continuelle dans l'étenduë de chaque couche ſphérique.

On ne réüſſit pas mieux à établir l'ordre entre les différentes couches, qu'entre les différentes parties qui les compoſent. On fait enſorte, dit-on, par l'équilibre par-

M

fait qu'on met entre ces couches, qu'elles ſe contrebalancent exactement ; & il arrive au contraire qu'on met tout ſur le bord de ſa ruine. Si nous avions différens liquides à faire entrer dans un vaſe, & que nous craigniſſions qu'ils ſe broüillaſſent, nous placerions certainement le Mercure au-deſſous, l'eau au-deſſus & enſuite l'huile ; & nous ne nous aviſerions jamais de mettre enſemble des liqueurs très-fluides & de les choiſir exprès de péſanteur ſpécifique exactement égale, afin qu'elles ne ſe mêlaſſent pas. On veut néanmoins preſque toujours d'après M. de Villemot ou le P. Malebranche, que les couches ſphériques du Tourbillon faſſent un égal effort pour s'élever ou pour s'éloigner du centre. On leur donne pour cela des viteſſes qui ſont en raiſon inverſe des racines des diſtances au point central ; & cette fauſſe précaution qui eſt ſi propre à tout gâter, on ne la prend que pour conſerver au Tourbillon un état plus ſtable. On s'eſt ſans doute laiſſé préoccuper par une des propriétés qu'a ordinairement l'équilibre ; mais qui ne lui eſt pas néceſſairement attachée. Lorſqu'on dérange un ſyſtême de corps qui ſe contrebalancent, l'équilibre les fait ſouvent revenir à leur premiere ſituation. Mais les Phyſiciens qui vouloient introduire à toute force des Tourbillons dans le Ciel, n'ont pas pris garde que le cas étoit tout différent, & que l'équilibre entre les couches devoit produire un effet tout contraire à celui qu'ils ſe propoſoient. D'ailleurs, ſi on rejette cet expédient, comme on ne peut pas s'en diſpenſer, on ne ſçait plus quel ordre il faut mettre. La viteſſe d'une Planete comparée à celle d'une autre, feroit croire que les viteſſes abſoluës des différentes couches ſont en raiſon inverſe des racines quarrées des diſtances au point central : Au lieu que le cours particulier de chaque Planete demanderoit qu'elles ſuiviſſent ſimplement la raiſon inverſe de la diſtance. On ne trouve en un mot qu'inconveniens, lorſqu'on fait dépendre de l'action d'un fluide le mou-

vement des corps céleſtes. On ne réüſſit nullement à conſtituer des Tourbillons ſphériques ou à peu près ſphériques ; on leur donneroit plus aiſément la forme de cilindres : & après avoir fait un grand nombre de ſupoſitions ſouvent contradictoires , on eſt obligé de reconnoître ingénument qu'on n'en eſt pas plus avancé.

Nous voulons dire que s'il eſt impoſſible d'établir une parfaite harmonie entre toutes les parties d'un Tourbillon ſphérique , il ne l'eſt pas moins d'en déduire après cela le mouvement des Planétes. La maniere dont pluſieurs Sçavans avoient traité cette matiere , m'invita à l'examiner en 1731 , dans un Mémoire inſéré entre ceux de l'Académie des Sciences. J'étendis mes ſupoſitions auſſi loin que me le permettoit la Géométrie , afin de conſiderer mon ſujet d'une maniere plus générale. Je tâchois d'embraſſer toutes les circonſtances qui n'impliquent pas contradiction ; quoiqu'il s'en manque beaucoup que le poſſible en fait de Phyſique ait des bornes auſſi éloignées. Il eſt certain, par exemple , que les Cartéſiens ne recevant aucune autre loi que celles du mouvement , la matiere quelque ſubtile qu'elle ſoit, doit être par tout également denſe. Elle n'eſt affectée que par l'inertie , en tant qu'elle eſt ſoumiſe aux loix du mouvement ; & cette inertie doit être la même dans tous les endroits du Ciel, auſſi-tôt qu'on n'admet ni petits vuides , ni matiere inégalement affectée. Malgré cela , je ſupoſois la denſité différente , & je me permettois diverſes autres ſupoſitions qui favoriſoient la cauſe Cartéſienne. Cependant , je trouvai entr'autres choſes que le même Tourbillon n'étoit pas propre à faire décrire les deux moitiés d'une orbite elliptique ou de toute autre courbe dont les deux moités ſont égales. Cette Remarque qui m'étoit fournie par le calcul algébrique , eſt d'ailleurs fondée ſur des raiſons qui ſe préſentent d'elles mêmes , auſſi-tôt qu'on y fait un peu d'attention.

Lorſque la Planéte part de ſon Périhélie & qu'elle

marche vers l'Aphélie, elle va en même-tems rencontrer le fluide. Ainsi, il faut qu'elle surmonte deux forces, lorsqu'elle s'éloigne du Soleil ; il faut qu'elle agisse contre sa propre pésanteur, & contre la résistance du fluide. La Planéte étant arrivée à son Aphélie, elle commence ensuite à descendre, & elle passeroit exactement par les mêmes degrés de vitesse, elle décriroit outre cela des parties de courbe, égales à celles de l'autre moitié, si elle étoit sollicitée dans sa descente par la même force qu'elle avoit eu contre elle en montant. Les forces étant égales dans les deux cas, l'augmentation de la vitesse se feroit précisément par les mêmes degrés, que la diminution s'étoit faite de l'autre côté. Mais au lieu que dans le premier cas, la force totale étoit la somme de l'impulsion du fluide & de la pésanteur, la force qui agit sur la Planéte en descendant n'est pas la somme de ces deux forces partiales, mais leur différence : car lorsque la Planéte descend, elle va encore rencontrer le fluide ; & l'impulsion qu'elle reçoit se trouve contraire à l'action de la pésanteur. Or, il suit de-là, que la Planéte ne doit pas descendre si vîte qu'elle avoit monté, & qu'outre cela sa route doit être moins pliée vers le Soleil : Les deux moitiés de la courbe seront différentes.

Ceci est aplicable non-seulement aux orbites fixes, le même raisonnement a lieu si l'orbite est mobile ; le même Tourbillon ne satisfait jamais aux deux moitiés, aussi-tôt que du mouvement particulier de la Planéte sur son orbite & du mouvement de la ligne des Apsides, il résulte une courbe dont les deux branches sont égales, de part & d'autre du point où la Planéte s'est trouvée effectivement dans l'Aphélie. Mais, s'il est si difficile ou pour mieux dire, s'il est impossible de concilier le mouvement des Planétes dans un fluide qui est aussi dense que ces Planétes, l'impossibilité est bien plus frapante lorsqu'il s'agit des Cométes. Maintenant, il n'y a plus

qu'une voix fur leur fujet. On a douté long-tems qu'il y en eût de réellement retrogrades: On croyoit pouvoir attribuer au mouvement de la Terre, & ne regarder que comme une fimple aparence optique, leur retrogradation; mais perfonne aujourd'hui ne doute du fait. Il eft certain que les Cométes traverfent dans toutes fortes de fens ces mêmes endroits du Ciel qui font battus, pour ainfi dire, par la marche des Planétes. De près de quarante Cométes dont on en a exactement les Elémens, il y en a dix-fept ou dix-huit qui ont été retrogrades; & quelques unes alloient fi bien en fens contraire, que leur orbite ne faifoit pas avec l'écliptique un angle de plus de vingt degrés: comme celle de 1698, dont l'inclinaifon étoit à peine de douze degrés, celle de 1682 dont l'inclinaifon n'étoit pas de dix-huit, celle de 1472, dont le cours retrograde, ne faifoit pas avec l'écliptique un angle de cinq degrés trente minutes. Ne font-ce pas là des efpéces de radeaux, qui, fans rame, fans voile, fans le fecours d'aucun agent extérieur, iroient en montant contre le courant d'une Riviere infiniment rapide? Ainfi, il faut admettre le vuide dans le Ciel, ou bien une matiere qui faute d'avoir été affectée, ne fait point de réfiftance: l'Aftronome Phyficien ne fçauroit fe difpenfer d'adopter cette conféquence qui devient inconteftable.

Le mouvement des Cométes porte encore un caractère qui marque l'action d'une péfanteur vers un point central & qui ne marque que cette feule action. Outre que les aires parcouruës par le rayon vecteur font continuellement proportionnelles aux tems, la viteffe des Cométes ne dépend nullement de la direction qu'elles fuivent, mais feulement de leur diftance au Soleil. Elles avancent vers un certain côté ou vers un autre, elles defcendent directement vers cet Aftre ou bien elles s'en éloignent, elles marchent fur une ligne oblique ou perpendiculaire à la direction de leur péfanteur;

la Cométe a toujours exactement la même viteſſe, auſſi-tôt qu'elle eſt à la même diſtance du point central. Sa viteſſe eſt toujours à celle qu'auroit une Planéte qui feroit des révolutions exactement circulaires à la même diſtance, comme la diagonale d'un quarré eſt à ſon côté, ou à peu près comme 1414 eſt à 1000. Il ſe paſſe à l'égard de ſon mouvement quelque choſe de ſemblable qu'à celui des Graves qui tombent le long d'un plan incliné ou le long d'une ligne courbe. On ſçait que la viteſſe d'un corps qui tombe obliquement ne dépend pas de la longueur du chemin qu'il a parcouru, ni de la direction ſelon laquelle il ſe meut actuellement; mais ſeulement de la hauteur verticale de laquelle il deſcend. Si le plan qui ſoutient le Grave eſt peu incliné par raport à l'horiſon, il n'y aura qu'une petite partie de la péſanteur abſoluë qui contribuera à faire accélerer la viteſſe du corps qui tombe; mais d'un autre côté la longueur du plan ſera plus grande, l'accélération ſe fera plus long-tems, & la compenſation ne manquera jamais d'être parfaite: en bas le corps aura toujours exactement la même viteſſe quel que ſoit le chemin qu'il tienne. Que le Grave, au lieu de deſcendre ſur un plan, trace une ligne courbe par ſa chute, rien ne ſera encore changé; la viteſſe ſera toujours la même, auſſi-tôt que le corps ne tombera que d'une hauteur déterminée. C'eſt à peu près la même choſe à l'égard des Cométes. Sont-elles parvenuës à la même diſtance du Soleil que la Terre ou que Vénus; il n'eſt pas néceſſaire d'examiner la direction qu'elles ſuivent, ni ſi elles s'approchent du Soleil ou ſi elles s'en éloignent? Elles auront toujours une viteſſe qui ſera à la nôtre le long de l'écliptique ou à celle de Vénus ſur ſon orbite comme 1414 eſt à mille: ce qui indique bien aſſurément une péſanteur continuellement agiſſante vers le Soleil; mais ce qui ne marque nullement l'action d'un fluide tranſlatif.

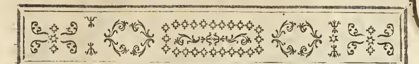
Ce n'eſt pas ſans peine qu'on ſe détache de l'hypothéſe d'un fluide qui tranſporte les Planetes. L'idée en eſt belle par pluſieurs endroits ; elle nous flatte, parce qu'elle nous preſente un immenſe tableau dont nous croyons voir parfaitement la liaiſon de toutes les parties. Nous avons plus d'une raiſon pour aimer une majeſtueuſe ſimplicité dans les Ouvrages de la Nature, comme dans ceux de l'Art : Il nous en coûte trop, lorſque nous entreprenons de nous former une idée diſtincte de tout ce qui eſt un peu compliqué. Mais nous ne devons pas non plus nous y tromper : car comme l'a remarqué Théodore, il y a une ſimplicité dont on ne peut rien attendre & qui n'eſt d'aucune reſſource : Rien n'eſt moins fécond que ce qui eſt trop ſimple. C'eſt ce que prouvent, peut-être, aſſez les différentes raiſons que nous avons alléguées, & ce que prouvent ſans doute encore mieux les efforts inutiles qu'on a fait depuis un ſiécle, en ſe permettant quelquefois bien des fautes de Géometrie & de Méchanique, pour tâcher de faire éclore dans le ſein des loix du mouvement des Phénomènes qu'elles ne pouvoient produire. Combien de fois n'a-t-on pas travaillé inutilement à racommoder les Tourbillons ? Les mains adroites n'y ont pas mieux réüſſi que les mal-habiles ou les plus groſſieres. Tous les Sçavans n'ont pas agi avec la même franchiſe que M. Herman, qui a marqué ſon chagrin par un *utinam* bien expreſſif. * Mais enfin ſi les tentatives peu heureuſes des Deſcartes, des Huguens, des Varignon, des Malebranche, des Bernouilli, des Herman, ne montrent pas encore aſſez l'impoſſibilité de l'entrepriſe, nous avons une connoiſſance plus certaine des faits, qui doit achever de nous décider. Il ne faut que les ſeules

* Voy. la Phoron. pag. 373. *Utinam verò reliqua gravitatis Phœnomena eâdem facilitate in hoc Vorticum ſyſtemate explicare liceret !*

Cométes pour renverſer tout l'édifice de la Phyſique Aſtronomique Cartéſienne ; de même qu'elles ſuffiroient pour briſer entierement les Cieux ſolides des Anciens. Le parallele eſt exact : une de ces idées n'eſt pas actuellement plus recevable que l'autre. Si les Planetes ont beſoin d'un fluide qui les tranſporte, comment les Cométes peuvent-elles aller en ſens contraire?



SECOND



SECOND ENTRETIEN.

On montre dans cet Entretien, que l'Inclinaiſon des Planetes ne peut venir que de ce que les couches d'éther qui les entraînent, & dont le Tourbillon Solaire eſt formé, ne ſe meuvent pas préciſément dans le même ſens; & on fait voir que les changemens les plus conſidérables qu'on apperçoit, ſoit dans les Inclinaiſons, ſoit dans la ſituation des nœuds, ſont cauſés par l'action des couches les unes ſur les autres qui tendent mutuellement par leur friction, à mettre une plus grande conformité dans leurs mouvemens.

LA frugalité de notre repas le rendit plus court; & la Compagnie après s'être repoſée, tarda peu à ſe retirer. Auſſi-tôt que nous nous trouvâmes ſeuls, Théodore prenant la parole nous dit: Qu'il voyoit bien qu'Eugene faiſoit dépendre l'Inclinaiſon des Planetes de la différente obliquité du cours des couches ſphériques, dont le Tourbillon eſt formé. Vous l'avez dit, repartit Eugene; & quoiqu'Ariſte attaché qu'il eſt aux ſeuls ſentimens de M. Deſcartes, ſe ſoit d'abord déclaré contre cette Theſe, il ne peut pas maintenant ſe diſpenſer de l'adopter. Je tremble, je vous l'avoüe, pour nos Tourbillons, répondit Ariſte, & je crains que toute la diſpoſition ne s'en trouve alterée. Vous exagerez votre crainte, repliqua Eugene, & cependant il n'eſt plus tems de le faire: Car

vous êtes convenu que l'Inclinaiſon des Planetes ne peut pas être produite par leurs conjonctions, & que quand même les Planetes ſeroient quelquefois détournées de la direction de l'éther par quelque cauſe paſſagere, elles ſeroient bien-tôt forcées d'y revenir par le choc continuel de ce fluide. Vous ne pouvez pas douter après cela que l'Inclinaiſon dont nous cherchons la cauſe, ne vienne du Tourbillon-même, & que ſes différentes couches ne circulent ſelon différens ſens.

Si vous examinez, par exemple, le petit Tourbillon particulier qui environne la Terre, vous ſerez forcé de reconnoître que la direction de l'éther qui eſt proche de nous, eſt indiquée par le mouvement même de la Terre qui tourne ſur ſon centre en 24. heures, & qu'ainſi l'éther ſe meut ici-bas dans le ſens de l'Equateur. Mais puiſqu'il n'eſt pas moins certain que l'Orbite de la Lune nous montre à peu près la direction qu'a la matiere éthérée à quatre-vingt-dix mille lieuës ou à cent mille lieuës d'ici, il eſt comme démontré qu'il s'en faut beaucoup que toutes les couches du fluide qui circulent autour de nous, ſuivent exactement le même chemin ; & on voit aſſez que ce doit être à peu près la même choſe dans le grand Tourbillon qui environne le Soleil, & qui emporte la Terre & toutes les autres Planetes autour de cet Aſtre.

Au ſurplus, continua-t-il, on reconnoît aiſément que les choſes doivent être ainſi, auſſi-tôt qu'on examine la génération des Tourbillons. Si dans le débroüillement du Cahos, toutes les parties de matiere qui forment chaque couche Sphérique, ont dû s'accorder à ſe mouvoir préciſément dans le même ſens, les différentes couches n'ont pas pû s'aſſujettir de la même maniere à ſuivre exactement la même direction. Les parties de la même couche ſont expoſées à ſe heurter ſans ceſſe, tant qu'elles ne décrivent pas des cercles parfaitement paralleles ; de ſorte que c'eſt par le choc, qu'elles s'obligent à ne ſuivre qu'un ſeul chemin, qu'une direction moyenne ou compoſée,

qui résulte de la composition des mouvemens particuliers qu'elles avoient toutes. Mais comment voulez-vous ensuite que les couches se sollicitent à embrasser toutes la même direction ? Elles ne le peuvent faire que par leur frotement ou leur friction mutuelle : mais ce frotement ne peut être que très foible dans une matiere aussi fluide que l'éther. Je ne dis pas que dans la premiere institution des Tourbillons, lorsque les couches circuloient d'abord dans des sens très-différens, le frotement ne fût capable d'effet plus considérable, & qu'il ne fit diminuer par des degrés très-sensibles l'obliquité des directions. Mais à présent ce ne doit plus être la même chose : Car la friction mutuelle des deux couches doit être moindre à mesure que leurs mouvemens deviennent plus conformes. Outre cela, il s'est pû faire dans les parties même de l'éther quelque changement, qui contribuë encore à la diminuer; c'est ce qui est peut-être cause qu'il est si difficile de découvrir des vestiges de cette friction, maintenant que la machine de l'Univers est comme parvenuë depuis plusieurs siécles à un certain état de permanence. Ainsi, vous voyez que les Planetes n'ont différentes Inclinaisons, que parce que les couches du grand Tourbillon ne circulent pas exactement dans le même sens ; vous voyez encore que cette diversité de directions dans l'éther, vient originairement du désordre ou du dérangement où étoit d'abord la matiere ; & de ce que l'action des couches les unes sur les autres, n'a pas été assez forte, pour mettre une parfaite conformité dans leurs mouvemens.

J'entre à la fin dans vos raisons, reprit Ariste ; il me paroît tout comme à vous, que si les couches de la matiere éthérée étoient séparées par des surfaces infiniment polies, elles ne pourroient jamais influer sur le mouvement les unes des autres ; puisqu'en suivant chacune leur direction, elles glisseroient l'une sur l'autre, sans se faire la moindre résistance. Mais aussi-tôt que leurs

ſurfaces ne ſeront pas parfaitement polies, & qu'elles ſeront ſujettes au moindre petit engrainement, la friction mutuelle des parties d'éther qui les compoſent, les aſſujettira peu à peu à ſuivre le même chemin. C'eſt de cette ſorte que la matiere de tous les Tourbillons a pû s'accorder à circuler à peu près dans le même ſens; & ce doit être encore là le grand principe de tous les changemens qui arrivent dans leurs circulations; puiſque les couches dont ils ſont formés, ne peuvent agir les unes ſur les autres que par cette ſeule voye.

Ce principe, pourſuivit-il, dans le moment-même que je vous parle, me dévoile, ou je ſuis le plus trompé du monde, la cauſe de je ne ſçai combien de miſtéres d'Aſtronomie & de Phyſique. Je puis, par exemple, par ſon moyen, ſans même porter ma vûë au-dehors du petit Tourbillon particulier qui nous renferme, expliquer comment s'eſt pû faire le changement d'obliquité que pluſieurs Aſtronomes prétendent qu'a ſouffert l'écliptique par raport à l'Equateur. J'avois toujours trouvé quelque obſcurité dans un endroit des Principes de M. Deſcartes, où ce grand Philoſophe en parlant de l'axe de la Terre, dit en ces termes * que j'ai encore préſens à l'eſprit: *Interim tamen, quia duæ converſiones Terræ, annua ſcilicet & diurna, commodiùs peragerentur, ſi fierent circa axes parallelos, cauſſæ hoc impedientes paulatim utrimque immutantur; undè fit, ut ſucceſſu temporis declinatio Eclipticæ ab Æquatore minuatur.* Je reconnois maintenant que l'écliptique ne peut guéres changer de ſituation: car il faudroit une cauſe bien puiſſante pour détourner la Terre de la route qu'elle ſuit en circulant autour du Soleil; & d'ailleurs les changemens qu'on croit avoir aperçûs dans la latitude de quelques étoiles fixes, ne s'accordent pas aſſez entre eux, pour juſtifier ce détour. Mais il me paroît que l'Equateur doit être beaucoup plus variable, puiſqu'il réſulte du mouvement journalier de la Terre ſur ſon propre centre, & qu'il s'en faut beaucoup que ce mouve-

* CLVI. Part. tert. Princ. Philoſ.

vement ne se fasse dans le même sens que tournent autour de nous toutes les différentes couches d'éther qui nous environnent. Il y a bien de l'aparence que vers les limites de notre Tourbillon particulier, les couches d'éther se meuvent dans le même plan que celles du Tourbillon Solaire. Mais si l'on considére un point de notre Tourbillon, moins éloigné, si l'on descend jusques à la Lune, on trouvera, comme vous venez de nous le faire remarquer, que la matiere éthérée ne se meut plus dans le même sens, & que l'obliquité est de plus de cinq degrés; & si l'on descend encore plus bas, si l'on vient jusqu'à la Terre, on verra que la différence des directions est encore plus grande, & qu'elle va à près de 23. degrés & demi. Or supposant que la friction mutuelle des parties d'éther soit capable de quelque effet, il est certain qu'elle ne peut pas travailler à assujettir peu à peu toute la matiere de notre Tourbillon particulier à se mouvoir précisément dans le même sens, sans tendre à faire changer aussi de situation à l'Equateur de la Terre, & à le rendre moins oblique par raport à l'écliptique. Ce ne sera, je le sçai bien, qu'après une longue suite de siécles que ces deux cercles se confondront : mais pour peu qu'on reconnoisse la cause qui fait diminuer l'obliquité, on ne craindra pas avec quelques Philosophes, que ce premier changement puisse être suivi d'un autre, qui se fasse en sens contraire. C'est pourquoi lorsque la chose sera une fois arrivée, les hommes joüiront d'un perpétuel équinoxe.

Je m'applaudis fort, interrompit Eugene, de vous voir ainsi commenter M. Descartes, & je reconnois avec plaisir par le *commodiùs conversiones peragerentur*, que ce Philosophe a fait attention au principe que nous employons. Au reste, je suis très-convaincu que si l'Inclinaison de l'Equateur par raport à l'écliptique, a souffert effectivement quelque diminution, il n'est pas possible d'en assigner une autre cause. La Terre tournant tous les

jours sur son propre centre, doit tendre à le faire continuellement dans le même sens, par ce principe de Physique ou plûtôt de Métaphysique, que chaque chose persiste dans sa maniere d'être. C'est pourquoi si la Terre ne fait plus ses circulations journalieres selon la même direction qu'elle les faisoit autrefois, il faut absolument que ce soit le fluide qui nous environne qui produise le changement, & il ne le peut faire que par voye de friction. Mais si vous le voulez, nous prendrons les choses de plus loin; nous examinerons d'une façon particuliere les effets du frotement; & afin de ne pas mêler si souvent la Terre avec le Ciel, nous apliquerons d'abord nos remarques au grand Tourbillon dont le Soleil est le centre.

Je supose que ACBED *fig.* 5. représente une sphére qui circule de C vers E & vers D sur les deux poles A & B; de sorte que le grand cercle CED qui est autant éloigné d'un pole que de l'autre, marque la direction précise du mouvement. Cette sphére est renfermée dans une autre qui est creuse, qui la touche dans tous les points de sa surface, & qui tournant sur le pole L, a le cercle CMD pour équateur & pour direction de son mouvement. Cette seconde Sphére doit être ici considérée comme transparente, & comme je ne puis pas la représenter, c'est à votre imagination à y supléer. Je prends maintenant au hazard un point G sur la surface convexe de la premiere Sphére; & je considére que pendant qu'il parcourt dans un tems infiniment petit, le petit espace GH qui est une portion du parallele FGK par tout également éloigné du pole A, le point G de la Sphere extérieure parcourt autour du pole L le petit espace GO. D'où il suit que ces deux points qui se touchoient, se meuvent l'un par raport à l'autre de la quantité OH, puisque c'est de cette quantité dont ils s'éloignent, pendant qu'ils parcourent les petits espaces GH & GO. C'est-à-dire donc que pendant que le

point G de la Sphére intérieure fait le petit chemin GH, il doit recevoir le même frotement que s'il demeuroit en repos en H, & que si le point correspondant de l'autre Sphére avançoit de H vers O. Mais que doit-il arriver de ce frotement? Il est clair que le point G de la Sphére intérieure sera sollicité à avancer de la quantité HO, & que si la friction n'est pas assez puissante pour lui faire parcourir tout ce petit espace, elle tendra au moins à lui en faire parcourir une partie HQ. Ainsi vous voyez que pendant que le point G de la surface convexe de la premiere Sphere tend par sa propre vélocité à parcourir GH, le frotement qu'il souffre de la part du point G de la surface concave de l'autre Sphere, tend à lui faire prendre le petit détour HQ : Et si l'on compose ou si l'on réünit ces deux mouvemens, il se trouvera que tout bien compté, le point G qui tendoit d'abord à parcourir GH, tend maintenant à parcourir GQ.

Cela est évident, interrompit Théodore; & je vois par la même raison que le point G de la Sphere extérieure, au lieu de suivre GO, tend à cause de la friction qu'il reçoit, à parcourir GR; parce que la Sphere intérieure se meut par raport à l'extérieure de O vers H, & tend par le frotement qu'elle produit, à causer le petit détour OR dans le mouvement GO du point G. Je vois aussi qu'on peut dire la même chose de tous les autres points des deux Sphéres. Ainsi, il est certain que la diversité qui se trouve dans leur direction, doit disparoître peu à peu; puisque l'angle HGO de l'obliquité se réduit à l'angle QGR qui est plus petit, ou qu'au moins il s'y réduiroit si la diminution d'obliquité étoit exactement la même dans tous les autres points des deux surfaces sphériques. Il ne resteroit plus, ajouta-t-il, qu'à donner une certaine forme à ce raisonnement pour en faire une démonstration exacte du principe que vous avez supposé, & dont Ariste a même déja voulu faire usage; que dans l'hypothese des Tourbillons, la friction travaille continuellement

à mettre une plus grande conformité dans le mouvement de toutes les couches.

C'eſt ce qui n'avoit pas grand beſoin de démonſtration, reprit Eugene ; mais ſi vous le voulez, nous allons continuer notre examen. Je demande ſur quel point ſe fera le changement de directions de nos Spheres ; c'eſt-à-dire, que je veux ſçavoir ſi, lorſque l'angle de l'obliquité ECM formé par les deux équateurs des deux Sphéres, ſe réduit à un angle plus petit, tel que *e c m*, les nouveaux équateurs ſe coupent toujours dans les mêmes points C & D ; ou s'ils ſe coupent dans quelques autres. Je demande en un mot ſi pendant que l'Inclinaiſon diminuë, les nœuds mutuels conſervent la même place, ou s'ils ont quelques progrès ? Mais, répondirent Théodore & Ariſte, il y a bien de l'aparence qu'ils doivent avancer dans le même ſens que tournent les Sphéres. Je le croyois d'abord comme vous, reprit Eugene : Cependant après y avoir ſérieuſement penſé, j'ai reconnu qu'ils n'ont aucun mouvement.

Pour vous en convaincre, vous n'avez qu'à conſidérer deux à deux les points des deux Spheres ; examinez en même-tems le mouvement du point G & celui du point *g*, où ſe coupent encore les deux cercles FIK & YNX. Le point G de la Sphére intérieure tend à ſuivre GQ, & le point *g* tend dans la même Sphere à ſuivre *g q* ; parce que la friction à laquelle il eſt ſujet, produit le petit détour *h q* dans ſon mouvement *g h* ; en même-tems que la friction que ſouffre le point G, produit les détours HQ dans ſon mouvement GH. Il n'eſt pas néceſſaire que je diſe que les détours HQ & *h q* ſont exactement égaux, de même que les petits eſpaces GQ, & *g q* ; Car les points G & *g* ſont expoſés à des frictions parfaitement égales, à cauſe de la conformité de leur ſituation. Mais puiſque les points G & *g* tendent à parcourir les petits eſpaces GQ & *g q*, nous n'avons qu'à prolonger leurs directions juſques à ce qu'elles

qu'elles se rencontrent, & si nous composons ensuite leurs mouvemens, nous sçaurons ce qui doit résulter de leur commun effort. Ces directions prolongées se coupent en S, qui est également éloigné de G que de *g*, & qui répond au Méridien ALIMB, qui passe par les poles des deux couches, & qui mesure l'angle de l'Inclinaison ECM, en passant par les points de limite E & M. Outre cela les deux directions GST & *s g*, sont situées de la même maniere de part & d'autre du plan de ce Méridien. Ainsi, si nous les composons, en faisant attention que les quantités de mouvement GQ & *g q*, sont parfaitement égales, il résultera une direction moyenne SV, qui conpera par la moitié l'angle *g*ST que font les deux directions, & qui sera perpendiculaire au plan du Méridien ALEMB. C'est-à-dire donc, que si chaque points G & *g* tend, pris séparément à suivre une direction oblique par raport au Méridien, ils tendent cependant joints ensemble à se mouvoir selon un sens perpendiculaire au plan de ce cercle; parce que leurs obliquités se détruisent mutuellement. Or comme c'est la même chose de tous les autres points de la Sphere ACEDB, il est évident que si cette Sphere change de direction dans ces révolutions; que si elle se meut selon C*e*D, au lieu de le faire selon CED, son mouvement se fera toujours perpendiculairement au plan du même Méridien AEB. Le nouvel équateur C*e*D, passera donc par les mêmes points C & D, qui sont les poles de ce Méridien: Et comme on peut prouver de la même maniere que le nouvel équateur C*m*D de la Sphere extérieure sera également perpendiculaire au Méridien AEB, il faudra qu'il passe aussi toujours par les mêmes points C & D; d'où il suit que les nœuds mutuels ne seront sujets à aucun changement.

Voilà, dit Ariste, une espéce d'emblême, dont il est maintemant aisé de faire l'aplication. Vos Spheres intérieures & extérieures représentent les différentes couches dont les Tourbillons sont formés; elles nous mon-

trent que deux couches qui se touchent immédiatement, doivent conserver leurs nœuds mutuels: D'où il suit que les Orbites de deux Planetes voisines, comme Saturne & Jupiter, doivent toujours se couper dans les mêmes endroits. Mais ce ne sont que les nœuds mutuels qui doivent être ainsi immobiles ; ces nœuds qui sont vers le septiéme degré du Lion & du Verseau. Car tous les autres points des deux Orbites étant sujets à changer, il est évident qu'elles couperont sans cesse l'écliptique dans différens endroits, & qu'ainsi ces derniers nœuds qui sont les seuls que les Astronomes ayent coûtume d'observer, auront un mouvement continuel. Ce que vous dites, reprit Eugene, de l'immobilité des nœuds mutuels, seroit exactement vrai, si le mouvement de chaque couche n'étoit pas altéré en même-tems par la friction des couches qui sont au-dessus & au-dessous ; ce qui apporte de la complication dans tous les changemens qu'elle reçoit. Mais c'est ce que vous verrez beaucoup mieux en jettant les yeux sur la figure que voici, qui représente le Zodiaque comme étendu & dévéloppé.

* Voyez la Planche qui est à la fin de ces Entretiens, Fig. 6.

J'ai tracé dans cette figure *, continua-t-il, les routes de toutes les Planetes, & même aussi la route des taches du Soleil. Toutes ces routes paroissent ici courbes, mais leur corbure ne vient que de la façon dont j'ai fait le dévéloppement; j'ai voulu rendre droite la route de la Terre. Une autre chose dont je dois vous avertir, c'est que j'ai beaucoup éxagéré l'Inclinaison des Planetes, afin de rendre la figure moins confuse, & elle ne l'est encore que trop : mais cela n'empêche pas qu'elle ne puisse représenter tous les nœuds également bien. Cela supposé, si nous cherchons vers le septiéme degré du Lion l'intersection M des Orbites de Saturne & de Jupiter; nous verrons que si la friction mutuelle que se font les couches d'éther qui transportent ces deux Planetes, est capable d'action, elle doit faire retarder par raport aux Etoiles fixes, les nœuds de Saturne, & faire

diminuer ſon Inclinaiſon. Car la friction tendant à faire approcher les deux Orbites l'une de l'autre, ou à diminuer l'angle PMN qu'elles forment en M, elle ne peut pas produire en cela le moindre effet, ſans donner une ſituation comme M *n* à l'Orbite de Saturne, & une ſituation M π à celle de Jupiter ; ce qui rendroit plus petite l'Inclinaiſon de Saturne par raport à l'écliptique, & ce qui feroit en même-tems paſſer ſon nœud de N en *n*. Mais nous ne pouvons rien ſtatuer ſur cet article ; parce que ne ſçachant pas qu'elle eſt la direction des couches d'éther ſupérieures, nous ignorons ſi elles contribuent à augmenter cet effet, ou à le détruire, ou à en produire un contraire. Cependant pluſieurs Aſtronomes, comme Logomontanus & M. Boüillaud font retarder conſidérablement les nœuds de cette Planete ; & dans ce cas ſon Inclinaiſon iroit en diminuant. M. Boüillaud, comparant quelques obſervations faites de ſon tems avec celle de Tycho, & avec une autre faite à Athenes 1085 ans auparavant, trouve que le nœud avance par an de 26 ſecondes ; mais c'eſt par raport au point mobile des équinoxes, qui retarde, comme vous le ſçavez, par raport aux Etoiles fixes d'environ 51 ſecondes. Ainſi, quoique le nœud avance par raport au point de l'équinoxe, il retarde réellement, & il le fait de 25 ſecondes. Si ce retardement a lieu, la diminution annuelle de l'Inclinaiſon doit être d'environ 4 ſecondes : C'eſt ce qu'on trouve en réſolvant le triangle Sphérique N M *n*.

Mais, reprit Ariſte, vous pouvez beaucoup mieux juger du changement que doit ſouffrir l'Orbite de Jupiter ; puiſque vous ſçavez la direction de Saturne qui eſt au-deſſus, & celle de Mars qui eſt au-deſſous. Cependant, comme il me paroît ſur votre figure que les Orbites de ces deux Planetes ſont ſituées de différens côtés par raport à celles de Jupiter, les effets doivent être contraires, & il doit être difficile de déterminer lequel peut prévaloir. Je n'en diſconviens pas, répondit

Eugene ; mais on ne laiſſe pas néanmoins de voir par plusieurs raiſons que la couche d'éther qui entraîne Mars, doit plus agir ſur le mouvement de Jupiter, que n'agit celle qui entraîne Saturne. D'abord Jupiter eſt beaucoup plus proche de la premiere de ces Planetes que de l'autre. Mais outre cela la ſituation particuliere du nœud mutuel Q de Jupiter & de Mars, contribuë encore à rendre l'action plus conſidérable, au moins par raport au mouvement du nœud P de l'Orbite de Jupiter & de l'écliptique. Les couches d'éther qui tranſportent Mars autour du Soleil, tendent à faire prendre à l'Orbite de Jupiter la ſituation Q p, qui paſſe toujours conformément à ce que nous avons démontré, par le nœud mutuel Q; & d'un autre côté les couches d'éther qui entraînent Saturne, & dont la direction coupe l'Orbite de Jupiter au point M, tendent à faire prendre à cette même Orbite la ſituation M π. Mais quand même ces couches ſupérieures & inférieures qui tranſportent Saturne & Mars, ſuſpendroient à peu près leurs effets par raport à l'Inclinaiſon de Jupiter, qu'elles tendent à altérer en ſens contraire, elles ne le ſuſpendroient pas également par rapport à la ſituation du nœud P. Car ſi l'angle du changement PQp produit dans l'Orbite PQ par l'action des couches inférieures, eſt égal à l'angle PMπ produit en ſens contraire par les couches ſupérieures, le retardement P p produit par les premieres couches, ſera plus grand que le progrès Pπ cauſé en ſens contraire dans le même nœud par les ſecondes ; & cela dans le même raport que le ſinus de la diſtance QP eſt plus grand que le ſinus de la diſtance PM. C'eſt pourquoi l'Inclinaiſon de Jupiter par raport à l'écliptique peut fort bien ne point changer ; parce que les couches ſupérieures & inférieures ſe font mutuellement obſtacle à cet égard ; mais cela n'empêche pas que le nœud ne doive aller de P vers p, & retarder par raport aux Etoiles fixes ; ce qui s'accorde avec le ſentiment de preſque tous les Aſtronomes.

Tout ceci, continua encore Eugene, feroit fufceptible de différentes recherches Géométriques ; mais ce n'eft point ici le lieu de vous rendre compte de toutes les difcuffions dans lefquelles je fuis entré ; c'eft affez que je vous expofe mes vûës générales. Si l'on examine de la même maniere le mouvement des autres Planetes, on verra que l'Inclinaifon de Mars doit un peu diminuer, & que ces nœuds doivent néceffairement avancer par raport aux Etoiles fixes. Que ceux de Vénus doivent au contraire retarder, mais que fon Inclinaifon peut demeurer dans le même état, parce que fi les couches inférieures d'éther tendent par leur friction à la faire augmenter, les fupérieures tendent en même-tems à la faire diminuer. Quant à Mercure fon Inclinaifon doit diminuer un peu, & fes nœuds doivent avancer avec moins de lenteur que ceux des autres Planetes ; ce qui fe trouve confirmé par toutes les obfervations. Enfin, le chemin que fuivent les taches du Soleil, doit auffi changer un peu de direction ; fon obliquité doit diminuer, & fes nœuds doivent néceffairement retarder par raport aux Etoiles. Voilà les effets que doit avoir la friction, fupofé qu'elle foit capable d'en avoir.

Je pourrois, pourfuivit-il, pour donner du poids à ce que j'avance, alléguer le fentiment des Aftronomes qui m'eft favorable dans prefque tous les points. Mais il faut l'avoüer, que le défaut des Obfervations anciennes fait que la Phyfique eft beaucoup plus en état de nous inftruire dans cette rencontre que ne l'eft l'Aftronomie. Il eft vrai, dit Théodore, que nous ne pouvons guéres compter fur l'exactitude des Obfervations faites avant Tycho. C'eft de quoi fe plaignoit Képler ; & comme fa Phyfique n'alloit pas tout-à-fait fi loin que vous prétendez que va la vôtre, il laiffoit à la poftérité à prononcer fur toutes ces chofes. *Cùm igitur deftituamur idoneis obfervationibus Antiquitatis, cogit nos ipfa rei conditio, hanc difputationem, ut multa alia, relinquere pofteritati.* Il faut

donc avoüer, continua-t-il en fouriant, que vous ne travaillez pas ici comme les autres Phyficiens, à expliquer des faits connus; mais que vous nous donnez des efpéces de Prophéties, en nous annonçant comment les chofes doivent arriver dans les fiécles futurs les plus éloignés; c'eft-là prétendre enchaîner l'avenir. Mais malheureufement les changemens dont il s'agit, fe font avec une lenteur qui eft capable d'impatienter, & pour que vos prédictions foient vérifiées, il faut que le Monde ait encore une durée extrêmement confidérable: *Si quidem*, pour me fervir une feconde fois des termes de Képler, qui croyoit toujours bonnement que toutes ces chofes ne pouvoient être fçûës que par les Obfervations poftérieures; *fi quidem Deo placuerit juftum humano generi fpatium temporis in hoc mundo indulgere, ad refidua ifta perdifcenda.* Il eft certain que vous ne pouviez pas foumettre votre Phyfique à une épreuve dont vous euffiez moins à craindre.

Je m'aperçois, repliqua Eugene, que les réfléxions que j'ai faites ne font pas abfolument mauvaifes; puifqu'au lieu de les combattre par des raifons, vous vous contentez de vous divertir de la trop grande hardieffe avec laquelle vous feignez que je les avance. Mais raillez tant qu'il vous plaira, je crois vous avoir prouvé dans l'hypothéfe des Tourbillons, que fi les Orbites des Planetes changent de place, & que fi elles en changent d'une façon uniforme, fans le faire par fault, ni tantôt dans un fens & tantôt dans un autre, ce qui montreroit que les conjonctions y auroient part, cela ne peut venir que de ce que les couches d'éther altérent réciproquement leurs directions, en tendant par leur friction à mettre une plus grande conformité dans leurs mouvemens. Il n'en eft pas du changement d'Inclinaifon des Planetes, ni du progrès de leurs nœuds, comme du mouvement de leur Aphélie & de leur Périhélie. Un leger défaut de commenfurabilité entre la durée des révolu-

tions, & l'efpece du mouvement d'ofcillation par lequel chaque Planete tantôt s'approche & tantôt s'éloigne du Soleil, fuffit pour faire changer de place à la ligne des Apfides. Mais auffi-tôt que l'Inclinaifon augmente ou diminuë, & que les nœuds fe meuvent; il faut néceffairement que toute l'Orbite change de place, & que la Planete fe détourne de fa direction vers la droite ou vers la gauche, pour circuler dans un autre plan; & il eft certain qu'un pareil détour ne peut être caufé que par un agent extérieur; qui pouffe de côté avec force.

Au furplus, je ne vous affirme point encore que la friction produife actuellement des effets fenfibles. Elle en a fans doute produit autrefois; autrement il y auroit beaucoup plus de diverfité que nous n'en remarquons dans le cours de toute la matiere célefte dont les Tourbillons font formés: Mais fi les couches d'éther peuvent fe mouvoir maintenant fans agir fenfiblement l'une fur l'autre, par leur frotement mutuel, leurs directions ne feront pas fujettes à être altérées, & les Orbites des Planetes feront immobiles, à ces accidens près dont nous avons parlé, qui fe doivent faire tantôt dans un fens & tantôt dans un autre, & qui font caufés par les conjonctions. Ne foyez point étonné, interrompit brufquement Arifte, fi Théodore n'approuve pas la mobilité que vous attribuez aux Orbites. Vous devez vous reffouvenir qu'il ne peut pas manquer de foutenir que tout le Syftême Planétaire n'eft fujet qu'à très-peu de changement, puifqu'il ne juge de l'immobilité même des Etoiles fixes, que parce qu'elles confervent à peu près la même fituation par raport aux principaux points de ce Syftême. M. Newton n'avoit-il pas dit vers le commencement de fon troifiéme Livre, * *Quiefcunt etiam ftellæ fixæ, propterea quod datas ad Aphelia nodofque pofitiones fervant.* Il imite un Nautonnier qui ayant fait plufieurs fois le voyage de la Jamaïque en Angleterre,

* Corol. I. Prop. XIV.

au lieu de conclure qu'il a toujours fait à peu près le même chemin, puiſqu'il a toujours paſſé proche de la Bermude, concluëroit au contraire que cette Iſle n'a du tout point changé de place, parce qu'il l'a toujours trouvé vers le même endroit de ſa route. Mais vous tardez trop à reprendre le fil de votre diſcours : Je crois qu'en nous parlant des Planetes, vous avez paſſé de Mars à Vénus en oubliant la Terre. Elle eſt cependant une des plus conſidérables ; & celle, je m'imagine, pour laquelle vous prenez le plus d'interêt.

Nous y ſommes trop attachés, malgré toute notre Philoſophie, répondit Eugene, pour que nous puiſſions l'oublier ſi aiſément. Je ne l'ai au contraire laiſſée là derriere que pour vous en entretenir plus au long. Il eſt très-ſingulier, que preſque tous les Aſtronomes prétendent en même-tems, que les Orbites des Planetes changent de place, & que celle de la Terre ſoit toujours la même ; quoiqu'elle doive être naturellement dans le même cas que toutes les autres. D'où lui viendroit cette exception ? Il eſt vrai qu'elle eſt comme placée au milieu; mais ſi elle eſt ainſi ſituée, il s'en faut beaucoup, qu'eu égard à l'Inclinaiſon, elle ſuive une direction moyenne : C'eſt elle au contraire & Mercure, qui s'écartent le plus de la route commune. Supoſé donc que les Orbites de toutes les Planetes ſoient mobiles, ce qui ne peut pas manquer d'arriver, ſi leurs nœuds ont quelque mouvemens, il eſt inconteſtable que l'écliptique, ou que le chemin que fait la Terre autour du Soleil, ſouffre auſſi quelque mutation ; & qu'ainſi les latitudes des Etoiles ne ſont pas abſolument conſtantes. Il y a même lieu de croire que la route de la Terre eſt encore plus variable que les Orbites des autres Planetes ; & il ſuit de-là que ſi l'on obſerve quelque variation dans les nœuds de ces dernieres, il doit y en avoir auſſi néceſſairement dans l'Orbite de la Terre. Au reſte, comme le changement ne peut être cauſé que par l'action des couches d'éther qui

ſont

ſont au-deſſus & au-deſſous de celles qui nous emporte autour du Soleil, & que nous pouvons juger de la direction de ces couches par le chemin que ſuivent Vénus & Mars ; il ſuffit de jetter les yeux ſur notre figure ; pour voir que les deux points A & B, ſur leſquels le changement ſe peut faire, ſont ſitués vers le commencement de *Gemini* & d'*Arcitenens*. C'eſt pourquoi les Etoiles qui ſont vers ces deux points, doivent toujours conſerver leur même latitude ; & ce ſont celles qui ſont ſituées vers le commencement des Signes de *Virgo* & de *Piſces*, qui doivent en changer le plus.

Il eſt vrai, pourſuivit Eugene, que Tycho & quelques autres Aſtronomes ont déja ſoutenu que l'écliptique étoit ſujet à changer ; mais ils s'imaginoient que c'étoit ſur le point des équinoxes, ne faiſant pas attention que ces points ſont purement accidentels ; & que s'ils dépendent de la ſituation de l'écliptique, ils dépendent autant de celle de l'équateur qui n'a aucun raport immédiat avec cet autre cercle. En effet, que la Terre tourne dans un certain ſens ou dans un autre, ſur ſon propre centre, pendant qu'elle eſt entraînée autour du Soleil par le grand Tourbillon ; cela peut-il cauſer quelque changement dans cette derniere route, ſurtout ſi le mouvement qu'elle a ſur ſon propre centre, différe beaucoup de celui qu'a vers ſes limites le petit Tourbillon dans lequel elle eſt renfermée ? Mais on ſera ainſi toujours ſujet à ſe tromper dans l'Aſtronomie, tant qu'on n'aura point recours aux lumieres de la Phyſique, pour diſtinguer les choſes qui dépendent immédiatement les unes des autres, de celles qui n'ont que des raports éloignés. Il ſuffit de conſidérer ici la détermination des différentes couches du Tourbillon Solaire, pour voir que ſi l'écliptique change de place, ce ne peut être que parce que les couches ſupérieures & inférieures à celles qui nous entraîne, conſpirent également à nous faire embraſſer un chemin plus approchant de celui qu'elles tiennent. D'un autre côté,



il eſt également clair, ſur ce que nous avons prouvé ci-devant, que le changement ne ſe peut faire que ſur les points A & B, que nous avons déja indiqués, vers leſquels les directions de ces couches rencontrent la direction que nous ſuivons.

Aparemment, dit Ariſte, que ce n'eſt que la prévention où l'on a été pour les points des équinoxes, qui a principalement empêché qu'on n'ait déja prononcé d'une maniere déciſive ſur la mutabilité ou l'immutabilité de l'écliptique. On s'eſt attendu à trouver un plus grand changement dans la latitude des Etoiles, qui ſont ſituées vers les points des ſolſtices, & un moindre dans celles des Etoiles qui ſont vers le commencement d'*Aries* & de *Libra*; au lieu que c'eſt tout le contraire : & cela a fait attribuer aux Obſervations défectueuſes des Anciens, toutes les différences qu'on a aperçûës. Maintenant que j'y penſe, M. Boüilaud & le P. Riccioli ſont tombés dans cette erreur. Pour nous, ſi nous ne voulons pas décider abſolument la queſtion, nous pouvons au moins mettre la poſtérité en état de le faire aiſément : C'eſt un ſervice que nous ne ſçaurions lui refuſer, puiſque ce n'eſt que de nous qu'elle peut le recevoir. Nous n'avons qu'à obſerver dans la derniere préciſion la latitude d'un certain nombre d'Etoiles, ſituées dans les endroits où ſe doivent faire les plus grands changemens. J'approuve fort votre penſée, reprit Eugene; le cœur du Lion, *Regulus*, & *Fomaham* ſont à peu près dans la ſituation que vous demandés. M. de la Hire donne 27′. 6″ de latitude Boreale à la premiere de ces Etoiles, & 21°. 5′. 23″ de latitude Auſtrale à la ſeconde : Ainſi nos Neveux n'auront qu'à vérifier ces deux diſtances. *

* Voyez les Remarques, num. (1)

Ce n'eſt que de cette ſorte, continua Eugene, qu'on pourra démêler les différentes cauſes qui font varier l'obliquité de l'écliptique par raport à l'équateur. Vous voyez que le changement eſt compliqué : L'écliptique ne conſerve pas la même ſituation, & l'équateur en

change aussi; mais la variation totale doit être moins considérable, parce que les changemens particuliers se font en sens contraires. Comme dans le petit Tourbillon particulier qui environne la Terre, les couches supérieures se meuvent à peu près dans le sens de l'écliptique, elles travaillent sans cesse à diminuer l'obliquité du mouvement des couches inférieures; ce qui ne se peut pas faire, sans que l'équateur de la Terre ne s'aproche un peu de l'écliptique, ainsi que vous l'avez vous-même expliqué. Mais si vous jettez les yeux sur notre Zodiaque, vous verrez que dans le grand Tourbillon qui nous entraîne avec toutes les Planetes autour du Soleil, la friction des différentes couches tend à aprocher de l'étoile R, qui est *Regulus*, l'écliptique, ou la route que trace la Terre: & il est évident que l'écliptique ne peut pas s'aprocher de cette Etoile, dont la latitude & la déclinaison sont Septentrionales, sans s'éloigner en même tems de notre équateur. Ainsi, si l'obliquité n'est pas la même qu'elle a été autrefois; & si l'on y a déja observé une diminution de 23 ou 24 minutes, c'est une marque que le Tourbillon particulier de la Terre a plus fait avancer l'équateur vers l'écliptique, que le Tourbillon Solaire n'a fait reculer ce dernier cercle. C'est aussi ce qui s'accorde parfaitement bien avec la constitution particuliere des deux Tourbillons : car comme les couches dans le petit circulent, ainsi que nous l'avons déja remarqué, selon des directions plus différentes; leur friction doit produire des accidens plus marqués, & l'équateur doit être maintenant beaucoup plus sujet à recevoir du changement que l'écliptique.

Fin du second Entretien.

REMARQUES
SUR LE SECOND ENTRETIEN.

Du changement de situation de l'Ecliptique.

(1) IL ne sera pas vraisemblablement nécessaire d'attendre long-tems, pour que les Observations nous aprenent ce que nous devons penser du mouvement de l'Ecliptique & de la cause de ce mouvement. Nous nous bornerons à discuter ici si les circonstances du changement sont conformes au systême de la Gravitation universelle ou à celui d'un Tourbillon formé d'un fluide qui transporte les corps céleștes. Supofé que la Terre tende à conformer sa direction sur celle des autres Planetes & que cette conformité soit procurée par l'action continuelle des couches de la matiere éthérée les unes sur les autres, l'Ecliptique doit changer de place sur les deux points A & B. Cette action des couches, comme nous l'avons démontré, ne tend qu'à diminuer leur inclinaison réciproque, sans faire avancer ni reculer leurs nœuds. Ainsi, selon l'hypothése adoptée par nos deux Cartésiens, les Etoiles R & F, *Regulus* & *Fomaham* doivent perdre un peu de leur latitude par le changement de situation de l'Ecliptique qui s'aproche de ces Etoiles.

Voyons maintenant si c'est la même chose lorsqu'on admet les attractions. Nous avons déja vû combien ces deux systêmes s'écartent l'un de l'autre dans les effets qu'ils peuvent produire. La Gravitation universelle étant admise, c'est principalement Saturne & Jupiter qui doivent contribuer à troubler le mouvement de la Terre par

leur grande maſſe & par la combinaiſon de leurs efforts qui s'ajoûtent ou ſe réüniſſent ; parce que leurs deux orbites ſont preſque ſituées de la même maniere par rapport à l'Ecliptique. Mais au lieu que cette derniere ligne tournoit ſur les points A & B, elle doit en vertu de la péſanteur de la Terre vers Jupiter & vers Saturne, tourner ſur les points C & D qui ſont éloignés des nœuds de Jupiter & de Saturne d'environ 90 degrés, & l'Inclinaiſon doit au contraire reſter ſenſiblement la même. La moitié DC de l'Ecliptique doit avancer un peu ſur l'hémiſphére auſtral, & l'autre moitié CD ſur l'hémiſphere boréal, pendant que l'arc qui méſure les Inclinaiſons & qu'il faut concevoir ſitué perpendiculairement entre le point C de l'Ecliptique & les Orbites de Jupiter & de Saturne, aura toujours ſenſiblement la même grandeur. En un mot dans le ſyſtême de la Gravitation univerſelle, l'Ecliptique doit prendre la ſituation que nous avons repréſentée dans la figure 6 par une ligne ponctuée qui ne différe guéres de la ligne droite & qui paſſe par les points D & C. Ainſi, les latitudes de Regulus & de Fomaham, au lieu de diminuer doivent recevoir quelque augmentation ; ce qui nous fournit effectivement le moyen de ſoumettre les deux ſyſtêmes au Tribunal de l'expérience, en obſervant dans quel ſens les latitudes des Etoiles, dont il s'agit, ſont ſujettes à changer.

Il n'eſt pas difficile de s'aſſurer que l'Ecliptique dans le ſecond ſyſtême doit prendre la place que nous lui aſſignons. Nous l'avons déja comme prouvé d'avance dans le premier Entretien à la page 41, & néanmoins nous l'expliquerons encore ici pour un plus grand éclairciſſement. Nous ſupoſerons que PSQ (*fig. 3* *) repréſente la moitié de l'Orbite de Saturne ou de Jupiter qui ſont héliocentriquement en conjonction en S. Nous repréſenterons en même-tems par PCQ une moitié de l'Ecliptique ou de l'Orbite de la Terre que nous tranſ-

portons par la pensée à la hauteur de Jupiter ou de Saturne, afin de rendre plus simple l'examen que nous entreprenons.

Pendant que la Terre parcourra le quart PC de l'écliptique en avançant de P vers C, sa tendance vers Jupiter & vers Saturne que nous suposerons toujours en S, fera diminuer l'angle d'Inclinaison CPS & reculer en même-tems le nœud mutuel P en le faisant passer en *p*. Nous négligeons le changement beaucoup plus petit que recevront les orbites de Saturne & de Jupiter, mais tout ne contribueroit encore qu'à faire retrograder le nœud. Quant à la diminution de l'Inclinaison, nous ne devons pas en tenir compte; car elle sera reparée sous peu de tems, elle le sera lorsque la Terre parcourra l'autre quart CQ de l'écliptique. Les augmentations & les diminutions qui sont très-petites par elles-mêmes se suivent toujours dans un ordre réglé, & les unes rétablissent ce que les autres avoient détruit: c'est pourquoi on peut les négliger. Mais pendant que la Terre parcourt l'arc CQ & qu'elle sera obligée par l'action de Jupiter & de Saturne, de détourner un peu son mouvement, le nœud Q rétrogradera en *q*, de même que le nœud P avoit reculé en *p*. Cela est conforme à ce que nous avons établi ci-devant, que les Attractions font toujours aller en sens contraire les nœuds des Planetes qui sont à portées d'agir les unes sur les autres.

Il résulte de tout cela que l'écliptique sera comme transportée en *p*C*q*; & ce sera à peu près la même chose que si ce cercle changeoit de situation sur le point C & sur un autre point D qui n'a pas pû trouver place dans notre figure, mais qui seroit éloignée de C de 180 degrés. Or ce changement se réduit à celui que nous avons marqué dans la figure 6 par la ligne ponctuée DCD. Ainsi, on voit d'une maniere évidente que les deux systêmes sont bien formellement en contradiction: Ils conduisent à des variations toutes contraires

ſur les latitudes des Etoiles fixes. Mais quoiqu'il ne s'agiſſe encore que de différences extrêmement legéres qu'on a de la peine à ſaiſir, on peut néanmoins en ajoutant foi aux Obſervations les plus exactes, dire qu'elles dépoſent déja en faveur de la Gravitation univerſelle qui ſe décéle ici comme par tout ailleurs. M. le Monnier en comparant ſes déterminations avec d'autres plus anciennes, trouve que la latitude de Fomaham a augmenté d'environ une minute depuis cinquante ans.

Quant aux changemens d'Inclinaiſons que ſouffrent les orbites des autres Planetes les unes par raport aux autres, nous n'avons pas un aſſez grand nombre d'Obſervations & d'Obſervations exactes pour entreprendre de les expliquer. On ne doit travailler à rendre raiſon que des ſeuls faits qui ſont parfaitement conſtatés ; & c'eſt aux Obſervations Aſtronomiques à nous en adminiſtrer les preuves ; à moins qu'on ne voulut en adoptant le principe de la Gravitation univerſelle prévoir les variations de ſituations des orbites ; & aller, pour ainſi dire, au-devant des Obſervations, qui ne nous ont pas encore ſuffiſamment inſtruits de toutes les circonſtances particulieres des Phénomenes. Il eſt certain qu'un pareil uſage du ſyſtême de la péſanteur générale doit être déſormais regardé comme légitime : Ce ſyſtême a réüſſi dans tant de différens cas, qu'on peut ſupoſer qu'il réüſſiroit également dans tous les autres. Il ſuivroit de-là que tout ce qu'Ariſte & Eugene ont dit ſur le frotement des ſurfaces ſphériques qui ſe renferment les unes les autres, & qui travaillent à diminuer l'angle de leur obliquité réciproque, ſans altérer la ſituation de leurs nœuds mutuels, n'auroit aucune aplication dans la Phyſique Aſtronomique ; mais cela n'empêcheroit pas que cette ébauche de Théorie ne pût ſervir dans la Méchanique & même dans d'autres parties de la Phyſique.



TROISIE'ME ENTRETIEN.

On se sert dans cet Entretien des principes établis cy-devant, pour expliquer différentes particularités du mouvement des Planetes; la précession des Equinoxes; la stabilité des nœuds des Satellites de Jupiter; les différentes inclinaisons de l'Orbite de la Lune, &c.

NOus interrompîmes la conversation pour donner à Eugene le tems de se reposer : Nous joüâmes quelques parties d'Echets. Le jeu étant fini, nous recommençâmes notre Entretien ; & Eugene nous dit, que nous pouvions toujours douter de l'efficacité de la friction des parties d'éther les unes contre les autres, parce que nous n'en avions encore vûs aucun indice absolument certain : Mais, ajoûta-t-il, puisque nous en sommes au mouvement de la Terre, je vais vous parler d'une des affections de ce mouvement, qu'on ne peut, ce me semble, expliquer que par cette cause. C'est la précession des équinoxes, & je suis persuadé que sur la seule exposition du fait, que vous connoissez aussi-bien que moi; mais dont il faut cependant que je vous renouvelle l'idée, vous tomberez d'accord de ce que j'avance. S, (dit-il, en nous montrant la figure que vous voyez ici) *fig.* 7. représente le Soleil; IMNK est la Terre, qui tournant continuellement autour de son propre centre T, est emportée avec son Tourbillon particulier ABCD, sur la circonférence de l'écliptique CEFG. La Terre en

en faisant ses révolutions journalieres sur son propre centre, ne tourne pas selon le cercle IMNK, mais selon KLM; de sorte que c'est KLM qui est l'équateur, ou plûtôt la moitié de ce cercle qui est exposée à notre vûë. Dans l'état où sont ici toutes les choses, le Soleil est dans le plan de l'équateur, parce qu'il répond exactement à la section de ce cercle & de l'écliptique. C'est la ligne MK qui représente cette section, laquelle étant prolongée, passe par le Soleil, & va se rendre à quelque Etoile P, que je supose se trouver exactement au commencement d'*Aries*. Il faut 365 jours 6 heures 9 ou 10 minutes à la Terre pour achever sa révolution entiere autour du Soleil, & pour que son centre revienne exactement en T : c'est ce qu'on appelle l'année Sydérale; parce que le Soleil paroît se retrouver vis-à-vis de la même Etoile P. Mais comme l'équateur change un peu de situation pendant ce tems-là, qu'il se trouve en mLk, & que sa commune section avec l'écliptique n'est plus la ligne MK, mais mk, qui en différe de l'angle KTk, qui est d'environ 51 secondes, il suffit que la Terre soit revenuë en t; qui est éloigné de T, de 51 secondes mesurées sur l'orbe annuel, pour que notre année (l'année tropique de 365 jours 5 heures & environ 49 minutes) soit révoluë, & pour que le Soleil paroisse dans l'équateur. Nous en convenons, interrompit Ariste, & il n'est pas nécessaire de pousser le détail plus loin. La Terre étant d'abord en T, le Soleil s'est trouvé sur l'équateur, & a paru vis-à-vis de l'Etoile P, qui a été prise pour le commencement d'*Aries*. Mais un an après, la Terre n'est encore arrivée qu'en t, lorsque le Soleil paroît également sur l'équateur, à cause du changement de situation de ce cercle; & c'est le point p, vis-à-vis duquel cet Astre se trouve, qui est pris cette seconde fois pour point de l'équinoxe. De sorte que le commencement d'*Aries* considéré comme Dodecatemorie, *précedée* ou va contre l'ordre des signes de la quanti-

té Pp de 51″; & comme on ne s'avisoit pas d'abord d'attribuer ce changement à la Terre, on a cru pendant long-tems qne les Etoiles fixes changeoient de place, & qu'elles avançoient selon l'ordre des Signes de la même quantité.

Mais, dites-moi maintenant, reprit Eugene, s'il vous paroît qu'on puisse expliquer cette variation de l'équateur en employant quelque autre principe que l'action des couches de notre Tourbillon particulier, les unes sur les autres? La Terre est entraînée autour du Soleil; mais sa révolution achevée, il se trouve que notre équateur a changé de place, ou que nous ne tournons plus précisément dans le même sens sur le centre de notre globe. Quelle peut être encore une fois la cause de ce Phénoméne singulier? Il ne faut pas la chercher dans notre globe même: Car comme il tend à tourner toujours dans le même sens, il faut absolument une cause étrangére pour lui faire changer de direction. Il faut donc que le précession des équinoxes vienne de notre Tourbillon particulier. Comme toutes ses couches ne suivent pas le même mouvement, elles agissent les unes sur les autres & il n'est pas surprenant que leur action fasse retarder les nœuds K & M de la Terre, de la même maniere que la friction dans le Tourbillon Solaire doit faire retarder les nœuds propres du Soleil, quoiqu'on n'ait point encore observé ce retardement. Remarquez qu'il seroit fort inutile de chercher une cause plus éloignée; de la faire dépendre, par exemple, de quelques pressions ou de quelque chocs du Tourbillon Solaire. Car que peuvent produire tous ces chocs? Faire accélerer ou retarder le mouvement des couches qui sont les plus éloignées de nous, & faire changer leur direction. Mais comment voulez-vous après cela que ces changemens se transmettent aux couches inférieures & à notre globe, si ce n'est par la friction? Ainsi se seroit retomber dans mon sentiment. Tout cela considéré, je ne feindrai point de

vous dire, que comme il me paroît impossible de rend raison autrement de la variation de notre équateur, j regarde ce Phénoméne comme un indice assuré, que les couches d'éther agissent les unes sur les autres. Je doutois que leur friction mutuelle fût capable de produire des altérations considérables, tant que je n'éxaminois que l'obliquité de l'écliptique, ou le seul mouvement des nœuds des Planetes principales; j'en doutois, parce que ces faits sont contestés. Mais l'action de la friction se trouve décelée ici; & on est forcé de reconnoître qu'elle est encore maintenant capable de se faire appercevoir par ses effets. *

Pour moi, interrompit Théodore, quoique je n'entreprenne pas, & que je fusse même fâché de troubler votre confiance, je vous avoüerai que je ne suis point tant étonné de voir * que le diametre MK, dans lequel l'équateur coupe l'écliptique, change de situation de 51″ pendant le cours de l'année, que de voir qu'il n'en change pas davantage, & qu'il ne se trouve point absolument dérangé par la révolution de la Terre autour du Soleil. Il me semble que c'est-là vous proposer une grande difficulté: Car ne vous paroît-il pas comme à moi, que la même cause qui transporte un corps, je ne dis pas le long d'une ligne droite, mais le long d'une ligne courbe, doit altérer continuellement sa situation? Descartes & ses Sectateurs zélés, sont obligés d'avoir recours à la matiere canelée, qu'ils font descendre selon l'axe de chaque Tourbillon; mais leur explication n'atteint pas même à la moindre vraisemblance. La difficulté que vous proposez, reprit Eugene, n'est pas grande; d'ailleurs on peut la faire avec autant de droit à un Newtonien qu'à un Cartésien. Je l'ai sentie, & j'ai cherché à la résoudre; parce qu'il m'a paru effectivement qu'on ne pouvoit pas sans l'éclaircir, concevoir le parallelisme de l'axe des Planetes tant principales que secondaires, ni différentes autres particularités de leur mouvement.

* Voyez la Fig. préced. fig. 7.

2 Considérez cette figure, *fig.* 8. dans laquelle ABDE est une Sphére qui est transportée de C en N par une puissance apliquée à son centre : il est évident que le diamétre BE se trouvera situé en MP parallelement à sa premiere situation. Car le mouvement doit se distribuer également dans la Sphére vers B & vers E de part & d'autre du centre ; & il n'y a aucune cause qui doive faire avancer une des extrêmités du diamétre BE plus promptement que l'autre. Mais suposons maintenant que le Globe étant parvenu en N, une nouvelle puissance apliquée encore au même point, détourne selon la ligne NT, le mouvement ; toutes les parties de la Sphére étant situées également de part & d'autre du centre, auront une égale part au détour ; & ainsi elles parcourront toutes les lignes paralleles & également longues : D'où il suit que le diamétre BE se trouvera situé en RS, en conservant toujours un exact parallelisme. Or, ce sera la même chose, quelque nombre de détours qu'on imagine ; & ce sera donc aussi le même cas, si le globe est transporté le long d'une ligne courbe, puisque cette courbe ne sera toujours que l'assemblage d'une infinité de petites lignes droites.

Il n'y aura non plus aucune différence, lorsque la puissance qui transporte le globe, au lieu d'être apliquée au centre, sera apliquée sur sa surface. Que PQRS *fig.* 9. soit un Globe qui tourne sur son centre C, & que ABOE soit un autre Globe beaucoup plus petit, renfermé dans le grand, en un espace creux ABOE, qui ne soit précisément capable que de le recevoir ; & suposons de plus, que la surface convexe du petit Globe & la concave qui la touche, soient parfaitement polies, de maniere qu'il n'y ait aucun frotement. Je dis que le petit Globe pendant qu'il sera transporté par le grand autour de son centre C, conservera toujours exactement sa même situation. Aussi-tôt que le frotement est absolument nul, le grand Globe ne peut agir en aucune maniere sur

le petit, pour altérer le parallelisme de ses axes comme BE. Car si la force qui transporte le petit Globe, est appliquée à sa surface, elle est toute employée à le faire circuler autour de C; sans qu'il s'en fasse aucune décomposition, qui puisse occasionner le moindre piroüetement. En un mot, la direction de cette force, passe exactement par le centre K, c'est la même chose que si elle ne s'éxerçoit que sur ce point; & c'est donc le même cas qu'auparavant. Il résulte de tout cela que l'axe de la Terre doit conserver son parallelisme, & l'équateur sa même situation, malgré notre transport continuel autour du Soleil: C'est ce que demande la premiere institution de la chose. De sorte que s'il y arrive quelque altération, s'il y arrive le plus petit changement possible, c'est une nécessité qu'il soit produit par une cause extérieure, par l'action des différentes couches du Tourbillon les unes sur les autres, & enfin par l'action des dernieres couches sur notre Globe. Mais comme l'éther est extrêmement fluide, & que toutes les couches glissent les unes sur les autres avec une si grande facilité, qu'elles n'altérent presque point leurs directions, la Terre se trouve toujours comme laissée à elle-même: & c'est pourquoi la situation de son axe & de son équateur ne reçoit presque point d'altération, & qu'elle ne change pendant toute une année que d'environ 51 secondes.

Je vois bien, interrompit Ariste, qu'il faut assurer la même chose, non-seulement de toutes les autres Planetes, mais aussi de leurs Tourbillons particuliers, & de toutes les couches qui les forment. C'est-à-dire, que les axes & les équateurs doivent affecter par tout un exact parallelisme, & qu'il est toujours nécessaire d'une autre cause que du transport général autour du Soleil, pour que les axes & les équateurs changent de situation.

On agite quelquefois une question qui paroît n'être que de mots, au sujet des Satellites qui présentent tou-

jours la même face à la Planéte principale qui sert de centre à leur révolution : On demande si ces Satellites tournent sur leur propre centre. Je crois que vous & moi nous ne nous proposons pas d'éxaminer actuellement s'il y a toujours une parfaite analogie entre les manieres Philosophiques de s'énoncer, & les manieres les plus ordinaires de se faire entendre. Mais si une Lune en tournant autour d'une Planete principale lui offre toujours la même face, comme notre Lune le fait à peu près à l'égard de la Terre, elle tourne nécessairement sur son propre centre ; puisqu'elle présente successivement la même face vers tous les endroits de l'espace absolu. On ne peut pas assurément recuser le témoignage d'un Spectateur tranquille & nullement interressé, qui seroit immobile & placé à une distance infinie. En même tems qu'il verroit le Satellite circuler autour de la Planete principale, il verroit successivement toutes les différentes faces du Satellite. Ce sont là deux choses distinctes, puisque l'une pourroit subsister sans l'autre. Pour passer après cela à la question de Physique, il est évident qu'il faut deux causes différentes pour produire ces deux effets. Il n'en faudroit qu'une, il ne faudroit qu'une force translatrice, si tous les axes ou diamétres du Satellite conservoient un parfait parallelisme. Dans plusieurs de nos machines dont toutes les parties sont liées ensemble, un mouvement produit l'autre nécessairement, comme dans une rouë dont tous les rayons vont se terminer aux jantes. Mais lorsqu'un Globe flote dans un fluide, il n'y a que quelque sorte de frotement qui puisse le faire tourner, à moins qu'il n'ait reçû à part un mouvement de rotation.

C'est ce qui est certain, reprit Eugene, & c'est ce qui se trouve confirmé d'une maniere particuliere par les circonstances que nous sçavons du Tourbillon de Jupiter. La friction ne peut pas agir sur les nœuds des Satellites de cette Planete ; parce que tous ces nœuds se répondent

exactement, & que comme nous l'avons vû ci-devant, deux couches qui se touchent immédiatement, ne peuvent par leur action l'une sur l'autre, que faire changer leur Inclinaison mutuelle. C'est la même chose d'une troisiéme & d'une quatriéme couche, aussi-tôt qu'elles ont toutes les mêmes nœuds; & aussi voyons-nous que les Orbites des quatre petites Lunes, coupent encore l'Orbite de la Planete principale au milieu du quinziéme degré du Lion & du Verseau, comme elles le faisoient en 1650 du tems du célébre feu M. Cassini; quoique Jupiter ait fait depuis six à sept révolutions autour du Soleil.

Je suis fâché, dit Théodore, de trouver si peu de conformité entre le Monde de Jupiter & le petit Tourbillon qui environne la Terre: car les nœuds de la Lune, ou les intersections de son Orbite & de l'écliptique, retardent par an de plus de 19 degrés; rétrogradation qui est extrêmement considérable par raport à celle des nœuds propres de la Terre. Ce qui m'étonne encore plus, c'est que pendant que les nœuds de la Lune ont un si grand mouvement, l'Inclinaison de son Orbite, par raport à l'écliptique, ne change que très-peu. Mais nous ne sçavons pas, répondit Ariste, combien notre Tourbillon particulier s'étend au-delà de la Lune: Peut-être qu'il ne s'y étend que bien peu, & que l'obliquité des couches qui sont dans cet espace, change par sault & d'une maniere subite; ce qui fait augmenter considérablement les effets de la friction, quant au mouvement des nœuds. Dans le grand espace qui est entre la Lune & nous, la différence de l'obliquité des couches peut être mieux distribuée; elle peut se faire par des degrés si insensibles, que la friction se trouve comme nulle, & que la Terre n'en ressente presque point l'effet.

Il n'en faut pas douter, reprit Eugene, qu'on ne puisse imaginer une infinité de diverses dispositions dans les di-

rections des couches de notre Tourbillon particulier, qui soient également propres à expliquer pourquoi les nœuds de la Lune rétrogradent si considérablement, pendant que l'Inclinaison de cette petite Planete est à peu près constante par raport à l'écliptique. Nous avons vû ci-devant en examinant le Tourbillon Solaire, comment il se peut faire qu'une couche soit entre deux autres, qui suspendent mutuellement leur effet, eu égard à l'Inclinaison, & qui ne le suspendent pas également, eu égard au mouvement du nœud. Au reste, vous n'ignorez pas que l'obliquité de l'Orbite de la Lune, n'est pas absolument constante, & qu'elle varie d'environ une vingtaine de minutes, depuis 5 degrés 1 minute, jusqu'à 5 degrés 20 min. Cette variation, puisqu'elle est sujette à une alternative continuelle, ne peut être causée que par les Syzygies qui se font proche des nœuds, conformément à ce que nous avons dit ce matin. Notre Tourbillon particulier étant fortement comprimé du côté du Soleil & à l'oposite, prend une figure ovale, dont le petit axe est dirigé vers cet Astre. La Lune qui n'est pas tout-à-fait située à l'extrêmité de ce Tourbillon, ne s'assujettit pas absolument, comme le pensoit M. Descartes, à tracer une ovale parallele à celle-là ; mais toutes les fois qu'elle s'approche des Syzygies, elle se ressent de la plus grande vitesse qu'a la matiere éthérée dans ces endroits retrécis, & il est évident par les raisons que nous avons alléguées, que l'éther qui se trouve comprimé, & dont la vitesse est principalement accélérée dans le sens de l'écliptique, doit altérer l'Inclinaison de l'Orbite de la Lune en divers sens, selon que cette Orbite se trouve convergente ou divergente avec l'écliptique, ou pour m'expliquer en d'autres termes, selon que la Lune avance vers son nœud, ou selon qu'elle l'a déja passé. Nous apprenons aussi par les Observations de tous les Astronomes, que l'obliquité dont il s'agit, augmente, lorsque les nœuds approchent de la ligne des Syzygies ; & qu'au contraire elle

elle diminuë, lorſque les nœuds s'éloignent de cette ligne. Deſorte que le terme qui fait la ſéparation de l'augmentation & de la diminution, ſe trouve toujours placé dans le paſſage des nœuds par l'endroit le plus reſſerré de notre petit Tourbillon. *

* Voyez les Rem. num. (2

Je ne ſouhaiterois plus, continua-t-il, qu'une choſe qui n'a pas un raport immédiat à ce que nous diſons ici; mais qui y a cependant raport, & qui peut contribuer à perfectionner la Théorie de la Lune. Je ſouhaitterois que les Aſtronomes obſervaſſent ſi cette Planete ne prend pas une plus grande viteſſe dans ſes Syzygies, lorſqu'elle a peu de latitude, que lorſqu'elle en a beaucoup. Il y a déja long-tems qu'on a reconnu que tout le reſte étant égal, elle ſe meut plus vite dans les conjonctions & oppoſitions, que dans tout autre tems. C'eſt qu'elle reçoit un nouveau mouvement en paſſant dans des endroits de notre Tourbillon où l'éther ſe meut avec plus de rapidité. Mais qu'on l'examine avec ſoin; je ſuis perſuadé qu'elle en reçoit encore plus, lorſqu'elle a moins de latitude, ou lorſqu'elle paſſe plus préciſément dans l'endroit le plus reſſerré, dans l'endroit où le cours de l'éther eſt le plus rapide. Or lorſque cette Planete a une fois reçû un plus grand mouvement, elle doit aller un peu plus vite pendant toute ſa révolution; & ainſi toutes les circonſtances étant d'ailleurs les mêmes, les mois ſinodiques & périodiques doivent être un peu plus courts, lorſque les nœuds ſont dans la ligne des Syzygies. Vous voyez donc qu'à toutes les choſes avec leſquelles on ſçait que la viteſſe de la Lune a raport, il faut joindre encore la ſituation des nœuds dont cette viteſſe dépend. Il ſuit de-là que l'argument de la latitude eſt un des élémens dont on ne doit pas ſimplement ſe ſervir, comme on l'a fait juſques ici, lorſqu'on veut réduire à l'écliptique le lieu de la Lune; mais qu'on doit l'employer auſſi dès la premiere inſtitution du calcul, pour

déterminer le lieu même de cette Planete dans son Orbite.

Ici mes trois amis remarquerent que le Soleil étoit sur le point d'achever sa course, & que l'Occident déja tout en feu, s'étoit, pour ainsi dire, paré de toutes ses couleurs, afin de mieux recevoir cet Astre. Ils changerent d'entretien, & la conversation en très-peu de tems, roula sur différens sujets. Les réfléxions presque toujours sérieuses de Théodore, firent tomber insensiblement le discours sur la Sagesse qui se manifeste si clairement dans la disposition de toutes les parties de l'Univers: Ils dirent qu'il étoit bien facile de reconnoître que ce magnifique Chef-d'œuvre n'étoit pas l'ouvrage du hazard, comme le pensoient Epicure & Lucrece. Ce n'est au contraire, s'écrierent-ils, qu'une Intelligence infinie qui a pû discuter tous les moyens, & discerner entre une infinité de loix possibles, celles qui étoient les plus propres par leur établissement, à répandre de la variété & de la symmétrie, & à lier entre elles toutes ces parties innombrables, qui ont des raports trop marqués, pour qu'on puisse douter qu'elles n'ayent été faites les unes pour les autres. Enfin avant que de partir, Eugene demanda à Théodore ce qu'il pensoit des différentes explications qu'Ariste & lui venoient de donner. Théodore répondit qu'il lui paroissoit effectivement qu'il étoit difficile de dire d'autres choses dans l'hypothése des Tourbillons qu'il ne pouvoit admettre, à cause des difficultés qui en étoient inséparables: Mais qu'il valoit beaucoup mieux s'en raporter au jugement d'une COMPAGNIE SÇAVANTE, aux lumieres de laquelle les Philosophes de toutes les Sectes, se faisoient gloire de déferer. Il n'y a, ajouta-t-il, qu'à prier notre cher Hôte, qui n'est suspect à aucun de nous, & qui nous a écouté avec toute l'attention d'un Disciple de Pythagore, de faire un précis de notre Entretien. Mais j'exige une condition: Je veux, dit-il, qu'il n'oublie absolument

rien de ce que j'ai avancé en faveur des Attractions; je veux de plus, qu'il avertiffe que vous m'avez non-feulement empêché de faire ufage de ce principe, mais même de démontrer qu'il fait partie du Méchanifme.

Fin du Troifiéme & dernier Entretien.

Deus autem nofter in Cœlo, omnia quæcumque voluit, fecit.



REMARQUES
SUR LE TROISIE'ME ENTRETIEN.

Sur les explications Cartésiennes de la précession des Equinoxes.

(1) IL n'est pas étonnant qu'une hypothése imaginée pour satisfaire à un grand nombre de Phénomènes, soit propre à en représenter quelques legeres circonstances. Presque toutes sont également bonnes lorsqu'on ne considére les faits que d'une maniere générale & grossiére ; de même qu'une infinité d'objets se ressemblent, lorsqu'étant vûs de trop loin, on ne les apperçoit qu'imparfaitement. C'est donc la discussion scrupuleuse, ou l'application particuliere d'une hypothése à tous les points de détail, qui peut justifier seule qu'on a trouvé une vraie solution, en fait d'explication physique. Tant que l'hypothése n'a point encore été mise à cette épreuve, elle ne doit être regardée que comme douteuse ; de même qu'elle doit être rejettée comme fausse, aussi-tôt que soumise à l'examen rigoureux dont nous parlons, elle n'a pû le soutenir.

L'explication qu'on a donnée de la cause de la précession des Equinoxes, est si vague, qu'elle ne prouve rien en faveur de l'action des couches de la matiere éthérée les unes sur les autres. On pourroit recourir avec tout autant de droit à toute autre cause ; & on s'en retireroit aussi bien, en évitant soigneusement d'entrer dans le détail. Il y a même une remarque générale à faire sur l'action des couches du Tourbillon terrestre ; remarque embarrassante qui n'a pas moins de raport à

la fin du second Entretien qu'à la plûpart des choses qui sont expliquées dans celui-ci. Le cours de la matiere éthérée à une grande distance de la Terre, est indiquée par le mouvement de la Lune. Mais lorsque les couches ont travaillé avec succès à se conformer un peu d'avantage dans leurs directions, lorsque l'orbite de la Lune ne fait plus qu'un angle d'environ $18\frac{1}{3}$ degrés avec l'équateur de la Terre, comment se peut-il faire ensuite que cet angle devienne plus grand, & qu'au bout de 9 ans il se trouve d'environ $28\frac{2}{3}$ degrés ?

Sur la maniere dont les corps qui sont transportés par leur centre de gravité conserve leur même situation.

(2) IL vient naturellement en pensée lorsqu'on fait attention à cette propriété qu'ont les Corps de conserver leur même situation malgré leur transport, qu'on pourroit en tirer quelque utilité pour construire un instrument propre à indiquer les différentes directions qu'on suit en marchant. L'expérience dont on a parlé, dans la Préface, (page 19) touchant une assiéte, soutenuë sur la pointe d'une aiguille, ne peut que confirmer dans cette idée. Car lorsque l'assiéte étoit suspenduë avec soin, elle conservoit exactement la même situation à l'égard des Régions du Monde, quoiqu'on se donnât assez de mouvemens, qu'on allât & qu'on revînt plusieurs fois sur ses pas. Il ne faut pas croire qu'un instrument construit sur ce principe, pût avoir jamais des usages qui aprochassent beaucoup de ceux de la Boussole. Il seroit sujet au même inconvenient que la plûpart des autres Machines que nous imaginons, qui sont, pour ainsi dire, trop artificielles, ou qui dépendent trop

de l'art que nous y mettons. La ſituation actuelle de cet inſtrument, dépendroit de celle qu'il auroit antécedamment, ce qui ſeroit cauſe qu'une irrégularité ſeroit preſque toujours ſuivie d'une autre plus grande, & qu'elle ne ſeroit jamais réparée : au lieu que l'aiguille aimantée revient d'elle-même reprendre ſa premiere ſituation. Mais l'épreuve de l'aſſiéte montre que dans certains cas extraordinaires on pourroit ſe ſervir de cet expédient, ſur tout ſi l'on conſtruiſoit pluſieurs de ces machines & qu'on prit ſoin de varier un peu la maniere de les ſuſpendre, afin que leur dérangement ne ſe fit pas à toutes dans le même ſens. Elles n'indiqueroient pas ſur le Globe terreſtre, ſupoſé exactement ſphérique, des lignes ſpirales comme la Bouſſole, elle marqueroit la ſeule direction des grands cercles.

Sur le Mouvement des nœuds de la Lune, &c.

(3.) UN article ſur lequel l'explication Cartéſienne ſatisfait aſſez, c'eſt la variation de la Lune, ou cette accélération de vîteſſe dans les Syzygies, dont nous devons la premiere obſervation au fameux Tycho. Il paroît encore très-naturel que l'ellipſe où l'ovale décrite par la Planete, s'allonge un peu dans le ſens perpendiculaire ou ſelon la ligne des quadratures. Tout le Monde convient maintenant que M. Deſcartes n'a pas tout-à-fait mal rencontré ſur cette ſeconde particularité. Mais c'eſt à quoi ſe réduiſent tous les bons ſuccès de ſon explication, qu'il ne faut pas d'ailleurs trop preſſer; puiſqu'elle n'eſt pas ſuſceptible d'aſſez de préciſion pour ſervir de fondement à des Tables Aſtronomiques ou à un calcul rigoureux. A l'égard des autres parties de l'explication, elles ſont preſque toujours en contradiction avec les Obſervations. Eugene vient de dire que le

paffage des nœuds de la Lune par la ligne des Syzygies fert de terme entre l'augmentation & la diminution que reçoit l'Inclinaifon ou l'obliquité des deux Orbites. Cela eft extrêmement vrai ; mais par malheur c'eft dans un fens tout contraire à celui que notre Cartéfien peut avoir dans l'efprit; & fi l'on examine le mouvement des nœuds, on verra que le mécompte eft tout auffi grand. Selon l'explication ces points devroient avancer fans ceffe ; au lieu qu'ils retardent toujours effectivement, ou tout au plus ils deviennent ftationnaires ; précifément comme le demande le fyftême de l'Attraction

Il n'eft queftion ici que de fe rapeller ce qu'on a dit dans le premier Entretien à la page 41 , & d'en faire l'aplication. Les deux lignes droites BA & CA (*fig.3.*) repréfentent la route de la Lune & de l'Ecliptique : Les deux Planetes font aux environs de leur conjonction & la Lune avance vers fon nœud A dont elle eft encore un peu éloignée ; les deux directions fon convergentes. Je n'examine point fi la Lune fuit exactement le courant de la matiere éthérée , ou fi elle tient quelque autre route; mais il eft certain que fi elle eft entraînée par un Tourbillon , le fluide plus comprimé fous le Soleil produira néceffairement deux effets directement contraires aux Obfervations : Il fera avancer le nœud en pouffant la Lune en dehors , & il fera diminuer l'angle d'Inclinaifon ou l'angle de convergence FAE. L'hipothéfe du fluide ne va pas mieux lorfque la Lune toujours aux environs des Syzygies , s'écarte de fon nœud , comme dans la figure 2 , ou que les directions font divergentes. Le fluide plus comprimé par la préfence des deux Aftres, fera augmenter l'angle d'Inclinaifon & avancer encore les nœuds : Deux effets qui font également contraires aux Obfervations. Ainfi , on voit que la difcuffion des faits particuliers , tourne prefque toujours en preuve contre l'exiftence du fluide qui tranfporte les Planetes. Ce n'eft pas affez de dire que cette hypothéfe n'explique

pas assez heureusement les Phénoménes, il faut ajouter qu'elle seroit plus propre à en expliquer de tout oposés: Elle ne réüssiroit bien que dans un Monde tout autrement disposé que le nôtre. Il s'en faut bien qu'on puisse faire le même reproche au systême de la pésanteur universelle. Cette hypothése est un flambeau avec lequel on marche surément dans l'explication des faits ; elle en éclaire jusqu'aux moindres particularités, jusqu'aux plus légeres circonstances. On peut en s'y conformant réduire à un calcul exact tous les mouvemens célestes & leurs plus petites anomalies ; ce qui fournit la derniere épreuve à laquelle on puisse soumettre un systême.

Il ne nous reste plus qu'à terminer ces Remarques par une courte réfléxion qui a un égal raport aux trois Entretiens précédens, & qui par cette raison trouve ici naturellement sa place. Nous avons dit en divers endroits qu'on a poussé trop loin dans le Cartésianisme la liberté de faire des hypothéses. Nous reconnoîtrons actuellement que la chose n'a pas toujours été libre, que souvent on s'est vû obligé d'adopter des supositions toutes contraires, & que cet inconvenient doit être autant imputé à la Physique qu'on avoit embrassée, qu'à la faute particuliere des Physiciens. Lorsque je considére que l'éther ne doit pas avoir moins de densité que les Planetes même, s'il est vrai que toute la matiere a été également affectée & a la même inertie, je ne puis pas m'empêcher d'inferer que les Planetes suivent exactement le courant du fluide qui les entraîne. C'est le sentiment qu'ont tâché de faire valoir nos deux Cartésiens. Mais si je part d'un autre Phénoméne ; si faisant attention, par exemple, à la nature des fluides, je remarque que les endroits les plus rapides dans le Tourbillon Solaire, doivent nécessairement se trouver à l'oposite d'autres endroits rapides, je conclurai tout le contraire de ce que j'inferois ; je me jetterai dans une autre hypotése. Ainsi le sort de mes opinions ou de mes raisonnemens dépendra des faits

faits qui m'auront le plus frapé ou qui m'auront rendu plus attentif: Toute ma Physique prendra une autre face selon le point où je commencerai. Il faut néanmoins bien remarquer que je raisonnerai toujours en bon Cartésien ou sans m'écarter des principes de cette Secte. Le mal viendra donc de plus loin : il viendra de ce que le Méchanisme ordinaire reputé complet, mais qui est trop limité, ne suffit pas pour concilier tous les Phénoménes. Il faut avoir recours à quelque chose de plus ; lorsqu'on veut montrer la connexion qu'il y a entr'eux ; & tant qu'on osera prescrire à la Nature d'autres voyes que celles qu'elle suit, on sera toujours d'autant plus sujet à se tromper, qu'on tirera un plus grand nombre de conséquences. On ressemblera à un Logicien qui se seroit fait une fausse méthode d'argumenter, & qui seroit ensuite tout étonné de voir qu'en partant de principes également certains, il parviendroit à des conclusions contradictoires.

Enfin, il paroît assez par toutes les raisons qu'on a exposées, qu'il faut ajouter aux loix du mouvement quelqu'autre principe ; ne fut-ce que pour donner à certains corps de la dureté & pour produire ce Phénoméne si simple & néanmoins si général, la chute des Graves vers la Terre, & le détour continuel que souffre le cours des Planetes qui sont toujours assujeties à tourner autour de quelque point. Nous sommes outre cela décidés sur un article qui nous oblige de rejetter une infinité de supositions arbitraires. Il ne faut plus mettre de fluide dans le Ciel pour transporter les Planetes : Les espaces céléstes sont vuides, ou bien ils sont occupés par une matiere qui n'a point été affectée, ou qui l'a été autrement que celle qui entre dans la composition des corps terrestres. M. Descartes ne demandoit que de l'étenduë & du mouvement pour former un Monde comme le nôtre, mais il ne réussiroit seulement pas à former un grain de sable. Disons encore une

fois, en terminant ces Remarques, que pour faire de vrais progrès dans la ſcience naturelle, il faut ſe renfermer dans les vérités d'induction le plus qu'on peut, ou n'admettre que les ſeules conſéquences immédiates & néceſſaires : c'eſt le plus ſûr moyen de ne pas tomber dans le même inconvénient que le Logicien qui ſe ſeroit laiſſé prévenir d'une fauſſe Dialectique.

EXTRAIT DES REGISTRES

DE L'ACADEMIE ROYALE DES SCIENCES,

Du 21 *Février* 1748.

MEſſieurs Nicole & Clairaut qui avoient été nommés pour examiner *les changemens & les Additions que M. Bouguer a faits à ſes Entretiens ſur la Cauſe de l'Inclinaiſon de l'Orbite des Planetes*, en ayant fait leur raport, L'ACADEMIE a jugé ces Additions dignes de l'impreſſion. En foi dequoi j'ai ſigné le préſent Certificat. A Paris ce 9 Mars 1748.

GRANDJEAN DE FOUCHY,
Sec. perp. de l'Ac. Roy. des Sciences.

ERRATA.

PAge 38, ligne 22, *liſez* le point a. Page 61, lig. 21, *au lieu* de la vérité du, *liſez* de l'exiſtence du. Pag. 81, ligne 2, au lieu de v dans l'expreſſion algébrique, *liſez* dv. Pag. 84, lig. 20, *liſez* corps ſolide. Page 93, lig. 9, *liſez* dont on a. Page 114, ligne 18, voulons, *liſez* pouvons. Page 121, ligne dern. liſez *précéde*. Page 122, lig. 18, que le *liſez* que la.

AVERTISSEMENT

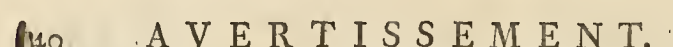
Au ſujet des Remarques qui ſont à la fin de chaque Entretien.

QUoique ces Remarques ſoient devenuës aſſez longues pour former comme des Diſſertations ſéparées, elles ſe rapportent néanmoins, pour chaque Entretien, à certains endroits à la ſuite deſquels on ſupoſe qu'elles ſoient lûes.

Les Remarq. (1) page 45., *Sur l'Inſtitution des loix du Mouvement*, ſe raportent principalement au haut de la page 31. Les Remarques (2), page 48, *Sur l'Inſtitution des loix de l'Attraction*, ont raport à ce qui eſt dit page 31, & dans les pages précédentes 27, 28, 29. Les Remarques (3), page 61, *Sur les principes de la Phyſique qu'on pourroit ſubſtituer aux Attractions*, appartiennent à la page 32. Les Remarques (4), page 67, *Sur l'Inſuffiſance du Méchaniſme ordinaire pour cauſer la dureté des Corps*, ont raport au bas de la page 33. Les Remarques (5), page 67, *Sur la réſiſtance que font les Milieux au mouvement*, appartiennent à ce qui eſt dit page 42. Et les Remarques (6) & (7) page 82 & 87, *Sur l'Inſuffiſance du Méchaniſme ordinaire pour cauſer la péſanteur & dans l'Aſtronomie Phyſique*, ſe rapportent principalement à ce qui eſt dit au haut de la page 34.

Les Remarques (1) qui ſont à la page 116, à la ſuite du ſecond Entretien, & qui ont pour titre, *Du changement de ſituation de place de l'Ecliptique*, ſe rapportent à la page 114.

Enfin, les Remarques (1) qui ſont à la page 132 à la fin du troiſiéme Entretien, *Sur les explications Carteſiennes de la préceſſion des Equinoxes*, appartiennent à la



page 123 ; celles (2) *Sur la maniere dont les corps qui ſont tranſportes par leur centre de gravité conſervent leur même ſituation*, ont raport à la page 124 , & ſuivantes. Et les Remarques (3) *Sur le mouvement des nœuds de la Lune*, *&c.* appartiennent au haut de la page 129.



De l'Imprimerie de J. CHARDON.




A 077(240)/119
UNIVERSIDAD DE SEVILLA
BUS
600157724
i 24669751


PRIX
DE
LACADEM
TOM*II